

平成 22 年 5 月 17 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006 ～ 2009

課題番号：18540275

研究課題名 (和文) 並進対称性の破れと相構造

研究課題名 (英文) Breaking of translational invariance and phase structure

研究代表者

坂本 真人 (SAKAMOTO MAKOTO)

神戸大学・理学研究科・助教

研究者番号：30183817

研究成果の概要 (和文)：

高次元ゲージ/重力理論の枠組みの中で、4次元質量スペクトラムには  $N=2$  量子力学的超対称性が隠れており、それは高次元ゲージ対称性、あるいは、高次元一般座標変換不変性がその起源であることを明らかにした。この超対称性はゲージ対称性の破れとも密接に関係していることも見出された。また、高次元ゲージ理論における有限温度効果の解析により、予想に反して、高温でもゲージ対称性の破れが起こりうることが明らかになった。

研究成果の概要 (英文)：

We have shown that in the framework of higher-dimensional gauge/gravity theories  $N=2$  quantum-mechanical supersymmetry is hidden, and that the origin of the supersymmetry is given by higher-dimensional gauge symmetry and/or higher-dimensional general coordinate invariance. Further, the supersymmetry is found to be closely related to gauge symmetry breaking. We also found that gauge symmetries can be broken even at high temperature in higher-dimensional gauge theories contrary to our expectations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,000,000	0	1,000,000
2007 年度	500,000	150,000	650,000
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	2,600,000	480,000	3,080,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙物理

キーワード：並進対称性、対称性の破れ、高次元時空、高次元ゲージ理論、高次元重力理論、量子力学的超対称性、有限温度

## 1. 研究開始当初の背景

通常、場の量子論において、場の真空期待値は座標によらない定数とおかれる。これは、座標の並進対称性は“自明”なものとして(暗

黙の!)仮定がなされているからである。しかしながら、我々の研究によって、4次元時空以外に余剰次元として円周  $S^1$  あるいは球面  $S^2$  を持ち、そこに一様磁場が存在する系

では、S1 あるいは S2 の持つ並進(回転)対称性が自発的に破れうるということが明らかにされた。このような系での真空は非自明な構造を持つことになり、物理的に豊富な内容を含んでいると期待できる。

## 2. 研究の目的

以下の(1)-(5)が本研究の目的である。

### (1) 並進対称性の破れを引き起こす機構の一般的考察

S1(円周)や S2(球面)のモデルの一般化として Tn(n 次元トーラス)、Sn(n 次元球面)、あるいはもっと一般の等質空間と呼ばれる多様体への拡張が本研究課題の一つの研究目的となる。このとき、多様体と場の真空期待値の間の幾何学的あるいはトポロジー的關係を明らかにしていきたい。これらの研究を通じて並進対称性の破れを引き起こす機構の一般的枠組みを明らかにすることは、本研究の重要な目的の一つである。

### (2) トポロジカルな真空配位と相構造の解明

これまでの研究から、S1(円周)や S2(球面)などの半径に関して臨界半径が存在し臨界半径を境に並進対称性が破れる相と破れていない相に別れることがわかっている。また、並進対称性が破れる相では、場の真空期待値は座標依存性を持ち、S1 モデルでは kink 的、S2 モデルでは vortex 的なトポロジカルな配位が現れる。本研究を通じて相転移の一般的な構造、及び真空配位のトポロジカルな性質等を明らかにしていきたい。

### (3) 並進対称性を破った背景場のもとでの物質場の配位の研究

ここでは高次元時空上の場の理論を考え余剰次元方向の並進対称性を破った真空配位を背景場として導入する。その上での物質場の振る舞いについて詳しく考察することにする。特に興味があるのは、フェルミ場やゲージ場の局在化に伴うカイラルフェルミオンの存在やゲージ対称性の破れの有無、また、余剰次元方向のゲージ場の非自明な真空期待値の有無などである。これらの性質は標準理論を超えた高次元理論を構築する際に現象論的に重要となる。

### (4) 量子補正の解析

上での議論の多くは量子補正が考慮されていない。量子補正によって tree レベルの結果が変更を受ける可能性がある。特に余剰次

元方向のゲージ場及びスカラー場のポテンシャルに対する量子補正は、コンパクト化のスケールに比例する量子補正が現れるため無視できないことがわかっている。これらの量子補正による影響を調べていきたい。

### (5) 高次元ゲージ理論に基づく現象論的模型への応用

これまで議論して来た並進対称性を破る真空配位はあるいは背景場を高次元時空上の場の理論へ応用することによって

- ・超対称性の破れ
- ・ゲージ対称性の破れ
- ・フェルミ場の局在化によるカイラルフェルミオンの出現
- ・階層性問題の解決の新しい機構

これらはすべて標準理論を超えた高次元(超対称性)模型の構築にとって必要不可欠な要素である。現象論的模型への応用も重要な目的の一つである。

## 3. 研究の方法

各研究目的(1)-(5)に対する研究計画、及び、方法は以下の通りである。

### (1) 並進対称性の破れを引き起こす機構の一般的考察

S1(円周)、S2(球面)モデルについては解析が終わっている。Tn モデルについては S1、S2 モデルでのヒッグス場が導入されていなかったため、まず Tn モデルの解析から初めて、次に S1、S2、Tn の拡張として Sn(n 次元球面)を考察する予定である。さらにはもっと一般の等質空間と呼ばれる多様体に拡張可能であろうと予想されている。

### (2) トポロジカルな真空配位と相構造の解明

S1、S2 モデルの拡張として、Sn モデルが考えられる。例えば、S3 の場合は背景場として S3 の中心にインスタントン配位を用意すればよいと予想されている。インスタントンは非可換ゲージ理論の(トポロジカルな)古典解で、そのために必然的に群の非可換構造がモデルの中に組み込まれる。S1、S2 モデルには群 U(1)の可換構造しか入っていないのでこれらの単純な拡張とはなっていない。この非可換性が、相転移や真空配位の構造にどのような影響を及ぼすのか興味を持たれる。

### (3) 並進対称性を破った背景場のもとでの物質場の配位の研究

場の真空期待値として kink 的配位や vortex 的配位、あるいはそれらの大きさについてゼロの極限をとった特異点的配位のもとでの物質場の考察をする予定である。これらの配位はトポロジカルに非自明な配位であるため、このような配位を背景場として導入しその上で物質場を考えると非常に興味のある結果が得られると期待している。例えば、フェルミ場を考えると指数定理からゼロモードが現れ、このゼロモードはカイラルフェルミオンを与えることが予想される。このようなカイラルフェルミオンの出現は高次元理論から標準理論を導くときに必要とされる機構である。また、このゼロモードは kink や vortex あるいは点状特異点のまわりに局在することが予想され、その分布関数は他の粒子との結合定数と密接に関係してくるため重要となる。フェルミ場以外にもゲージ場を考えることも重要な意味を持つ。背景場として空間座標に依存する配位を考えているので、ゲージ対称性の破れが引き起こされる可能性がある。このとき、ゲージ場の質量スペクトラムはゲージ対称性の破れのスケールと絡んでくる。したがって、背景場とゲージ対称性の破れ、及び、質量スペクトラムの間の関係を詳しく調べることは現象論への応用を考える際に重要となってくる。

#### (4) 量子補正の解析

上記(3)の研究課題では量子補正は考慮されていない。そこで量子補正を取り入れるとその結果にどのような影響があるのかを明らかにしていきたい。量子補正を考慮する必要があるのは次のような状況である。

##### ・ゲージ場に対する量子補正

余剰次元方向のゲージ場の成分に対する量子補正は一般に重要である。なぜなら、余剰次元方向のゲージ場に対するポテンシャル項が一般に tree レベルでは含まれておらず量子補正によって現れる可能性があるからである。(この例はゲージ対称性の破れの機構の一つである細谷機構で良く知られている。) つまり、量子補正によって新たなポテンシャル項が現れ、余剰次元方向のゲージ場が非自明な配位をとることがあり得るのである。これだけでなく、電荷などチャージを持っている場が座標に依存した真空配位を持った場合、その影響が逆にゲージ場へ跳ね返る。つまり、バックリアクションの効果を取り入れた計算を行う必要がある。これも重要な量子補正を生じると期待される。

##### ・質量スペクトラムへの量子補正

通常は質量スペクトラムへの量子補正は小さいと思われるが、この研究課題で議論する予定である「階層性問題の解決の新しい機構」に対しては量子補正の影響を調べることは重要である。この機構では二つの大きく異なる質量スケールを自然に与えることに成功したが、あくまでも tree レベルでの結果である。一般的に量子補正は大きなスケールのオーダーで現れるので、小さい方のスケールが量子補正のもとで安定かどうか自明ではない。確かめるべきことである。もし、安定であるとすれば超対称性以外の階層性問題の解決の機構を与えることになる。

##### ・低エネルギー有効理論としての安定性

余剰次元をもつ高次元理論はくり込み可能でないで、その理論は適用限界を持った低エネルギー有効理論と見なすべきであろう。しかしながら、低エネルギー“有効理論”として得られた結果が量子補正のもとで本当に意味を持つかどうかは慎重に議論されねばならない。量子補正が低エネルギー有効理論としての有効性を壊さないかをチェックしておく必要がある。この視点での量子補正の影響については他の文献等でも詳しく調べられていないので、その点について調べていきたい。

#### (5) 高次元ゲージ理論に基づく現象論的模型への応用

余剰次元方向に並進対称性の破れの機構を組み込んだ高次元超対称性模型は下に述べる現象論的に重要な機構を内在しうることが我々の研究で明らかになっている。

- ・超対称性の自発的破れ
- ・ヒッグス粒子を伴わないゲージ対称性の破れ
- ・階層性問題の解決の機構
- ・カイラルフェルミオンの存在

これらの性質は上で述べた研究課題(1)-(4)と密接に関係しており、それらの課題の進展によってはさらに現象論的に望ましい性質が明らかになると期待できる。最終的には現象論的模型の構築を目指したいが、少なくとも我々が取るアプローチの問題点、あるいは、利点を明確な形で示したい。

#### 4. 研究成果

(1) 素粒子理論における重要な階層性問題の解決としては超対称性が提案されているが、我々は超対称性を導入することなしに階層性問題を解決する可能性を探った。その結果、高次元時空を考えることにより、余剰次

元方向に境界条件を適切に課すことによって量子補正の一部に相殺が起こり、それによって階層性問題の解決の可能性が見いだされた。

(2) 上記の研究とは別に、高次元重力理論における隠れた構造についての解析が行われた。この研究では、非自明な背景時空をもつ高次元重力理論(Randall-Sundrum 模型)を考え、その理論を4次元時空の観点から、高次元重力理論のもつ一般座標変換の対称性がどのように見えるかを明らかにした。この研究から、高次元の一般座標変換の対称性は4次元時空の観点では、量子力学的超対称性として実現されていることがわかった。

(3) 有限温度での高次元ゲージ理論には、ゲージ対称性の破れの起源となりうる秩序パラメータが2種類存在している。ひとつは余剰次元方向のゲージ場の真空期待値であり、もうひとつは温度方向のゲージ場の真空期待値である。これらの期待値の振る舞いを調べるために、様々な物質場のもとでの1ループ近似の有効ポテンシャルを計算し、真空構造について詳しく解析した。我々の解析によって、ゲージ対称性の破れは一般的に余剰次元方向のゲージ場の真空期待値によってのみ引き起こされることが示された。この結果は、場の境界条件がゲージ対称性の破れに対して重要な役割をしていることを示している。

(4) 2006年度の研究で我々は、高次元のゲージ理論は4次元スペクトラムに量子力学的N=2超対称性が隠れていることを明らかにし、この超対称性の起源は高次元ゲージ対称性であることを示した。2007年度は高次元ゲージ理論の解析を5次元重力理論へ拡張し、ゲージ理論の場合と同様に4次元スペクトラムに量子力学的N=2超対称性が存在していることを明らかにした。この超対称性の起源は、ゲージ場のときとは違って、高次元の一般座標変換不変性に基づくものであることが示された。また、重力理論の場合は、N=2超対称性量子力学系が2つ組み込まれており、4次元スペクトラムが3重縮退をしていることも明らかとなった。また、この高次元ゲージ/重力理論を量子化するための第一歩として、4次元ゲージ理論におけるR $\xi$ ゲージに相当するゲージ固定項を見つけることに成功し、作用における場の2次の形を詳しく調べ、物理的でないモードが正しく相殺していることを大域的な(超対称性的な)不変性を見つけることによって示した。さらに、最低次での重力子の交換による振幅を計算することによって、ゲージパラメータ $\xi$ の依存性がないことを具体的に確かめた。

(5) これまでの研究で我々は、5次元ゲージ理論および重力理論の4次元スペクトラムに量子力学的N=2超対称性が隠れていることを明らかにし、この超対称性の起源は高次元ゲージ対称性/一般座標変換不変性であることを示した。2008, 2009年度は、より拡張したKarch-Randall 5次元重力理論に対して解析し、2種類の量子力学的N=2超対称性の存在、ゼロモードの4次元宇宙定数依存性、場の2次の作用における大域的超対称的不変性の存在等を見いだした。また、4次元スペクトラムに現れた量子力学的N=2超対称性は、半無限の量子力学系の階層構造を背後に持つことが明らかになった。超対称性と余剰次元の境界条件の間の無矛盾性を詳しく考察することによって、高々3つの連続する量子力学系が超対称性で結ばれうることを証明した。この結果は、質量を持たないスピン3以上の理論が存在しないという予想を裏付けるものとして興味深い。

(6) 2007年度で有限温度での高次元ゲージ理論の解析を行ったが、2008, 2009年度はそれをさらに発展させた研究を行った。一般的な物質場と結合した高次元ゲージ理論の1ループ近似での有効ポテンシャルを求め、3つの異なる表式に表すことに成功した。それぞれの表式は、高温近似、低温近似、数値解析に適しているものである。これらの表式を用いて、低温側と高温側での真空構造を解析した結果、低温側では温度T=0とした高次元理論の真空が実現され、高温側ではフェルミオンの寄与はなくなり温度方向の次元がなくなった1次元下がった理論での真空が実現されることがわかった。この結果から、高次元時空ではゲージ対称性の破れは予想に反して一般に高温でも起こりうること、あるいは、高温でも対称性の回復が起こらない場合があることが明らかとなった。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計15件)

(1) High Temperature Symmetry Nonrestoration and Inverse Symmetry Breaking on Extra Dimensions, Makoto Sakamoto and Kazunori Takenaga, Phys. Rev. D80:085016, 2009, 査読有り.

(2) Strong Coupling Quantum Einstein Gravity at a z=2 Lifshitz Point, Makoto Sakamoto, Phys. Rev. D79: 124038,

2009, 査読有り.

(3) Particle Propagation on a Circle with a Point Interaction,  
Satoshi Ohya and Makoto Sakamoto,  
J.Phys.A42: 275301, 2009, 査読有り.

(4) Hierarchy of QM SUSYs on a Bounded Domain,  
Tomoaki Nagasawa, Satoshi Ohya, Kazuki Sakamoto, Makoto Sakamoto and Kosuke Sekiya, J.Phys.A42:265203, 2009, 査読有り.

(5) No-Go Theorem of Leibniz Rule and Supersymmetry on the Lattice,  
Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto and Hiroto So, PoS LATTICE2008:233, 2008, 査読無し.

(6) Taming the Leibniz Rule on the Lattice,  
Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto and Hiroto So, JHEP 0805:057, 2008, 査読有り.

(7) Gauge-Fixing and Residual Symmetries in Gauge/Gravity Theories with Extra Dimensions,  
C. S. Lim, Tomoaki Nagasawa, Satoshi Ohya, Kazuki Sakamoto and Makoto Sakamoto, Phys. Rev. D77:065009, 2008, 査読有り.

(8) Supersymmetry in 5d gravity,  
C. S. Lim, Tomoaki Nagasawa, Satoshi Ohya, Kazuki Sakamoto and Makoto Sakamoto, Phys. Rev. D77:045020, 2008, 査読有り.

(9) Multi-Higgs Mass Spectrum in Gauge-Higgs Unification,  
Kentaro Kojima, Kazunori Takenaga and Toshifumi Yamashita,  
Phys. Rev. D77:075004, 2008, 査読有り.

(10) On Gauge Symmetry Breaking via Euclidean Time Component of Gauge Fields,  
Makoto Sakamoto and Kazunori Takenaga, Phys. Rev. D76:085016, 2007, 査読有り.

(11) Large gauge hierarchy in gauge-Higgs unification,  
Makoto Sakamoto and Kazunori Takenaga, Phys. Rev. D75:045015, 2007, 査読有り.

(12) Two Loop finiteness of Higgs mass and potential in the gauge-Higgs unification,  
Y. Hosotani, N. Maru, K. Takenaga and Toshifumi Yamashita,  
Prog. Theor. Phys. 118:1053-1068, 2007, 査読有り.

(13) Leibniz rule and exact supersymmetry on lattice: A Case of supersymmetrical quantum mechanics,  
Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto and Hiroto So, PoS LAT2005:274, 2006, 査読無し.

(14) Bulk Mass Effects in Gauge-Higgs Unification at Finite Temperature,  
Nobuhito Maru and Kazunori Takenaga, Phys. Rev. D74:015017, 2006, 査読有り.

(15) Effects of bulk mass in gauge-Higgs unification,  
Nobuhito Maru and Kazunori Takenaga, Phys. Lett. B637:287-294, 2006, 査読有り.

[学会発表] (計 11 件)

(1) 大谷 聡、Exact RG flow of point interactions in one dimension, 日本物理学会、2010年3月22日、甲南大学。

(2) 坂本真人、アインシュタイン量子重力理論の強結合領域におけるLifshitz点, 日本物理学会、2009年9月12日、甲南大学。

(3) 竹永和典、High temperature inverse symmetry breaking and symmetry non-restoration with extra dimensions, 日本物理学会、2009年9月11日、甲南大学。

(4) 大谷 聡、Particle propagation on a circle with a point defect, 日本物理学会、2009年3月30日、立教大学。

(5) 宗博人、格子超対称性、ライブニッツ則および結合則, 日本物理学会、2008年9月20日、山形大学。

(6) 竹永和典、高温極限での細谷機構の振る舞い, 日本物理学会、2008年9月20日、山形大学。

(7) 大谷 聡、Hierarchy of quantum mechanical supersymmetries and its application to compactified field theory, 日本物理学会、2008年9月20日、山形大学。

(8) 阪本和紀、Hidden SUSY structure in 5d gravity, 日本物理学会、2008年3月26日、近畿大学。

(9) 坂本真人、格子超対称性の行列表示, 日本物理学会、2007年9月21日、北海道大学。

(10) 竹永和典、ゲージ場のユークリッド時間成分によるゲージ対称性の破れ, 日本物理学会、2007年9月22日、北海道大学。

(11) 大谷聡、Gauge Fixing and Residual SUSY-like Symmetries in 5d Gravity, 日本物理学会、2007年9月23日、北海道大学。

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

坂本 真人 (SAKAMOTO MAKOTO)  
神戸大学・理学研究科・助教  
研究者番号：30183817

### (2) 研究分担者

谷村 省吾 (TANIMURA SHOGO)  
京都大学・情報学研究科・准教授  
研究者番号：90273482

竹永 和典 (TAKENAGA KAZUNORI)  
熊本保健科学大学・保健科学部・准教授  
研究者番号：50379294

### (3) 連携研究者