

平成21年 5月 22日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2006～2008

課題番号：18730141

研究課題名（和文）マクロ金融分析における弱操作変数問題と予測可能性の検定

研究課題名（英文）Weak Instruments Problems in Macro-Finance Analysis and Tests of Predictability

研究代表者

大久保 正勝（Okubo Masakatsu）

筑波大学・大学院システム情報工学研究科・准教授

研究者番号：30334600

研究成果の概要：

マクロ経済や金融の実証分析では、理論モデルを検証するために操作変数法や一般化積率法と呼ばれる統計手法が広く用いられている。しかしながら、弱操作変数と呼ばれる問題があるとき、操作変数法や一般化積率法は、誤った結論を導く可能性が高くなる。本研究では、実際にこの弱操作変数問題によって、実証結果（理論モデルの推定や仮説検定の結果）がどのように影響され、またその深刻度はどの程度であるかを明らかにした。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	700,000	0	700,000
2007年度	300,000	0	300,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,600,000	180,000	1,780,000

研究分野：マクロ経済学、計量経済学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：操作変数法、一般化積率法、弱操作変数、弱識別、異時点間代替の弾力性

## 1. 研究開始当初の背景

マクロ経済学や金融（ファイナンス）の実証分析では、経済主体の行動を動学的な最適化問題として定式化し、その問題の解として得られるオイラー方程式を実証的に評価することで、理論モデルの妥当性を検証するアプローチが主流となっている。このため、データに基づいてオイラー方程式を統計的に評価する手法を開発することが研究者の主要な関心の一つであった。

現在も広く利用されている方法は、まず、ある効用関数型を仮定することで経済主体

の特徴を定め、オイラー方程式を具体的に書き下した後、一般化積率法（Generalized Method of Moments, GMM）または、操作変数法を適用することでモデルのパラメータを推定し、さらにJ検定と呼ばれる方法によってオイラー方程式が成立するか否かを検定するといった手順をとる。仮に、パラメータが有意に推定され、かつJ検定をパスすれば、仮定した関数型とオイラー方程式を導出する際に想定した経済主体の動学的な最適化行動が統計的に支持されると考える。マクロ経済学や金融の実証分析では、モデルの裏付

けとなるこういった実証結果を前提に、推定されたパラメータや理論モデルを用いて、政策効果のシミュレーション分析を行ったり、金融市場で観察されるさまざまな現象を経済理論に基づいて評価するといった研究が行なわれている。

しかし、一般化積率法や操作変数法によるオイラー方程式の推定および検定においては、操作変数の選択によってパラメータの推定値やJ検定の結果が大きく異なってしまうことや、その一方で、適切な操作変数を見つけるのが困難であるといった問題がしばしば生じる。この問題に対して、実証研究で採用された分析上の典型的な戦略は、さまざまな操作変数の組み合わせを試し、推定および検定結果が頑健であるかを確認するといったものであった。ところが最近、操作変数が内生変数と相関が低い（弱操作変数と呼ばれる）状況においては、従来の方法が前提としていた一般化積率法や操作変数推定量の統計的性質が成立しないため、推定や検定を通常の手順で行なうことが理論的に正当化できないといった問題（弱操作変数問題）が生じることが明らかとなり、とりわけ上述の前者の問題は弱操作変数に起因する可能性があることが理論的に示された。このことは、弱操作変数問題に対して体系的な評価方法が確立されない限り、いくら操作変数の組み合わせなどに配慮しても問題の解決にはならず、正しい推定やモデル評価ができないことを意味する。

一般化積率法や操作変数法における弱操作変数問題については、ここ1年ほどの間に、線形モデルを中心に適用可能な検出方法と、その有限標本特性がかなりの程度明らかにされた（例えばStock and Yogo（2005）を参照）。弱操作変数の検定方法は発展段階ということもあり、線形近似したオイラー方程式の推定の文脈でYogo（2004）が、ニューケインジアン・IS曲線の推定の文脈でFuhrer and Rudebusch（2004）などが応用しているものの、マクロ経済や金融分析への応用は少なく、従来の実証研究のほとんどは弱操作変数問題を考慮しないものとなっている。

弱操作変数を考慮した現存する実証研究の主要なメッセージは、実際に弱操作変数問題によって推定値に無視できない偏りが生じたり、誤った検定結果をもたらす可能性があるということである。残念ながら、日本のデータを用いたマクロ経済の実証分析では、弱操作変数問題への配慮や、その検定を試みた分析自体が皆無であるといった状況にある。以上の内外の研究動向を踏まえると、厳密な統計的裏付けを持った理論モデルに基づいて政策効果の分析などを行なっていくためには、弱操作変数問題の影響を明確にする実証分析の蓄積が必要不可欠と言える。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、操作変数が内生変数と相関が低い（弱操作変数と呼ばれる）状況において、標準的な操作変数法や一般化積率法を用いた従来の実証結果（パラメータの推定値、信頼区間、仮説検定の結果）がどのように影響され、またその深刻度はどの程度であるかを、マクロ経済学や金融分野におけるオイラー方程式の推定・検定に関わる実証上のパズルを再検証することを通じて評価し、その対処方法と経済学的な含意を明確にすることにある。

より具体的には、近年確立された弱操作変数に頑健な統計手法を、主として消費資産価格モデルに応用し、弱操作変数問題の有無と異時点間代替の弾力性などのパラメータの推定値に及ぼす影響を明らかにする。また、近年確立された予測可能性の検定方法を応用し、資産収益率の予測可能性と弱操作変数問題の関係を明らかにする。

## 3. 研究の方法

マクロ経済学や金融分野におけるオイラー方程式の推定・検定に関わる実証上のパズルは、消費資産価格モデルに係るものが多い。特に、経済主体の効用関数を規定する選好パラメータ（異時点間代替の弾力性や相対的危険回避度）が、用いるデータやモデルの設定に依存して、ゼロやマイナスの値を取ったり、逆に非常に高い値を取るといったことが問題とされる。本研究では、動学的な最適化行動を特徴付ける上で最も重要なパラメータとされる異時点間代替の弾力性に焦点を当て、弱操作変数問題が推定値や検定結果に及ぼす影響を評価する方法を採用した。

ただし、異時点間代替の弾力性が有意に推定されないことや、J検定（オイラー方程式が成立するかを評価するための検定）をパスしないという状況は、理論モデルの設定に誤りがある場合にも生じる。そこで、本研究では、単に弱操作変数の検定方法を既存のモデルに適用するだけでなく、理論モデルの拡張や新たなデータセットの作成も合わせて行なった。

対象とするモデルのクラスを大きく2つに分けて分析を進めた。1つはオイラー方程式を線形近似した線形モデルであり、もう1つはオイラー方程式を近似しない非線形モデルである。線形モデルと非線形モデルでは、既存の文献において実証研究の蓄積状況（実証的に明らかにされていることや利用可能な弱操作変数の検定方法）が異なるため、先行研究との比較可能性を維持しながら理論モデルの拡張と弱操作変数問題の影響を評価するためには、両方でポイントが必然的に異なってくる。この点を考慮して、以下のよ

うに分析をさらに細分化した。

#### (1) 線形モデル

線形モデルでは、Hall(1988)が米国のデータをもとに示した実証結果(異時点間の代替の弾力性はゼロまたはマイナスの値を取るという理論と矛盾した結果)が議論の中心である。Yogo(2004)はこの実証結果を最新の検定法を利用して弱操作変数問題と結びつけて再評価した唯一の研究である。Yogoの研究では、Epstein-Zin-Weil 選好と呼ばれるクラスの効用関数が用いられる。本研究でも、Epstein-Zin-Weil 選好を仮定した理論モデルを出発点とし、米国のマクロ経済データを用いて以下の手順で分析した。

①対象としたモデルにおいて、オイラー方程式に現れる収益率は、家計の総資産に対する収益率と解釈することができる。この点を踏まえて、Campbell(1993)、Zhang(2006)の方法を応用して、金融資産だけでなく非金融資産も考慮した収益率(以下、総資産収益率と呼ぶ)を推計する。

②先行研究で用いられた2種類の収益率(株式収益率と安全資産収益率)と総資産収益率の3変数に、First-stage F testを適用し、弱操作変数の帰無仮説を検定する。

③消費成長率を以上の3種類の収益率に回帰することで、異時点間代替の弾力性を推定し、その信頼区間を計算する。この推定では、2段階最小2乗法(TSLS)と、TSLSに比べて弱操作変数の影響が小さいとされる Fuller-k、制限情報最尤法(LIML)の3種類の推定法を用いる。

④次に Anderson-Rubin 統計量、Lagrange multiplier 統計量、Conditional likelihood ratio 統計量をもとに弱操作変数に頑健な異時点間代替の弾力性の信頼区間を計算する。これを同じく3つの収益率を用いた場合について行なう。

⑤回帰誤差の不均一分散の可能性を考慮して、Continuous-updating GMM 推定をもとに、不均一分散にも頑健な異時点間代替の弾力性の信頼区間を計算する。これを同じく3つの収益率を用いた場合について行なう。

以上の②～⑤の結果を比較検討することで、弱操作変数問題の影響を評価する。

#### (2) 非線形モデル

非線形モデルでは、既に米国のマクロ経済データを用いた Ogaki and Reinhart(1998)や研究代表者の研究(Okubo(2008))によって、妥当な異時点間代替の弾力性の推定値を得るためには2財モデルを用いて耐久財の役割を組み込む必要があること、耐久財の役割を無視した非耐久財のみの1財モデルを用いた場合には推定値は下方にバイアスを持つことが明らかにされている。こういった結果

を考慮し、日本のマクロ経済データをもとに次の手順で分析を行なった。なお、非線形モデルの文脈では、弱操作変数は弱識別と呼ばれる。

①非耐久財と耐久財の2財モデルを、生産サイドの情報が利用できるように拡張し、推定の際に収益率として資本の限界生産性を用いることを正当化する枠組みを与える。

②拡張されたモデルの推定に必要なデータ系列(耐久財ストックと資本の限界生産性の4半期系列)を、公表されているマクロ経済データベース(国民経済計算年報および日本の社会資本)から作成する。また、耐久財および資本の減価償却率を新たにデータから算出する。

③理論モデルから導いた同時点の一階条件(非耐久財と耐久財の代替を規定する条件式)とオイラー方程式に、共和分回帰と一般化積率法を組み合わせた2段階推定法を適用し、異時点間代替の弾力性を推定する。この推定では他に、同時点の代替の弾力性、選好ウェイトと呼ばれる変数、および主観的割引率も推定する。

④異時点間代替の弾力性の推定値における弱識別の影響を見るために、2種類のS集合と呼ばれる弱識別に頑健な信頼域を計算する。1つは、異時点間代替の弾力性と選好ウェイトの2次元S集合であり、もう1つは異時点間代替の弾力性のみの1次元S集合である。これらを別途計算した信頼域および信頼区間と比較し、弱識別の影響を評価する。

⑤非耐久財のみの1財モデルを一般化積率法によって推定する。1財モデルで推定されるのは異時点間代替の弾力性のみとなる。同様にして異時点間代替の弾力性の1次元S集合を計算し、別途計算した信頼区間と比較する。これにより、理論モデルの誤りによって生じる推定値の下方バイアスの程度と、弱識別の影響の両方を評価する。

⑥推定結果を、米国のマクロ経済データを用いた先行研究と比較する。

⑦非耐久財と耐久財の2財モデルの問題点として、選好にホモセティックの仮定を課していることがしばしば指摘される。この問題を評価するために、ホモセティックの仮定を外したより一般的な効用関数を用いたモデルも推定する。

以上の③～⑥を資本の限界生産性と実質利子率(安全資産収益率)を用いた2つのケースについて行い、結果を比較検討することで、弱識別問題の影響を評価する。

#### 4. 研究成果

(1) 米国のデータを用いた線形モデルの分析から得られた主な結果は、以下の通りである。

①作成した1952年から1998年までの株式収益率、実質利子率、総資産収益率データ(4半期)に、First stage F testを適用した結果、総資産収益率に基づく検定で弱操作変数の帰無仮説が棄却できないケースがある。

②2段階最小2乗法(TSLS)、Fuller-k、制限情報最尤法(LIML)の3種類の推定法を適用した結果、異時点間代替の弾力性は総資産収益率を用いた場合には有意に推定される。他方、実質利子率と株式収益率による推定では、ほとんどのケースで有意でない。

③Anderson-Rubin統計量、Lagrange multiplier統計量、Conditional likelihood ratio統計量をもとに計算した弱操作変数に頑健な異時点間代替の弾力性の信頼区間は、総資産収益率を用いた場合にはおよそ0.1から0.4の範囲を取るが、株式収益率と実質利子率を用いた場合には、マイナスの値を含むケースがある。

④Continuous-updating GMM推定をもとに不均一分散に頑健な異時点間代替の弾力性の信頼区間を計算した結果、総資産収益率を用いた場合には、およそ0.1から0.6の範囲となるが、株式収益率と実質利子率を用いた場合には、弱操作変数の影響により特定が困難である。

以上から、株式収益率や実質利子率に基づく推定では、弱操作変数の影響により、推定値はバイアスを持つ可能性が高い。一方で、本研究で新たに試みた総資産収益率に基づく推定では、弱操作変数問題をかなりの程度回避できる可能性があることが分かった。

(2)日本のデータを用いた非線形モデルの分析から得られた主な結果は、以下の通りである。

①作成した1981年から1999年までの4半期データを用いて、理論モデルから導いた同時点の一階条件とオイラー方程式に、共和分回帰と一般化積率法を組み合わせた2段階推定法を適用した結果、2つの条件とも統計的に棄却することができない。したがって、日本のデータをもとに異時点間代替の弾力性を推定する場合にも、2財モデルは有用である。

②資本の限界生産性を収益率データとして用いた場合、異時点間代替の弾力性はゼロから有意に異なるように推定される。この結果は、主観的割引率、選好パラメータと同時推定した場合や主観的割引率を固定して推定した場合のいずれにおいても確認できる。また、モデルを規定するパラメータのうち、耐久財の減価償却率、非耐久財と耐久財の代替の弾力性、企業所得税率の値を、他の妥当な候補に変更した場合にも、この結果は支持される。

③資本の限界生産性を収益率データとし

て用いた推定結果から求めた2次元S集合と1次元S集合は、2次元信頼域と信頼区間とほぼ一致する。したがって、資本の限界生産性を収益率データとして得た結果は、弱識別の影響がほとんど無いと考えられる。この結果と、点推定値および信頼区間の計算結果から、異時点間代替の弾力性は0.2から0.4の範囲にある。

④実質利子率を収益率データとして用いた場合、異時点間代替の弾力性はゼロから異なるように必ずしも推定されない。また、理論的に妥当性を欠く大きな値を取る場合がある。

⑤実質利子率を収益率データとして用いた推定結果から求めた2次元S集合と1次元S集合は、2次元信頼域と信頼区間はほとんど一致しない。特にこれは異時点間代替の弾力性に対して顕著である。したがって、実質利子率を収益率データとして得た結果は、弱識別問題の影響を受けていると考えられる。また、このケースでは、異時点間代替の弾力性を取る範囲を特定するのは困難である。

⑥非耐久財のみの1財モデルを推定した結果、2財モデルで得た推定値と比べて、異時点間代替の弾力性の推定値は小さくなり、1財モデルを用いることで異時点間代替の弾力性の推定値に下方バイアスが生じる。この結果は、資本の限界生産性と実質利子率の両方の場合で確認できる。ただし、1次元S集合と信頼区間を比較すると、実質利子率を用いた場合には、弱識別問題の影響が見られる。

⑦ホモセティックの仮定を外したより一般的な2財モデルは、米国の研究と異なり、統計的に支持されない。

以上から、実質利子率を用いた推定では、弱識別問題によって異時点間代替の弾力性を適切に推定できない。資本の限界生産性をを用いた推定では、異時点間代替の弾力性は安定的に推定され、推定値の大きさを米国のものと比較すると大きな差はないと言える。さらに、米国データで示されたように、耐久財の役割を無視することで推定値が下方バイアスを持つことが日本においても確認された。

(3)本研究を通じて、弱操作変数の影響によって、実証結果(推定値、信頼区間、検定結果)が大きな影響を受けることが明らかになった。その一方で、本研究で試みたように、理論モデルを拡張し、モデルと整合性を保つようにデータセットを作成することで、この問題を部分的に回避できることも明らかになった。本研究の結果は、今後、実証分析を行なう際には、単に統計的に弱操作変数を検出するだけでなく、理論モデルの精緻化も問題解決にとって重要であることを示唆する。

研究成果のうち、特に、日本のデータに基

づく分析結果は、これまで弱識別に頑健な異時点間代替の弾力性を検討した比較可能な研究が無いことから、本研究の試みによって初めて明らかになった点と言える。研究の方法の冒頭で述べたように、マクロ経済学や金融分析において異時点間代替の弾力性は、重要なパラメータと考えられている。しかし、これまで日本の異時点間代替の弾力性について十分なコンセンサスはなかった。本研究の推定結果は、内外を問わず今後の日本の消費者行動の研究や政策シミュレーションの分析において一つのベンチマークとして利用されることが期待される。

(3) 連携研究者  
なし

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

① Masakatsu Okubo, The Intertemporal Elasticity of Substitution: An Analysis Based on Japanese Data, Department of Social Systems and Management Discussion Paper Series, No.1229, pp.1-45, 2009, 査読無

② Masakatsu Okubo, Estimating Euler Equations with the Return on Total Wealth, Department of Social Systems and Management Discussion Paper Series, No.1159, pp.1-28, 2006, 査読無

[学会発表] (計1件)

① 大久保 正勝, Incomplete Risk Sharing and the Response of Consumption to Income Changes、日本経済学会春季大会、2007年6月2日、大阪学院大学

[その他]

ホームページ等

<http://www.sk.tsukuba.ac.jp/SSM/libraries/list1226.html>

<http://www.sk.tsukuba.ac.jp/SSM/libraries/list1151.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大久保 正勝 (Okubo Masakatsu)  
筑波大学・大学院システム情報工学研究科・准教授  
研究者番号：30334600

### (2) 研究分担者

なし