

平成 21 年 5 月 19 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18540291

研究課題名（和文）超新星爆発計算のための現実的核力に基づく  
核物質状態方程式の作成研究課題名（英文）The nuclear equation of state for supernova simulations  
based on the realistic nuclear forces

研究代表者

鷹野 正利 (TAKANO, Masatoshi)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：00257198

研究成果の概要：

超新星爆発シミュレーションに適用可能な核物質状態方程式を、現実的核力から出発した多体計算に基づいて作成する事を目指し、その基礎となる研究を行なった。まず、絶対零度および有限温度一様核物質の状態方程式を、変分法により作成した。そしてこの結果を用いて、原子核の質量および大きさに関する大局的経験値を再現するような、非一様核物質状態方程式作成方法を構築し、中性子星クラスト領域の非一様核物質状態方程式を作成した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,200,000	0	1,200,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	480,000	3,280,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：核物質状態方程式、変分法、中性子星、超新星爆発

## 1. 研究開始当初の背景

近年、超新星(SN)爆発に代表されるような、高エネルギー天体現象の研究において、高温高密度核物質状態方程式(EOS)の果たす役割は重要になっている。しかし、それらの天体現象に対する流体数値シミュレーションに適用可能な核物質 EOS の研究は、まだ発展途上にある。例えば SN 数値シミュレーションにおいては、非常に幅広い密度、温度、陽子混在度における核物質の熱力学量が必要とされる。従って、それらを完備する EOS の作成は容易ではなく、現状、SN 数値シミュレーションに適用可能な EOS のセットは、

主に 2 種類しかない。

一つは Lattimer and Swesty による圧縮性液適模型に基づく EOS であり、もう一つは Shen らによる相対論的平均場近似に基づく EOS である。特に Shen-EOS は多くの天体現象のシミュレーションに利用され、この分野での核物質 EOS の標準となりつつある。

しかし、この 2 種類の EOS はいずれも原子核の現象論的模型に基づくので、高密度状態における核物質の硬さ等を、より詳細に議論するために、現実的核力から出発した第一原理的多体計算に基づく核物質 EOS を、それら天体現象の数値シミュレーションに適

用する事が望まれている。

## 2. 研究の目的

以上の状況を踏まえ、現実的核力から出発した多体変分計算により、SN 爆発シミュレーションに適用可能な核物質 EOS を作成する事を目的とする。

## 3. 研究の方法

前述の通り、SN爆発の際、その物質の密度や温度は非常に幅広い領域に渡って変化し、また陽子混在度  $Y_p$  も大きく変化する。

特に、飽和密度以上の高密度状態において、核物質は一様分布をし、逆に低密度状態では、核子はクラスターを形成して非一様に分布する。 $Y_p$  が小さくなると中性子は全領域に分布するが、陽子の局在領域では中性子の密度も高くなるような、非一様性を示す。さらに高温状態では、核子のガス相へと変化する。

これらの各相を記述するために、主に Shen-EOS の処方踏襲して、以下の手順で核物質 EOS を作成する。

### (1) 一様核物質 EOS の作成

まず、高密度状態での一様核物質 EOS を作成する。現実的な 2 体核力として AV18 ポテンシャルを、3 体核力として UIX ポテンシャルを用いた核物質ハミルトニアンから出発して、変分法を用いて、絶対零度および有限温度核物質の(自由)エネルギーを求める。

### 絶対零度一様核物質 EOS の作成

はじめに核物質ハミルトニアンを、2 体力だけを考慮した 2 体ハミルトニアンと、3 体力からなる 3 体ハミルトニアンに分割する。

そして、Jastrow 型波動関数を用いて、2 体ハミルトニアンの期待値を 2 体クラスター近似で表し、それを絶対零度一様核物質の 2 体エネルギーとする。

ここで Jastrow 型波動関数は、2 核子のスピン・アイソスピンに依存する中心力型、テンソル型、スピン・軌道力型相関関数を含み、それらによって 2 体エネルギーのポテンシャルエネルギー成分 (AV18 のアイソスカラー部分である、スピン・アイソスピンに依存する中心力、テンソル力、スピン・軌道力、 $L^2$  依存力、2 次のスピン・軌道力の、計 14 個の成分の寄与) と運動エネルギー成分 (核子の 1 体運動から生じるエネルギーと、粒子間相関から生じる運動エネルギー) が記述される。

このエネルギー表式に基づき、各種相関関数について 2 体エネルギーを最小化するために、Euler-Lagrange 方程式を解く。

この際、粒子数保存を意味する、拡張され

た Mayer 条件と、粒子間相関の生じる粒子間距離を制限する healing distance 条件を考慮する。特に後者において、healing distance は、各種相関関数の全てに対して共通であり、核子間平均距離に比例すると仮定する。ここで比例定数は、対称核物質に対する 2 体エネルギーが、より詳細な変分計算法である Fermi Hypernetted Chain (FHNC) 計算法を用いた Akmal, Pandharipande and Ravenhall (APR) の多体計算結果と一致するように選ぶ。

次に 3 体エネルギーを作成する。この際、2 体核力に比べ 3 体核力の不定性が大きい事も考慮し、以下の方法を採用する。

まず UIX ポテンシャルが 2 交換項と斥力項から成る事に注目し、両者に対応する 3 体ハミルトニアン部分の Fermi gas 波動関数による期待値を求め、それらの線形結合に補正項を加えて、3 体エネルギーを構築する。そして、この 3 体エネルギーに上述の 2 体エネルギーを加えて、全エネルギーとする。

ここで 3 体エネルギーに含まれる線形結合係数および補正項に含まれるパラメータ (計 4 個) は、得られた全エネルギーが飽和点での経験値 (飽和密度、飽和エネルギー、対称エネルギー、非圧縮率) を再現するように決定する。

さらにこの方法を拡張し、陽子混在度が任意である非対称核物質のエネルギー計算を行なう。

### 有限温度一様核物質 EOS の作成

Schmidt and Pandharipande (SP) の方法を踏襲し、核物質の自由エネルギーを近似的内部エネルギーと近似的エントロピーによって表現する。

ここで近似的内部エネルギーは、絶対零度におけるエネルギー計算方法と類似の方法によって求める。すなわち、まず有限温度 Jastrow 型波動関数を用いた 2 体ハミルトニアンの期待値の 2 体クラスター近似で、有限温度 2 体エネルギーを求め、さらに 3 体エネルギーを加える。

ここで有限温度 Jastrow 波動関数において、各種相関関数は絶対零度の場合と同じであると仮定し、一方単一粒子波動関数部分では、絶対零度の場合と異なって、その単一粒子準位平均占有確率を Fermi 分布で表現する。この平均占有確率は単一粒子エネルギーによって特定され、それは核子の有効質量によってパラメータ化される。

また、3 体エネルギーは、その温度効果が小さいと考えられるため、絶対零度の場合の値を採用する。

さらに、近似的エントロピーは、有限温度 Jastrow 波動関数に含まれる Fermi 分布の平均占有確率を用いて表現する。

そして、全体の自由エネルギーを平均占有確率に含まれる有効質量について最小化する事で、自由エネルギーを決定する。

## (2) 非一様核物質 EOS の作成

次に、低密度領域における非一様核物質の EOS を作成するために、Shen-EOS の方法を踏襲し、Wigner-Seitz (WS) セル内で球対称に分布する核子系のエネルギーを、Thomas-Fermi (TF) 近似を用いて計算する。

ここで、TF 計算結果の信頼性を向上させるため、絶対零度低密度極限に注目する。ここでは通常の孤立した原子核を扱う事に相当するので、それらの実験値を再現するように、3体力エネルギーに関連するパラメターの微調整を行なう。

### 孤立した原子核に対する TF 計算

Shen-EOS らの方法を拡張した TF 近似に基づき、様々な原子核の結合エネルギーを、大局的項、密度勾配項、クーロン項の和として表現する。

大局的項は、(1) で求めた一様核物質のエネルギーに基づくエネルギー密度を、核子密度分布に対応させて体積積分する事で求める。密度勾配項は、核子密度分布の動径微分の自乗に比例する項として定義し、比例係数は調節パラメターとして扱う。クーロン項は陽子の密度分布から生じるクーロンエネルギー直接項として評価する。

ここで陽子・中性子数密度分布は球対称であるとして、その動径方向の関数形を仮定し、主に原子核半径、中心密度、表面の厚さを表現するパラメターを導入する。

そして原子核の結合エネルギーを、核子密度分布に関するパラメターで最大化する事により、この TF 近似での最適な密度分布、および結合エネルギーを求める。

この際、計算された 安定な原子核が、その陽子数、質量、root-mean-square (RMS) 電荷半径について、経験値を良く再現するように、結合エネルギー表式の大局項に使われる一様核物質エネルギーの中の、3体力エネルギーに含まれる 4 個のパラメターを微調節する。また同時に、密度勾配項の比例定数の最適化も行なう。

### 中性子星クラストに対する TF 計算

絶対零度の 安定な非一様核物質に対する核物質 EOS を作成する。これは中性子星クラストの EOS を作成する事に相当する。

中性子星クラストは非一様分布の核子と相対論的電子ガスから成る。電子ガスは一様分布する相対論的 Fermi 気体と近似する。陽子はクラスターを形成し、このクラスターは BCC 格子状に配列する。一方中性子は、中性子星クラストの外殻領域では、陽子と同様に

局在化するが、内殻領域では中性子過剰のため、核子クラスター(すなわち「原子核」)からドリップした非束縛中性子も存在する。

この状況を TF 近似で表現するために、WS 近似を採用する。WS セルの中央に球対称の「原子核」が存在するとし、その密度分布関数は、の孤立した原子核の場合に用いた関数形と矛盾しないように、また内殻において、「原子核」外の非束縛中性子の存在も考慮するように設定する。

そして、平均バリオン数密度  $n_B$  が与えられた時、この核子分布関数に含まれるパラメターについて、クーロン格子エネルギー補正も含めた WS 単位格子内の全エネルギーを最小化する事で、中性子星クラストのエネルギーと核子密度分布を決定する。

## 4. 研究成果

### (1) 一様核物質 EOS

#### 絶対零度一様核物質 EOS

まず、2体力エネルギーを変分法により求めた結果、本研究で得られた対称核物質および中性子物質のエネルギーは、APR 計算結果と非常に良く一致した。

この事は、本研究で提案した healing distance の条件が有効に機能し、本研究で得られた 2 体エネルギーの信頼性を大きく向上させた事を意味する。

次に、3体力エネルギーまでを考慮した全エネルギー  $E/N$  は、対称核物質と中性子物質それぞれにおいて自然な振舞いを示し、密度  $\rho$  の関数として、APR の結果との大きな食い違いは見られなかった(図 1)。

さらにこの核物質 EOS を用いて中性子星の解を求め、その最大質量が太陽質量の約

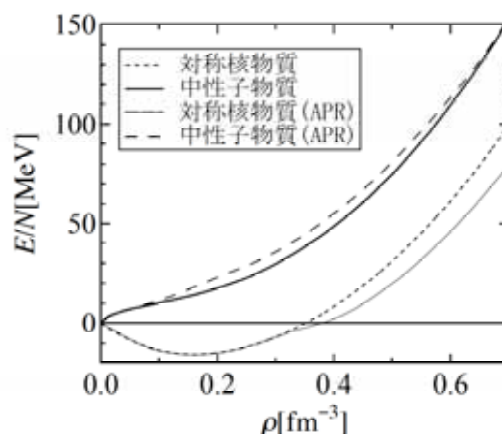


図 1 : 絶対零度核物質のエネルギー

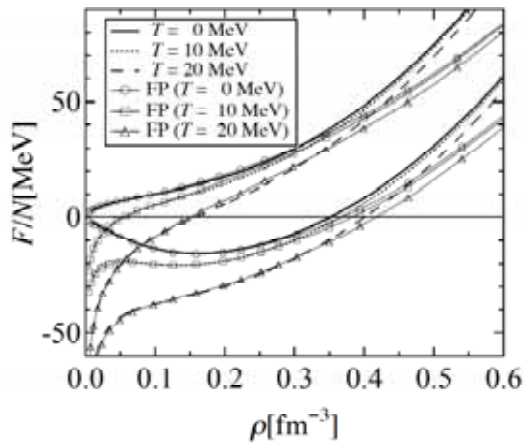


図2：有限温度核物質のエネルギー

2.2 倍となる事が分かった。

### 有限温度一様核物質 EOS

対称核物質と中性子物質に対して計算された自由エネルギー  $F/N$  を、有限温度 FHNC 変分計算の代表例である Friedmann and Pandharipande (FP) の結果と比較したところ、低密度領域で両者の良い一致が見られた。高密度領域では、本研究計算結果の方が高くなったが、これは主に絶対零度核物質の硬さの違いによる(図2)。

次に、計算された自由エネルギーから、熱力学的関係式を用いて、内部エネルギーやエントロピー、圧力等の熱力学量を求めた。それらの振舞いは FP の結果と近い事が分かった。さらに、こうして得られた内部エネルギーとエントロピーを、本変分計算において自由エネルギーを求める際に用いた近似的内部エネルギー、近似的エントロピーと比較し、両者が良く一致する事、すなわち本変分法が自己無矛盾の結果を与えている事が確認された。圧力の密度依存性から得られた臨界温度は約 18 MeV であり、他の研究による結果に近い値が得られた。

### (2) 非一様核物質 EOS

#### 孤立した原子核に対する TF 計算

一様核物質のエネルギーの中の 3 体エネルギーに含まれるパラメータを微調節したところ、経験的な安定核の質量、RMS 電荷半径、安定核の原子番号について、それらを良く再現する事に成功した。

パラメータ微調節後の EOS を用いて、様々な原子核に対する TF 計算を行なったところ、原子核質量計算値は、その実験値が分かっている 2219 核種と比較して、その誤差が 3.09 MeV となった。これは本研究の TF 計算結果が、液滴模型に基づく Weizsäcker-Bethe の半経験的原子質量公式と同程度の精度であ

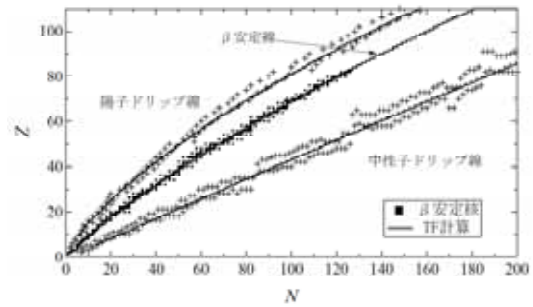


図3：TF 計算による 安定線とドリップ線

る事を意味する。また計算された 安定線は、核図表における 安定核の位置を良く再現し、中性子・陽子ドリップ線も、より精密な原子質量公式の予測と合う(図3)。さらに、 $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  の電荷分布実験値も良く再現し、原子核の質量、半径の大局的性質を再現する TF 計算と核物質 EOS の作成に成功した。

#### 中性子星クラストに対する TF 計算

上記のパラメータ調節後の EOS を用いて、中性子星クラストに対する TF 計算を行なった。

外殻領域に出現すると考えられる核種は、質量公式を用いた Baym, Pethick and Sutherland (BPS) の外殻核種計算結果の大局的な傾向を再現した。中性子ドリップが起こる臨界密度は  $2.6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  であり、これも BPS の計算結果に近い。

内殻領域における「原子核」の陽子数を、Hartree-Fock 計算に基づく Negele and Vautherin (NV) の結果と比較したところ、本研究結果は NV の結果の大局的性質を良く再現した。さらに Shen-EOS の結果と比較したところ、本計算結果は Shen-EOS の値より有意に大きくなる事がわかった(図4)。この原因は、TF 計算で用いる一様核物質エネルギーにおける対称エネルギーの違い、特にその密度依存性の違いにある事がわかった。

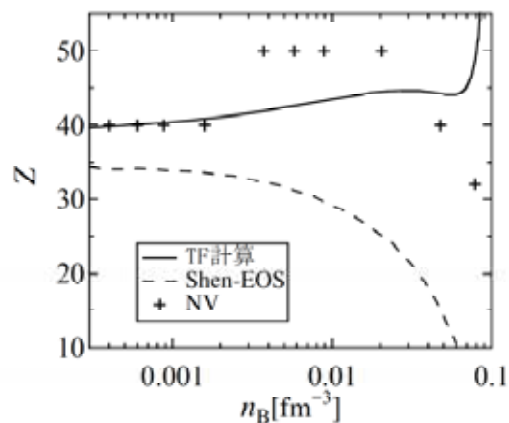


図4：中性子星内殻での「原子核」の陽子数

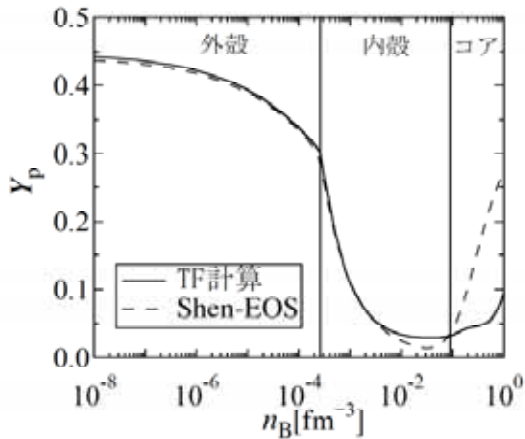


図5：中性子星内部の陽子混在度

さらに、クラストとコアの中性子星内部全領域について、その陽子混在度  $Y_p$  を計算したところ、本計算結果は内殻領域でShen-EOSより高い値であり、一方コア領域ではShen-EOSより低い値になる等、両者の間に有意な違いが見られた。この主な原因も、一様核物質エネルギーの対称エネルギーの違いである(図5)。

さらに、中性子星クラストのEOSを用いて、中性子星内部の核子密度分布の計算も行った。(上記成果に関する論文を投稿中)

### (3) まとめ

現実的核力から出発したSN爆発計算用核物質EOSの作成を目指し、まず、その基礎となる一様核物質EOS(絶対零度および有限温度)を多体変分計算によって作成し、その妥当性を検証した。次に、3体核力の不定性を利用したパラメータ微調整により、TF計算で孤立した原子核の大局的性質を良く再現した。そして絶対零度安定非一様核物質である中性子星クラストのEOSを作成した。

これにより、本来の目的であるSN爆発計算用核物質EOSの作成方法をおおよそ確立した事となる。中性子星クラストへの適用の成功は、この方法の妥当性を裏付けた。さらにShen-EOSとの違いも具体的となり、その原因が一様核物質エネルギー、特に対称エネルギーの密度依存性である事が判明した。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

1) M. Takano, H. Kanzawa, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, "Variational calculation for the nuclear equation of state toward

supernova explosions", Mod. Phys. Lett. A23 (2008) 2455. 査読無

2) H. Kanzawa, K. Oyamatsu, K. Sumiyoshi and M. Takano, "Equation of State of Nuclear matter and the Nuclear Three-Body Force", AIP conf. Proc. 1011 (2008) 287. 査読有

3) H. Kanzawa, K. Oyamatsu, K. Sumiyoshi and M. Takano, "Variational calculation for the equation of state of nuclear matter at finite temperatures", Nucl. Phys. A791 (2007) 232. 査読有

[学会発表](計18件)

1) 鷹野正利, 神沢弘明, 親松和浩, 住吉光介, 「クラスター変分法による非対称核物質状態方程式の研究」日本物理学会、立教大学 2009年3月

2) M. Takano, H. Kanzawa, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, "Variational Calculations of the Equation of State of Nuclear Matter", The 14th International Conference on Recent Progress in Many-Body Theories, Balcerona, Spain, July 16-20, 2007.

3) M. Takano, H. Kanzawa, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, "Variational calculation for infinite nuclear matter at finite temperature" In Heaven and on Earth 2006, The nuclear equation of state in astrophysics, Montreal, Canada, July 5-7, 2006.

### 6. 研究組織

#### (1) 研究代表者

鷹野 正利 (TAKANO MASATOSHI)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：00257198

#### (2) 研究分担者

なし

#### (3) 連携研究者

親松 和浩 (OYAMATSU KAZUHIRO)

愛知淑徳大学・現代社会学部・教授

研究者番号：10262883

住吉 光介 (SUMIYOSHI KOHSUKE)

沼津工業高等専門学校・教養科・准教授

研究者番号：30280720

山田 章一 (YAMADA SHOICHI)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：8025140