

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18560058

研究課題名（和文） 高速多重極子展開法に基づく価格評価法の高度  
／非金融デリバティブへの拡張の研究研究課題名（英文） Extension of option pricing algorithms based on the fast multipole  
methods to advanced and non-financial derivatives

研究代表者

山本 有作 (YAMAMOTO YUSAKU)

名古屋大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：20362288

研究成果の概要（和文）：

本課題では、非金融デリバティブ、および新しい資産価格モデルに基づく金融デリバティブに対し、高速・高精度な価格計算手法を開発することを目的として研究を行った。その結果、次の成果を得た。

- (1) Dischel モデルと呼ばれる標準的な気温モデルに基づく天候デリバティブに対し、従来のモンテカルロ法に比べて 10 倍程度高速な新しい価格評価手法を開発した。
- (2) ジャンプ拡散モデルに基づく金融デリバティブに対し、高速多重極子展開法に基づく価格評価手法が適用できることを明らかにした。
- (3) オプション価格評価で用いられる連立線形常微分方程式に対し、行列の指数関数に基づく高速・高精度な数値解法を提案した。

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,700,000	0	1,700,000
2007 年度	900,000	270,000	1,170,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	480,000	3,780,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎

キーワード：金融工学，オプション，数値計算

## 1. 研究開始当初の背景

リスクを評価し、管理する技術としての金融工学は、近年ますますその応用範囲を広げてきた。たとえば、異常気象や天候不順による売上・利益の変動を補償する天候デリバティブ、電力の価格変動のリスクを補償する電力

デリバティブは急速に普及してきた。そのため、これらの新しい金融商品について、その価格を正確に評価し、それに基づき定量的なリスク管理を行う手法の確立が緊急の課題となっていた。一方、株式、債券、為替などの伝統的な金融資産に対しては、従来広く使われてきたブラック・ショールズモデルの限

界が指摘され、経済物理学に基づくモデルなど、新しいモデルに基づく価格評価手法の開発が重要な課題となっていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、最近重要性を増してきた非金融デリバティブ、および新しい資産価格モデルに基づく金融デリバティブに対し、価格評価のための数値計算アルゴリズムを確立することを目的とし、次の3つのテーマについて研究を行った。

- (1) 天候デリバティブをはじめとする非金融デリバティブに対する高速・高精度な価格計算手法の開発
- (2) 新しい資産価格モデルの下での金融デリバティブに対する高速・高精度な価格計算手法の開発
- (3) デリバティブ価格評価問題に対する高性能計算技術の適用可能性の検討

## 3. 研究の方法

我々はこれまで、主にブラック=ショールズモデルの下での金融デリバティブに対し、価格評価のための数値計算法の研究を行い、成果を挙げてきた。特に、計算物理学の分野で発展した高速多重極子展開法の導入により、従来精度の良い価格計算が困難であった離散的経路依存型オプションと呼ばれるクラスのデリバティブに対し、従来法より格段に高速・高精度な価格計算法を開発した。本研究では、この価格評価法を非金融デリバティブおよび新しい資産価格モデルに基づく金融デリバティブに拡張する。

さらに、行列計算および高性能計算の分野で蓄積されてきた様々な数値計算アルゴリズムやその並列化手法について、デリバティブ価格計算への応用可能性を調査することにより、既存の価格評価手法についても高速化の可能性を追求する。

## 4. 研究成果

本研究により、次の成果が得られた。

- (1) 天候デリバティブに対する高速・高精度な価格計算法の開発

最も重要な天候デリバティブとして、ある期間中の気温によって支払金額が決定される気温デリバティブがある。本研究では、Dischel モデルと呼ばれる標準的な気温変動モデルに基づく気温デリバティブに対し、新

しい価格計算手法を開発した。本手法は、支払金額の期待値を2次元の畳み込み積分として表現し、それを高速多重極子展開法を用いて数値的に計算するという考え方に基づいており、従来のモンテカルロ法に比べて高速かつ高精度な価格計算が可能である。典型的な気温デリバティブであるCDDデリバティブに対する評価では、モンテカルロ法に比べて10倍程度高速という結果が得られた。さらに本アルゴリズムを分散メモリ型並列計算機で実行するための効率的な並列化手法についても考案した。本並列化手法は、価格計算に限らず、高速多重極子展開法を用いた様々な案アルゴリズムを分散メモリ型並列計算機上で効率的に並列化するために利用可能である。

- (2) 新しい資産価格モデルに基づく金融デリバティブの価格評価手法の開発

金融デリバティブの価格評価のための資産価格モデルとしては、幾何的ブラウン運動に基づくブラック=ショールズモデルが広く使われてきた。しかし、このモデルは、価格暴落など、資産価格の大変動の確率を実際より低く見積もり過ぎるという問題点がある。そのため、ジャンプ拡散モデル、確率的ボラティリティモデルなど、それに代わる種々の資産価格モデルが提案されている。そこで、これらのモデルに対し、我々が提案した高速多重極子展開法に基づく価格評価手法が適用可能かどうかについて、検討を行った。その結果、ジャンプ拡散モデルに対しては、特殊な高速多重極子展開を行うことで、我々の手法が適用できることを明らかにした。ジャンプ拡散モデルは、下位クラスとして様々なモデルを含むため、その適用範囲は広い。一方、確率的ボラティリティモデルに対しては、状態空間の不均一性が原因となって、適用が困難であることがわかった。

- (3) デリバティブ価格評価に適用可能な連立線形常微分方程式の新解法の開発

デリバティブの価格評価のための数値計算手法としては、価格の満たす偏微分方程式を導き、それを数値的に解く手法もある。この手法は、高速多重極子展開法に基づく手法に比べて精度の面では劣るものの、様々な条件を持つデリバティブに対して適用可能であるという利点を持ち、モンテカルロ法などと同様、広く使われている。そこで、この手法の計算効率を向上させる方式について検討した。従来、偏微分方程式を解くには、空間、時間の両方に対して離散化を行う方法が標準であったが、空間のみに対して離散化を行うことも考えられる。この場合、元の方程式

は連立線形常微分方程式に帰着される。そこで、その解を行列指数関数を用いて解析的に表現し、クリロフ部分空間法を用いてこの行列指数関数を数値的に計算する手法を検討した。モデル問題を用いて提案手法を従来法と比較した結果、高い精度が必要な場合は、提案手法のほうが高速となることを明らかにした。また、提案手法は複数の時刻での解を独立に計算できるため並列化が容易であり、共有メモリ型並列計算機で良好な並列化効率を達成できることも明らかにした。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- [1] 則竹渚宇, 今倉暁, 山本有作, 張紹良, 行列の指数関数に基づく連立線形常微分方程式の大粒度並列解法とその評価, 日本応用数理学会論文誌, 査読有, Vol. 19, No. 3, 2009, pp. 293-312
- [2] 李天, 河島工, 山本有作, 畝山多加志, 張紹良, 在庫管理計画問題の動的計画法による解法と CUDA を用いた高速化, 情報処理学会論文誌 ACS, 査読有, Vol. 1, No. 2, 2008, pp. 1-10.
- [3] 山本有作, 高速積分変換に基づくオプション価格評価法, 応用数理, 査読無 (解説論文), Vol. 17, No. 2, 2007, pp. 16-28.
- [4] Y. Yamamoto, An Efficient and Easily Parallelizable Algorithm for Pricing Weather Derivatives, in Large-Scale Scientific Computing (I. Lirkov, S. Margenov and J. Wasniewski, eds.), Lecture Notes in Computer Science, 査読有, No. 3743, Springer-Verlag, 2006, pp. 470-477.
- [5] 山本有作, オプション価格評価のための高性能計算, 京都大学学術情報メディアセンター全国共同利用版[広報], 査読無 (解説論文), Vol. 5, No. 2, 2006, pp. 48-54.

[学会発表] (計5件)

- [1] Yusaku Yamamoto, Option Pricing based on the Fast Gauss Transform, The 5th East Asia SIAM Conference, Brunei, June 8-11, 2009 (招待講演) .

- [2] 則竹渚宇, 山本有作, 張紹良, 行列の指数関数に基づく連立線形常微分方程式の大粒度並列解法とその評価, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 2009年3月7日-8日.

- [3] 李天, 河島工, 山本有作, 畝山多加志, 張紹良, 在庫管理問題の動的計画法による解法と CUDA を用いた高速化, 先進的計算基盤システムシンポジウム SACSIS2008, つくば国際会議場, 2008年6月11日-13日.

- [4] Y. Yamamoto, Option Pricing based on the Fast Multipole Methods, ICCM 2007, Hiroshima, April. 4-6, 2007.

- [5] Y. Yamamoto, Efficient Parallel Implementation of a Weather Derivatives Pricing Algorithm based on the Fast Gauss Transform, IPDPS 2006, Rhodes Island, Greece, April. 25-29, 2006.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
出願年月日 :  
国内外の別 :

○取得状況 (計0件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
取得年月日 :  
国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

<http://www.na.scitec.kobe-u.ac.jp>

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

山本 有作 (YAMAMOTO YUSAKU)

名古屋大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号：52060002

(2) 研究分担者  
( )

研究者番号：

(3) 連携研究者  
( )

研究者番号：