

平成 22 年 6 月 4 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間： 2006 年度 ~ 2009 年度

課題番号： 18540245

研究課題名 (和文) 超対称ゲージ理論の格子上での定式化

研究課題名 (英文) Formulation of supersymmetric gauge theory on the lattice

研究代表者 河本 昇 (KAWAMOTO NOBORU)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：50169778

研究成果の概要 (和文)：

超対称性の格子上での定式化の一つの提案として、リンクアプローチと呼ばれる定式化の提唱を行った。この定式化の手法をゲージ理論の場合に拡張し、2次元及び3次元の超対称ヤング・ミルズ理論に対してのリンクアプローチによる定式化を完成させた。その後この定式化に対して、場の積の順序による任意性により理論に矛盾が生ずることが指摘された。この問題を解決すべく、簡単な模型の場合に行列模型を用いて定式化を調べ、問題点を解明すべく幾つかの提案を行った。その結果リンクアプローチの手法は、場の積の順序に関しての非可換性を導入して、代数自体をリー代数的な見方から、ホップ代数的な見方に変えることにより、正しい定式化になっていることを明らかにした。

研究成果の概要 (英文)：

We have proposed so called link approach formulation of lattice field theory on the lattice. We applied this formulation to the cases of two and three dimensional super Yang-Mills theories on the lattice. Later it was pointed out that there is ordering ambiguity for the product of fields and thus the formulation is inconsistent. In order to solve this problem we investigated simpler low dimensional models in matrix form and proposed several possible proposals as solution. We, however, came to the conclusion that the link approach formulation of lattice supersymmetry can be consistently formulated not as Lie algebraic but as Hopf algebraic symmetry.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|---------|---------|---------|-----------|
| 2006 年度 | 900,000 | 0 | 900,000 |
| 2007 年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2008 年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2009 年度 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |

| | | | |
|----|-----------|---------|-----------|
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,400,000 | 750,000 | 4,150,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子場の理論、格子ゲージ理論、超対称性、超対称格子理論、超対称ヤング・ミルズ理論

1. 研究開始当初の背景

超対称性は素粒子論における重要な研究テーマであるが、この対称性を格子上で定式化する事は、30数年の歴史が有るが完成していない。一方我々は連続理論においてディラック・ケーラーの超対称性の定式化を完成させ、この定式化が格子上の定式化に応用できる事を認識していた。最終的には重力まで含めて、ランダムな格子上で超対称性を定式化する事を目指しており、微分形式を用いるディラック・ケーラーの定式化は、有力な手法である。その事から、ディラック・ケーラーの定式化を基にした、格子上の定式化を目指した。その結果専門家の間でリンクアプローチと呼ばれる定式化を提案した。

2. 研究の目的

場の理論を正則化する手法として確立している格子を用い、超対称理論の格子上での定式化が何故うまくいかないかの解明を行う過程で、新しい理論を構築する。その過程で、現実では敗れている超対称性敗れのメカニズム、及び標準模型のゲージ群、ファミリーの数等の自然が与えたミステリーに対する答えを正則化の観点から追及する。またゲージ場の理論・重力場の理論を格子上で定式化する事を最終目標にし、重力まで含めた定式化を調べる段階で上記の疑問に対するヒントが得られる事を期待する。

3. 研究の方法

それまでの共同研究をさらに発展させ、イタリアのグループとの共同研究により強力に推進した。

4. 研究成果

(1)

先行研究において完成している連続理論のディラック・ケーラーの定式化を格子理論に応用し、リンクアプローチと呼ばれる、格子上の超対称性の新しい定式化を行った。これは2次元のベス・ズミノ理論をその定式化の初めの応用例として具体的に提案したが、この期間中に、ゲージ場の入った超対称ヤング・ミルズ理論に拡張し、2次元の場合、3次元の場合に具体的な定式化を与えた。この定式化は専門家間のコミュニティーに評価され、引用件数として(64, 63, 26)の引用件数を得た。我々の定式化以外に厳密に超対称性を保つ定式化として一つの超対称電荷だけの厳密な対称性を保証するオービフォルドの定式化が有るが、我々の定式化は、全ての超対称電荷に対して対称性を持つ定式化である事を主張している。しかし我々の定式化はオービフォルドによる定式化を含みより一般的な定式化になっている。しかしその後、この定式化に対して差分演算子がライブニッツ則を満たさない事と関連して、演算が積の順序による事が指摘され、矛盾を含むという指摘がなされた。

(2)

上記指摘の演算の積に対する依存性を調べる為に、1次元に単純化した模型を行列表示して、具体的な問題点を調べた。その結果、超対称場の範囲内では、そもそも積が交換しない事から問題が生じない事が指摘できたが、成分場のレベルでは問題点がある事が残った。この間、色々な試みを行い超対称性の格子上での定式化の問題点の核心に迫った。さまざまな試行錯誤をする過程で、幾つかの問題点が洗いなおされ、問題解決に向けて、徹底的に、その本質を調べた。ここでの試行錯誤の成果が、次に書くホップ代数による定式化による解決とは別の、この文章を書く現在得た本質的解決に繋がっている。

(3)

上記に指摘された問題点の本質的解決の一つの見方として、ライブニッツ則が成り立たない差分を含む超対数代数が普通のリー代数的な対称性では無く、ホップ代数として拡張し、マイルドな非可換性を導入すれば矛盾のない格子上での定式化が実現できる事を明らかにした。このリンクアプローチによる超対称格子上の代数に対して具体的にその数学的基礎を与えた。これによりリンクアプローチの矛盾性を批判されていたが、新たな枠組みである、ホップ代数による対称性で有ることが明らかになった。即ちリンクアプローチによる、格子上の超対称場の理論の定式化はホップ代数の枠組みの範囲で、マイルドな非可換性を導入する事により全ての電荷の対称性が存在する事が、示された事になる。ただ計算機による具体的な数値計算をする為には、更に具体的にその表現を与えなければならずその問題は今後に残された。この文章を書く現在、新たな本質的解決を見出した。その新たな解決はこのリンクアプローチと同等であると予想される。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 15 件) 査読有* 7

- (1) Formulation of Supersymmetry on a Lattice as a Representation of a Deformed Superalgebra. Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, Phys. Rev D81:065001, 2010*
- (2) Matrix formulation of superspace on 1D lattice with two supercharges. Sergio Arianos, Alessandro D'Adda, Alessandra Feo, , Noboru Kawamoto, Jun Saito, Int. J. Mod. Phys. A 24: 4737-4768, 2009*
- (3) Phase diagram evolution at finite coupling in strong coupling lattice QCD. Kohtaroh Miura, , Takashi Z. Nakano, , Akira Ohnishi, Noboru Kawamoto, Phys. Rev. D80:074034, 2009*
- (4) Hadron mass spectrum in strong coupling limit of lattice QCD at finite temperature and density for color SU(3). Kohtaroh Miura, Noboru Kawamoto, Akira Ohnishi, Prog. Theor. Phys. Suppl. 174: 250-253, 2008
- (5) Brown-Rho Scaling in the Strong Coupling Lattice QCD Ohnishi, N. Kawamoto, K. Miura Mod. Phys. Lett. A23, (2008) 2459-2464*
- (6) Strong coupling lattice study of $1/g^2$ evolution in phase diagram and baryon mass. Kohtaroh Miura, Akira Ohnishi, , Noboru Kawamoto, PoS LATTICE2008: 075, 2008

- (7) Meson mass spectrum at finite temperature and density in the strong coupling limit of lattice QCD for color SU(3). Noboru Kawamoto, Kohtaroh Miura, Akira Ohnishi, PoS LAT2007: 209, 2007
- (8) Lattice supersymmetry in 1D with two supercharges. Sergio Arianos, Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, PoS LAT2007:259, 2007.
- (9) Lattice supersymmetry in 1D with two supercharges. Sergio Arianos, Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, PoS LAT2007:259, 2007.
- (10) Lattice Formulation of the N=4 D=3 Twisted Super Yang-Mills. Alessandro D'Adda, Issaku Kanamori, Noboru Kawamoto, Kazuhiro Nagata, PoS LAT2007: 271, 2007.
- (11) Exact Extended Supersymmetry on a Lattice: Twisted N=4 Super Yang-Mills in Three Dimensions. Alessandro D'Adda, Issaku Kanamori, , Noboru Kawamoto, Kazuhiro Nagata, Nucl. Phys. B798:168-183, 2008*
- (12) Strong coupling limit/region of lattice QCD. A. Ohnishi, N. Kawamoto, K. Miura, K. Tsubakihara, H. Maekawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. 168:261-264, 2007.
- (13) Phase diagram at finite temperature and quark density in the strong coupling region of lattice QCD for color SU(3). A. Ohnishi, N. Kawamoto, K. Miura, J. Phys. G 34: S655- S658, 2007.
- (14) Phase diagram at finite temperature and quark density in the strong coupling limit of lattice QCD for color SU(3). N. Kawamoto, K. Miura, A. Ohnishi, T. Ohnuma, Phys. Rev. D75: 014502, 2007*
- (15) Exact extended supersymmetry on a lattice: Twisted N=2 super Yang-Mills in two dimensions. Alessandro D'Adda, Issaku Kanamori, Noboru Kawamoto, Kazuhiro Nagata, Phys. Lett. B633: 645-652, 2006.*

[学会発表] (計 4 件)

- (1) Lattice supersymmetry with Hopf algebra for the link approach. Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, Contributed to 27th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2009), Beijing, China, 25-31 Jul 2009. e-Print:

arXiv:0910.3149[hep-lat]

- (2) Lattice Supersymmetry: Some Ideas from Low Dimensional Models. Alessandro D'Adda, Alessandra Feo, Issaku Kanamori, Noboru Kawamoto, Jun Saito, Contributed to 27th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2009), Beijing, China, 25-31 Jul 2009. e-Print: arXiv:0910.2924 [hep-lat]
- (3) Lattice supersymmetry in 1D with two supercharges. Sergio Arianos, Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, Presented at 25th International Symposium on Lattice Field Theory, Regensburg, Germany, 30 Jul - 4 Aug 2007.
- (4) Lattice Formulation of the N=4 D=3 Twisted Super Yang-Mills. Alessandro D'Adda, Issaku Kanamori, Noboru Kawamoto, Kazuhiro Nagata, Presented at 25th International Symposium on Lattice Field Theory, Regensburg, Germany, 30 Jul - 4 Aug 2007.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河本 昇 (KAWAMOTO NOBORU)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号：50169778

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし