

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18540364

研究課題名 (和文) 柔らかな移動境界を持つ流体系の大変形ダイナミクス

研究課題名 (英文) Dynamics of largely deformed fluid with moving boundary

研究代表者

早川 美德 (HAYAKAWA YOSHINORI)

東北大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：20218556

研究成果の概要：

蜂蜜をトーストに垂らした際などに見られる、境界が大きく変形することのできる流体が呈する折りたたみやコイル化の現象は、従来、定量的な取り扱いが困難であった。本研究では、粒子法と呼ばれる新しい数値計算手法をこの問題に適用するとともに、流体ロープの挙動を仮想的な紐の運動として記述する新しいモデルを提案し、コイル化条件など、実験的に知られている結果を再現することに成功した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	900,000	0	900,000
2007 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	720,000	4,020,000

研究分野：非線形動力学

科研費の分科・細目：物理学 ・ 数理物理・物性基礎

キーワード：粘性流体、大変形、座屈、コイル化、移動境界

1. 研究開始当初の背景

スプーンにすくった蜂蜜を流量が一定になるように注意しながらパンの上に垂らすと、蜂蜜の「ロープ」は振動を始め、じきにコイル状になる。こうした流体の不安定現象は誰もよく目にするものの、基礎方程式から出発してこうしたダイナミクスを理解することは未だに困難である。

流体の折りたたみ過程についての理論的な研究は、低レイノルズ数領域での振動のオンセットの線形安定性解析、およびコイルの

振動数が大きい極限でのスケーリング則 (次元解析) が提案されているのみである。また、大胆な単純化を経ずに、基礎方程式を解くことで数値シミュレーションが可能なのは、定常的な流れが仮定できる場合に限定されており、ロープのダイナミクスを追跡できるようなモデルは提案されていなかった。つまり、低レイノルズ数で比較的乱れが小さいと思えるこうした系であっても、その動態を再現する手法は未開発であった。解析を困難にしている大きな理由の一つは、言うまでもなく、移動する (あるいは柔らかな) 境界条件に

る。

2. 研究の目的

このような自由境界を持つ流体の取り扱いを比較的簡単に行うことのできる数値解析手法として、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) やMPS (Moving Particle Semi-implicit) など、いわゆる粒子法が最近各方面で使われるようになってきた。

粒子法は、局所平衡が成立する程度のスケールの流体粗片の運動を、仮想的なトレーサ粒子 (流体粒子) を用い、ラグランジュ描像で追跡するもので、流体をあたかも粉体のように扱う方法である。粒子それぞれは状態方程式に従う内部自由度 (圧力等) を持ち、それらに適切な多体相互作用を導入することで、全体として正しく流体方程式を記述するように、粒子の運動が決定される。

ところが、こうした粒子法のスキームは、そもそも流体粒子の局所的な等方性や一様性を仮定して組み立てられており、流体内部では正しく流体の運動を記述するものの、自由表面や相境界などでの記述の妥当性については定量的な検討は成されていない。加えて、運動過程で不可避免的に発生する流体粒子配置の揺らぎ (乱れ) によって、従来の数値計算手法では問題とならなかった統計的な誤差が生じる問題もある。

そこで、研究開始当初は、解析ツールとして、この粒子法の手法を、この流体ロープのコイル化などの現象に適用する方法と、その妥当性を検討することをまず目指し、まず、

(1) 柔らかな境界を正しく記述するための粒子法スキームを開発し、定量的な信頼性の評価を行い、その適用限界を明らかにすること

を当初の目標に設定した。

流体のコイル化や折りたたみには、本来、非定常的な現象で、かつ、系の自由度が大きいため、既存の理論やモデルでは、流体ロープの変形が微小である場合や、ロープの太さがロープの長さ方向の曲率に比べて十分小さく、かつ、定常的な流れを想定できるような場合に、取り扱いが限定されていた。そのため、数値解析のデータ等を手がかりに、少数の自由度 (例えばロープの中心軸の運動等) を抜き出し、有限の変形ダイナミクスまで記述できるような、より見通しのよい縮約化の道筋を探ることが必要と考えた。このことを踏まえ、

(2) 柔らかい境界を持つ流体のダイナミクスを非線形領域まで追跡し、その縮約化され

た数値モデルを開発するとともに、乱れの様態を明らかにすること

を本研究の最終的な目標とした。

3. 研究の方法

大変形する流体ロープの挙動を定量的に解析するツールとして、まず、SPH 法およびMPS 法によるシミュレーションコードの開発を行った。両手法を比較したところ、MPS 法は、この系に適用する際に数値的な安定性の点でより困難が大きいことが判ったため、その後の開発は専ら SPH 法を基本として行った。

一般的な条件化では流体ロープの運動に対する表面張力の寄与は十分に小さいと見積もられるので、表面張力効果は無視し、流体粒子数 (差分の代表点の数に相当) が数万個程度に限定すると、市販のコンピュータによる数値実験は十分可能であることが確認され、流体の粘性等のパラメータを調整することによって、直線上のロープが、ある粘性以下では座屈し、コイル状に振動運動を始める様子が定量的に再現できることを確認した (図1)。

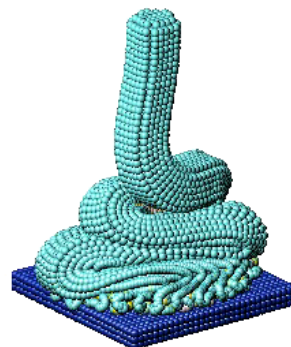


図1 : SPH 法でシミュレーションした流体ロープの座屈とコイル化の様子。

次に、流体ロープの非定常的なダイナミクスを理解するため、少数の自由度で系の挙動を記述できる運動方程式の導出を試みた。流体のロープの座屈やコイル化は、弾性的な棒や板の座屈とは異なり、粘性流体の壁との衝突による運動量変化とそれに伴う流体運動を、適切な境界条件を満たしつつ考慮しなければいけない点で、格段に取り扱いが難しい問題と言える。

しかしながら、流体ロープが十分に細く、断面内での流れが一様と仮定できるような場合には、流体の流れを一次元的な紐の運動として近似することができる。その際に、紐の運動方程式は、

- ・流れ方向の流体の質量保存
- ・紐の横方向の変位の時間発展
- ・縦方向の運動量保存

によって、閉じた形で記述することが可能である。

これによって、これまでは数値的にも扱うことが難しかった流体ロープの運動を、非常に簡便に数値計算や解析計算によって取り扱うことが可能となった（我々はここで得られた新しいモデルを”bending-filament model”と名付けた）。

4. 研究成果

本研究で導入した流体ロープのモデル方程式を数値解析することによって、ロープが座屈してコイル化する条件を、レイノルズ数、フルード数、無次元化されたロープの高さをパラメータとして求め、ロープの挙動についての相図を得た。

ロープの運動を記述する偏微分方程式を数値的に解くことによって、種々の初期条件や摂動に対する流れの安定性を確認することが可能であり、粘性がある臨界的な値よりも小さくなると、直線的な流れが不安定化し、振動（コイル）状態へと転移する様子が確認された。

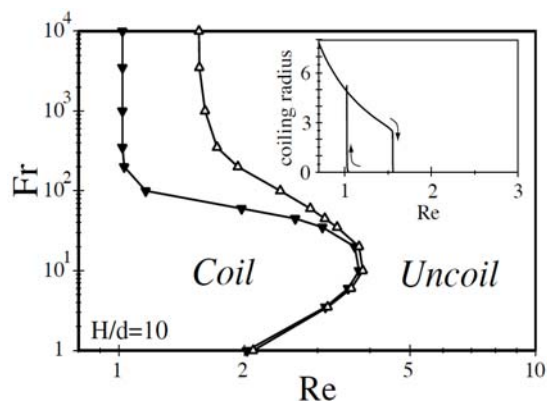


図2：コイル転移の相図。Reはレイノルズ数、Frはフルード数。Hはロープの高さ、dはロープの径。

数値計算の結果から、一般的な条件でコイル化が生じる臨界レイノルズ数は凡そ2で、これは実験ともよく整合する。フルード数が大きい（相対的に重力の効果が小さい）領域では、コイルの発生にヒステリシスが認められ、系の挙動が一次転移的に切り替わるという結果が得られた（図2）。地球上で重力効果を調整することは困難であるが、このことは、宇宙ステーション中など微小重力下でコイル化を調べることで、日常、我々が目にするものとは異なる挙動が得られる可能性を

示唆している。

ロープがコイル化する際の振動数は、流体を垂らす高さなどに依存することが知られている。モデルの数値解析によって、種々の条件下での振動数を調べたところ、重力効果が小さい場合には、流体の粘性効果による内部応力に起因する座屈が振動数を支配することによって、高さの上昇に伴って振動数がむしろ減少する場合のあることが示された。一方、高さが一定以上になると、蜂蜜を垂らす際などに経験するように、高さの増大につれて振動数も大きくなる領域へと転移する。

また、重力効果が大きい場合は、粘性効果が支配する領域が実質上消えて、振動数が高さの二乗に従うようなスケーリング領域が確認された。

これらの数値実験と平行して、モデル方程式をベースとした理論解析によって、重力が支配的な領域でのスケーリング則を導出し、数値実験の結果をよく説明できることに成功した。

さらに、粘性効果が大きい領域で、流体が壁（床）との衝突によって減速する過程を現象論的に考察することによって、ロープの座屈する位置（高さ）についてのスケーリング則を導いた。

上記に類する系として、流体ロープの座屈とコイル化と同様の実験を、一定速度で動くベルトの上で行ない、ベルト上にステッチ状の種々のパターンが得られたとの実験報告が最近あった。本研究の数値モデルは、もともと、固定された床と流体紐との衝突を記述する目的で考案されたものであったが、床に相当する部分で流体紐に一定のずり応力が加わるよう、境界条件の一部を変更することによって、ベルト上での系の解析にも適用することができた。

系統的な数値実験によって、典型的ないくつかのパターン（コイル状、蛇行状、懸垂曲線状、およびそれらの複合的パターン）が得られることが確認されており、ロープを垂らす高さでズリ速度をパラメータとして、ベルト状に描かれるパターンの相図を得た。

以上のとおり、本研究で導入した流体ロープの数値モデルは、実験で知られている結果の多くを正しく再現できる上に、他で提案されたモデルと異なり、非定常な運動までを解析できる点に特徴がある（雑誌論文①）。

実験では、粘性や重力などのパラメータを連続的に調整することは困難であるので、ここで得た数値モデルの妥当性や適用限界をより厳密に検証するためには、ナビエ・ストークス方程式を直接的に解く方法との比較が成されるべきである。SPH法による流体ロ

ープのコイル化過程のシミュレーションは可能であるものの、空間解像度を上げるために流体粒子数を増やし、さらに、実験とも比較し得る程度にレイノルズ数を下げた場合に、数値的な安定性を担保するために必要な計算ステップが膨大となり、研究期間内には定量的な比較を行う段階までは達することが出来なかった。これらは、今後の課題である。

なお、当初の計画には含まれていなかったが、本研究から派生し、これと深く関係する問題として、金平糖の成長、および単細胞生物の集合体のダイナミクスについても、この研究期間に成果が得られたので、簡単に言及しておきたい。

金平糖の成長では、多数個のショ糖の結晶粒子が高粘性のショ糖溶液の層を纏いながら攪拌され、その途上での結晶化の結果として、よく知られたような角が形成される。

我々は実際に金平糖の育成実験を行い、角の特徴的な長さのスケールの選択過程にフォーカスを当てて、これまで定量的な実験結果が少なかったこの問題を検討した。その結果、表面のショ糖液の層は、界面の安定性を中立化させ、形状変化の緩和時間を長くする働きを演じ、攪拌や充填を繰り返す粒子の履歴として、粒子のサイズに応じたスケールの角が選ばれるのではないかと考えるに至った(雑誌論文③)。

流体層を纏った粒子の接触や剥離、流体の再分配を論ずるには、その数値的な手法として、本研究を通じて開発したSPH法が有力な候補と考えており、それを用いた数値シミュレーションを可能にしたいと考えている。

粒子法的な描像を採ると、生物の群れも、大変形しその境界が複雑に運動する、ある種の流体と捉えることが出来る。事実、群れ運動の流体力学モードを抽出して、流体方程式として記述する試みも国外ではすでに成されている。我々は、こうした群れの例として、よく知られた単細胞生物であるゾウリムシの集合体に注目し、化学走性によってクラスター化するプロセスを、実験と数理モデルの両面から議論した(雑誌論文②)。

ゾウリムシに限らず、多くの群れでは、内部と外部が不連続的に分かれ、境界を定義することができるが、そうした境界は一般に複雑に変形しながら運動する。本研究で取り組んだ流体ロープの解析手法は、一次元的な群れ運動(隊列)の不安定化の理解などに拡張できる可能性が高い。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

①Shin-ichiro Nagahiro and Yoshinori Hayakawa, “Bending-filament model for the buckling and coiling instability of viscous fluid rope”, Physical Review E 78, 025302(R) (2008) 査読有.

② Maiko Ogata, Tsuyoshi Hondou, Yoshinori Hayakawa, Yoshikatsu Hayashi and Ken Sugawara, Adaptation-induced collective dynamics of a single-cell protozoan, Physical Review E 77, 011917 (2008) 査読有.

③ Isamu Sakai and Yoshinori Hayakawa, “Shape Selection of Kompeitoh”, Journal of Physical Society of Japan 75, 104802 (2006) 査読有.

[学会発表] (計 2 件)

①永弘進一郎, 早川美徳, Fluid Rope の Meandering と座屈不安定性, 2008年9月20日、日本物理学会秋季大会 岩手大学.

②永弘進一郎, 早川美徳, 平板に衝突する Liquid Rope の座屈と安定性, 2007年9月21日、日本物理学会秋季大会 北海道大学.

[図書] (計 1 件)

①K. Sugawara, Y. Hayakawa, T. Mizuguchi and M. Sano, Human-Robot Interaction (Chap. 20: Collective Motion of Multi-Robot System based on Simple Dynamics, pp.357-368 を担当), I-Tech Education and Publishing, 522 pages (2007).

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ

<http://seaotter.phys.tohoku.ac.jp>

雑誌記事

早川美徳, 酒井勇, 『金平糖の成長プロセスと形の選択』, 固体物理 42, pp. 305-312 (アグネ技術センター, 2007) .

6. 研究組織

(1) 研究代表者

早川 美德 (HAYAKAWA YOSHINORI)
東北大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：20218556

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし