

平成 21 年 4 月 27 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18700267

研究課題名(和文) リサンプリング法・経験尤度法による 2 群の有意差検定法の開発とその応用に関する研究

研究課題名(英文) Research on construction and application of test of mean difference for two groups using resampling and empirical likelihood methods

研究代表者

櫻井 裕仁 (SAKURAI HIROHITO)

北海道大学・大学院情報科学研究科・助教

研究者番号：00333625

研究成果の概要：本研究課題では、2 群の母集団分布が未知で、各群においてはある種の相関構造が想定される場合に、それらの平均値または平均曲線に有意な差があるか否かを判断する方法(検定法)を開発し、それを現実のデータ解析に応用することを目的として、研究を遂行した。本研究の成果として、各群のサンプルサイズが比較的小さい場合においても、従来の方法よりも検出力の高い検定法をいくつか構築することができた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,200,000	0	1,200,000
2007 年度	1,100,000	0	1,100,000
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	330,000	3,730,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：計算機集約的統計，ブートストラップ法，moving block bootstrap 法，circular block bootstrap 法，2 曲線の比較

## 1. 研究開始当初の背景

本研究課題は、次のような具体的問題から着想に至った。それは、新たに打ち上げられた人工衛星による高度 80 km～90 km の風速観測の精度評価に関する初期段階の研究において、衛星と地上のレーダーによって得られた 14 日分の風速測定値から、両機器の平均的な風速観測法間に有意な差があるか否かを検討する、という問題である。

これは、目的変数を風速の絶対値、説明変数を観測高度とした回帰モデルを想定すれば、2 群の回帰関数(平均曲線)の有意差検定

の問題として扱える。すなわち、帰無仮説：2 つの回帰関数は等しい、対立仮説：2 つの回帰関数は異なる、という統計的仮説検定の問題として定式化できる。

しかし、回帰モデルの誤差項が正規分布に従うという仮定が置けない場合、さらには各群のデータが互いに独立に同一の分布に従う(i.i.d.)という仮定が成立しない場合、上記の検定を行うための検定統計量の帰無仮説の下での分布(以下では帰無分布と呼ぶ)の導出は、一般には極めて難しく、本研究の開始当初には、このような研究はあまりなさ

れていなかった。

## 2. 研究の目的

上記1の項で述べた問題を解決するために、本研究課題では、データが i. i. d. ではない場合について、特に縦断的データを検討の対象とし、2群の平均曲線の有意差検定法を開発することを目的とする。また、母集団分布に特定の分布形を仮定しない検定法を開発することも目的とする。

## 3. 研究の方法

### (1) 検討の対象とする問題の設定

本研究課題では、観測する2群のデータの形式として、特に縦断的データを想定する。このとき、上記2の項で述べた目的を達成するために、まず、検討の対象とするデータを

- 2群が対応のない縦断的データ
- 2群が対応のある縦断的データ

の2つの場合に分ける。

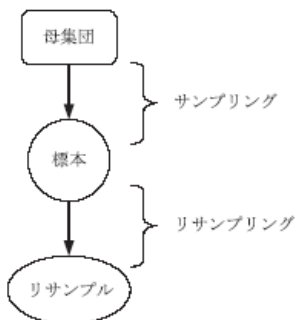
次に、本研究では上記 と の両方の場合に、上記1の項で述べたような回帰モデルを想定する。すなわち、各群の観測値に対するモデルとして、

$$\text{観測値} = \text{平均(曲線)} + \text{誤差項}$$

を仮定する。このとき、帰無仮説：2群の平均は等しい、対立仮説：2群の平均は異なる、という統計的仮説検定の問題を考える。本研究で考案したいいくつかの検定法は、以上の検定を行うために開発したものである。

### (2) 既存の方法の問題点と新たな検定法を構築するための方針

観測したデータから興味の対象とする母集団特性についてより多くの情報を抽出する方法の1つに、以下の図のように標本からのサンプリングを行うリサンプリング (resampling) 法がある。



その中で最も有名なのが、1979年にエフロン (B. Efron) により提唱されたブートストラップ (bootstrap) 法である。これは、未知の母集団分布から標本を発生する機構を、上述したような標本からのサンプリングを行うという発生機構に置き換え、各種の推測を行う方法である。ブートストラップ法の特徴は、複雑な理論や数式に基づく解析を、コンピュータによる大量の反復計算 (モンテカルロ近似) で置き換え、得られたリサンプルを活用して推定量の変動に関する情報を得ようとするところにある。

本研究では、2群の母集団分布として特定の分布で記述されない場合を想定するため、このブートストラップ法を中心として研究を進めることを考えた。しかし、リサンプリング法の一つであるブートストラップ法を本研究課題に適用する場合には、次のような2つの問題点が考えられる。

1つは、縦断的データを扱う場合、隣り合うデータ間には何らかの相関構造があり、これを如何に扱うかという問題である。上述したエフロンの提唱したブートストラップ法では、データの発生構造として i. i. d. を想定している。そこで本研究においては、標本からのサンプリングによってリサンプルを生成する際に、オリジナルのデータの相関構造をうまく保持することを考慮しなければならない。

もう1つは、リサンプリング法に基づく検定法を開発する際に極めて大きな問題となることであるが、我々が観測するデータは、帰無仮説で想定した母集団分布から得られるものではないことである。すなわち、我々が観測できるデータは2群の母平均が等しいという帰無仮説のもとで得られるものではないことである。したがって、もし上記 と のデータ構造の場合に妥当と考えられる検定統計量が得られたとしても、その帰無分布を如何に近似するかということは極めて大きな問題となる。

本研究で中心的役割を果たすブートストラップ法には、以上で述べたような2つの問題がある。そこで本研究を遂行する上での方針として、これらにうまく対処する検定法を開発することを考え、また、以下の(3)と(4)の点も考慮して検定法を構築するようにした。

### (3) 縦断的データに対する検定統計量の検討

本研究では、まず上記の縦断的データ と の場合に妥当と考えられる検定統計量の研究を行った。従来、時系列データに対する2つの回帰関数の有意差検定の問題では、2つの回帰関数の核型推定量の差の2乗和等が検定統計量として用いられている。

ここで、2つの回帰関数に挟まれる部分の面積に着目すると、上記(1)の項で述べた2群の母平均の有意差検定の問題は、帰無仮説：2つの回帰関数に挟まれる部分の面積が0である、対立仮説：2つの回帰関数に挟まれる部分の面積は正の値を取る、という検定問題を考えることと同じである。そこで、この点に着目し、2つの回帰関数に挟まれる部分の面積を台形近似により推定し、この推定量を検定統計量として用いる方法を考案した。この統計量に基づく検定法が従来の検定法と比較してどの程度よくなるかについては、後述する研究成果の項でまとめる。

#### (4) 検定統計量の帰無分布の近似法の検討

次に本研究では、妥当と考えられる検定統計量に対する帰無分布の近似法に関する研究を行った。考察の対象とするデータが i.i.d. の場合、リサンプリング法に基づく2群の母平均の有意差検定における帰無分布の近似法として、2群のデータの標本平均が等しくなるようにデータを線形変換してから各群からリサンプリングする方法や、2つの標本を混合し、混合した標本から2群のデータに対応するリサンプルを発生させる方法等がある。しかし本研究では、縦断的データを考察の対象としているため、上述した方法をそのまま適用することはできない。これは、エフロンブーツストラップ法をそのまま適用すると、隣り合うデータ間の相関構造(従属性)を考慮せずにリサンプリングが行われ、もともとのデータの相関構造が崩れてしまうためである。

そこで本研究では、リサンプリング法の中でも、特にデータ間の相関構造をできるだけ保持するようにリサンプリングを行うブロック・リサンプリング法に着目し、これに基づく検定法を開発した。ここでブロック・リサンプリング法とは、データをいくつかのブロックに分け、ブロック内での隣り合うデータの相関構造は保ったままブロックをリサンプリングする方法である。その方法の中で本研究では、moving block bootstrap法とcircular block bootstrap法に着目した。これらは、従来、推定問題において用いられることが多かったが、本研究ではこれらを上述した検定問題に適用し、その適用可能性を明らかにした。この結果についても、後述する研究成果の項でまとめる。

#### (5) 研究方法のまとめ

本研究では、以上の(1)~(4)を考慮し、以下の手順(a)~(d)により研究を遂行した。

- (a) データの構造に応じて、合理的と考えられる検定統計量とリサンプルの抽出法を選定する。

- (b) 上記(a)に基づく検定法を開発する。
- (c) 上記(b)で構成した各検定のサイズ、検出力を計算する。
- (d) 本研究で開発する手法間の比較、および従来の手法との比較・検討を行う。

#### 4. 研究成果

本研究では、上記3の項で述べた方法に基づいて研究を進め、以下でまとめる成果が得られた。ここで、上記3の(1)で述べたように、データの構造をとの場合に分けて考えているので、以下でもこれらに対応させ、それぞれについての成果をまとめる。

(1) 2群が対応のない縦断的データの場合  
長さ $n$ の系列が2群でそれぞれ $q_1, q_2$ 本ずつ観測されているとする。この場合の検定のアルゴリズムとして、次のものを考案した。

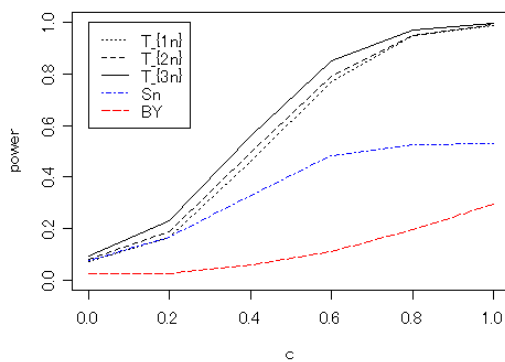
- (a) 各群の平均系列を計算する。
- (b) (a)に基づき、検定統計量を計算する。
- (c) 各群の平均系列を、平均系列の平均で中心化する。
- (d) 手順(c)で得られた系列を moving block bootstrap法と同様に、長さ $l$ のブロックに分割し、各群で $k(=n-l+1)$ 個のブロックを得る。
- (e) 手順(d)で得られたブロックを合併し、 $2k$ 個のブロックの集合を得る。
- (f) 手順(e)で得られたブロックの集合から $2m$ 個のブロックを非復元抽出し、2群に対応するリサンプルを構成する。ここで、 $m=n/l$  ( $n/l$ が整数の場合)、 $m=[n/l]+1$  ( $n/l$ が整数でない場合)であり、 $[n/l]$ は $n/l$ の整数部分を表す。
- (g) 手順(f)で得られたリサンプルに基づき、検定統計量を計算する。
- (h) 手順(f)と(g)を適当な $B$ 回数繰り返す、リサンプルに基づく $B$ 個の検定統計量を計算する。
- (i) 手順(b)と(h)から、 $p$ 値のモンテカルロ近似値を計算する。

以上の検定法によれば、上記3(2)の項で述べた問題がある程度解決されることが分かった。すなわち、上記(i)に基づいて計算される検定のサイズ、検出力に関するシミュレーションを行い、その数値的な挙動についての検討を行った結果、名目上のサイズを維持し、また多くの場合、従来の方法と比較して検出力の高い検定法を構成できることが分かった。

次に、2群が対応のない縦断的データの場合のシミュレーション結果の一例を示す。以下に与えるグラフの縦軸は検出力、横軸は後

述する  $c$  の値であり、次の状況でシミュレーションを行ったものである。

- ・2群の平均：0 と  $c$  とする。ただし、 $c$  は  $0 \leq c \leq 1$  とする。
- ・2群の系列の長さ： $n = 10$
- ・2群の系列数： $(q_1, q_2) = (20, 20)$
- ・各群の誤差項：平均が0の1次の自己回帰モデルを与え、自己回帰係数は0.1、誤差項は平均0、適当な分散を与えた正規分布とする。
- ・検定のサイズ：検出力を計算するために、以上の設定をもとにして2群に対応する初期標本を独立に2000組与える。
- ・リサンプリング回数： $B = 2000$
- ・ブロックの長さ：名目上のサイズを維持するよう取る。
- ・名目上の検定のサイズ：0.05
- ・検定統計量：上述した検定のアルゴリズムには、以下の検定統計量を用いた。
  - $T_{\{1n\}}$ ：各群の平均系列の差の絶対値の和
  - $T_{\{2n\}}$ ：各群の平均系列の差の2乗和
  - $T_{\{3n\}}$ ：2曲線(平均曲線)に挟まれる部分の面積に対する推定量
  - $S_n$ ：Hall and Hart (1990)による検定統計量
- ・既存の方法として、Bowman and Young (1996)による検定法(以下、BY法と略記する)を比較対象とした。下図ではこの方法による検出力曲線をBYと表している。



シミュレーションを行った結果、次の知見が得られた。

#### 検定のサイズについて

- (a) 提案した方法による検定のサイズは、名目上のサイズを維持する傾向にある。
- (b) BY法による検定のサイズは、提案した方法のそれと同じ、あるいは提案した方法のそれよりも小さくなり、名目上のサイズを過小評価する傾向がある。

- (c) 誤差項の自己回帰係数が負の場合、提案した検定のサイズと名目上のサイズとの差は小さい。
- (d) 誤差項の自己回帰係数が正の場合、提案した検定のサイズと名目上のサイズとの差が大きくなる場合がある。

#### 検出力について

- (a) 提案した方法による検出力は、BY法のそれよりも高い。特に、2群の母平均の差が大きくなるにつれて、その傾向は顕著である。
- (b) 提案した検定法に用いた4つの検定統計量について、 $T_{\{3n\}}$ ,  $T_{\{2n\}}$ ,  $T_{\{1n\}}$ ,  $S_n$  の順に検出力が高くなる傾向がある。

#### (2) 2群が対応のある縦断的データの場合

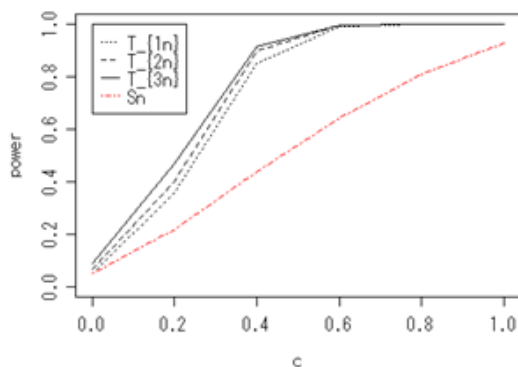
次に、2群に対応のある縦断的データの成果をまとめる。ここでは、長さ  $n$  の系列が2群でそれぞれ  $q$  本ずつ観測されているとする。この場合の検定のアルゴリズムとして、次のものを考案した。

- (a) 各群の平均系列を計算する。
- (b) 手順(a)に基づき、2群の平均系列の差を計算する。
- (c) 手順(b)に基づき、検定統計量を計算する。
- (d) 手順(c)で得られた系列をその平均で中心化する。
- (e) 手順(d)で得られた系列を circular block bootstrap 法と同様に、長さ  $l$  のブロックに分割し、 $n$  個のブロックを得る。
- (f) 手順(e)で得られたブロックの集合から  $m$  個のブロックを復元抽出し、2群の平均系列の差に対応するリサンプルを構成する。ここで、 $m = n/l$  ( $n/l$  が整数の場合)、 $m = [n/l] + 1$  ( $n/l$  が整数でない場合) である。
- (g) 手順(f)を適当な  $B$  回数繰り返し、リサンプルに基づく  $B$  個の検定統計量を計算する。
- (h) 手順(c)と(g)から、 $p$  値のモンテカルロ近似値を計算する。

以上の検定法についても、2群が対応のない縦断的データの場合と同様に、上記3(2)の項で述べた問題がある程度解決されることが分かった。すなわち、上記(h)に基づいて計算される検定のサイズ、検出力に関するシミュレーションを行い、その数値的な挙動についての検討を行った結果、名目上の検定のサイズを維持し、また多くの場合、従来の方と比較して検出力の高い検定法を構成できることが分かった。

次に、2群が対応のある縦断的データの場  
合のシミュレーション結果の一例を示す。以  
下に与えるグラフも、縦軸は検出力、横軸は  
 $c$ の値である。ただしシミュレーションは、  
次の状況で行ったものである。

- ・2群の平均：0と $c$ とする。ただし、 $c$ は  
 $0 \leq c \leq 1$ とする。
- ・2群の系列の長さ： $n = 10$
- ・2群の系列数： $q = 20$
- ・各群の誤差項：平均が0の1次の自己回  
帰モデルを与え、自己回帰係数は0.1、  
誤差項は平均0、適当な分散を与えた正  
規分布とする。
- ・検定のサイズ・検出力を計算するために、  
以上の設定をもとにして2群に対応する  
初期標本を独立に2000組与える。
- ・リサンプリング回数： $B = 2000$
- ・名目上の検定のサイズ：0.05
- ・ブロックの長さ：  
名目上のサイズを維持するように取る。
- ・検定統計量：  
上述した検定のアルゴリズムには、以下  
の検定統計量を用いた。  
 $T_{\{1n\}}$ ：各群の平均系列の差の絶対値  
の和  
 $T_{\{2n\}}$ ：各群の平均系列の差の2乗和  
 $T_{\{3n\}}$ ：2曲線(平均曲線)に挟まれる  
部分の面積に対する推定量  
 $S_n$ ：Hall and Hart (1990)による検定  
統計量
- ・既存の方法として、BY法を比較対象とす  
る。ただし、2群が対応のない縦断的デ  
ータの場合と同様に、名目上のサイズを  
維持できない場合が多く、検出力も低い  
ので、下図ではBY法の検出力曲線を省  
略する。



シミュレーションを行った結果、次の知見  
が得られた。

検定のサイズについて

- (a) 提案した方法では名目上のサイ  
ズを維持する傾向にあるが、用い  
る検定統計量によりその挙動が若

干異なる。

- (b) 誤差項の自己回帰係数が0または  
負の場合、上記4つの検定統計量  
を用いた検定法では名目上のサイ  
ズを維持する傾向にある。
- (c) 誤差項の自己回帰係数が正の場  
合、 $T_{\{1n\}}$ と $S_n$ による検定法では  
名目上のサイズを維持する傾向に  
あるが、 $T_{\{2n\}}$ と $T_{\{3n\}}$ は名目上  
のサイズを過大評価する傾向があ  
る。

検出力について

- (a) 提案した方法による検出力は、BY  
法のそれよりも高い。また、2群  
の母平均の差が大きくなるにつれ  
て、その傾向は顕著である。
- (b) 提案した検定法に用いた4つの検  
定統計量について、 $T_{\{3n\}}$ 、 $T_{\{2n\}}$ 、  
 $T_{\{1n\}}$ 、 $S_n$ の順に検出力が高くな  
る傾向がある。

(3) まとめ

本研究課題では、2群の母集団分布に特定  
の分布形を仮定せず、また、各群のデータ  
の縦断的データとして与えられている場合  
についての、2群の母平均の有意差検定法を開  
発することができた。当初の目的を達成する  
ことができ、特に各群の系列の長さが短い場  
合にも、検出力の高い検定法を構成すること  
ができた。

本研究で開発した方法は、研究開始当初の  
背景の項で述べたようなデータ解析に適用  
することを想定している。しかし、データの  
形式および観測値に対して仮定されるモデ  
ルが研究の方法の(1)の項で述べたものと  
同様の場合には、その適用範囲は広く、例え  
ば、医学、薬学、生物学、経済学分野をはじ  
めとして、工学、地球科学等の諸分野にお  
ける現実の統計解析に資する点も多いと考  
えられる。

今後はさらに研究を進め、例えば、誤差項  
が本研究で扱ったものよりも複雑な場合  
の検定のサイズ・検出力、より合理的と考  
えられる検定統計量、最適なブロックの長  
さの選択法などを検討することも必要であ  
らう。特に最後の点に関しては、現実のデ  
ータ解析を行う際に重要であると考えら  
れる。

5 . 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Sakurai, H. and Taguri, M. (2008).  
Test of mean difference for paired longitudinal data based on circular block bootstrap,  
*COMPSTAT2008 Proceedings in Computational Statistics*, 679-687.  
(査読有)

Sakurai, H. and Taguri, M. (2007).  
Test of mean difference for paired longitudinal data using circular block bootstrap,  
*Bulletin of the 56th Session of the International Statistical Institute (CD-ROM)* (査読無)

Sakurai, H. and Taguri, M. (2006).  
Test of mean difference in longitudinal data based on block resampling,  
*COMPSTAT2006 Proceedings in Computational Statistics*, 1087-1094.  
(査読有)

[学会発表](計3件)

Sakurai, H.  
Test of mean difference for paired longitudinal data based on circular block bootstrap,  
COMPSTAT2008, 18th Conference of IASC-ERS (at Faculdade de Economia da Universidade do Porto, Porto, Portugal), 2008年8月26日発表.

Sakurai, H.  
Test of mean difference for paired longitudinal data using circular block bootstrap,  
The 56th Session of the International Statistical Institute (at Lisboa Congress Centre, Lisboa, Portugal), 2007年8月24日発表.

Sakurai, H.  
Test of mean difference in longitudinal data based on block resampling,  
COMPSTAT 2006, 17th Conference of IASC-ERS (at Dipartimento di Statistica, Probabilità e Statistiche Applicate, University of Rome "La Sapienza", Italy), 2006年8月29日発表.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

櫻井 裕仁 (SAKURAI HIROHITO)  
北海道大学・大学院情報科学研究科  
・助教

研究者番号 : 00333625

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし