

平成21年3月31日現在

研究種目： 若手研究（B）

研究期間： 2006 ～ 2008

課題番号： 18730143

研究課題名（和文） 金利プロセスの推定

研究課題名（英文） Estimation of interest rate processes

研究代表者

高見澤 秀幸 （TAKAMIZAWA HIDEYUKI）

筑波大学・大学院人文社会科学研究科・講師

研究者番号： 60361854

研究成果の概要：金利に影響を及ぼすファクターの変動と投資家の要求するリスクプレミアムをモデル化すると、裁定の機会が存在しないような割引債価格をファクターの関数として導くことができる。しかし、これらのモデルを一般的に与えた場合、割引債価格の解析的表現を得られず、時系列と横断面の双方向の情報を活用した金利プロセスの推定が困難となる。この難問を解決すべく、当研究では割引債価格の近似解を導く方法を開発した。これにより、短期金利ドリフトや確率的ボラティリティの推定において、情報量のより多いパネルデータを用いることができ、推定精度の向上を実現した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	400,000	0	400,000
2007 年度	300,000	0	300,000
2008 年度	200,000	60,000	260,000
年度			
年度			
総計	900,000	60,000	960,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：計量経済学、計量ファイナンス、金利、ボラティリティ

## 1. 研究開始当初の背景

金利に影響を及ぼすファクターの変動と投資家の要求するリスクプレミアムをモデル化すると、裁定の機会が存在しないような割引債価格をファクターの関数として導くことができる。この関係により、パネル状の金利データが有する横断面方向の情報を活用でき、金利プロセスの推定において精度の向上が期待される。しかし、このような推定が可能となるには、割引債価格の解析的表現が必要である。この解析的表現を得るために

は、ファクターの変動モデルに制約を課さなければならぬ。しかし、このような制約は、統計的に棄却される場合が多い。従って、既存研究には、豊富な情報を利用しようとすれば記述力の元々高くないモデルを採用せざるをえない、というジレンマがあった。

## 2. 研究の目的

金利データは通常パネル状になっている。

時系列方向が日付で、横断面方向が満期である。本研究の目的は、情報が豊富なパネル状の金利データを用いて、金利プロセスを推定することである。これにより、債券市場に内在する情報の抽出やデータ適合的なモデルの開発を目指す。

具体的には、イールドカーブの短期の部分には金融当局の政策意図や投資家の目下の景況感などが、中・長期の部分には将来の景気・インフレ見通しやリスク許容度などが反映されている。これらの情報は、金利データの時系列方向のみを追っただけでは捉えきれない。本研究の特色は、時系列と横断面の双方向のデータを用いることにより、このような情報の抽出を試みる点にある。

さらに、企業の ALM (Asset Liability Management) に関する主要テーマの一つは、金利変動リスクの回避 (ヘッジ) である。この具体的な手段としては、スワップ、キャップ・フロアー、スワップションといった金利派生商品の利用が考えられる。これらの価格は、イールドカーブの変動に依存するため、市場データにより即したモデルを立てれば、価格付けやリスクヘッジの精度向上が期待される。では、市場データにより即したモデルとはどんなものか？本研究ではこれを探索していく。

そのためには、モデルの立て方が重要である。目的が投資家のインフレ見通しやリスク選好といった情報の抽出・推定であれば、インフレやクレジットといった変数をイールドカーブと直接結びつける形でモデル化を行う。目的が債券や金利派生商品の価格付け精度の向上であれば、市場データに望ましい状態変数の振舞いを語らしめるよう自由度の高いモデル化を行う。目的がどちらにせよ、金利変動を説明する上で欠かせないファクターは短期金利である。実際に、短期金利がアンカーとなってイールドカーブが形成され、短期金利の変動がカーブ全体の変動の多くを説明する。従って、イールドカーブの変動を理解する上で、まず短期金利の変動を理解することが重要である。市場データを用いてこの変動を推定する際、注目すべきポイントは次の通りである。

- (1) ドリフトの形状 (線形か非線形か)
- (2) 確率的に変動するボラティリティ
- (3) レジーム・スイッチング

この研究を突破口に、イールドカーブ全体の変動過程の解明、そこから示唆される経済状態の抽出、金利派生商品の価格付け精度の向上、といった目的につなげていく。

### 3. 研究の方法

金利の横断面の関係を規定するのは、無裁定条件である。金利に影響を及ぼすファクターと割引債価格との関係は、この条件に従う形で導かれる。この関係について解析的な表現が得られないと、横断面データを用いた金利プロセスの推定は困難となる。なぜなら、この関係を数値的解法により得ようとするれば、ファクターの特定やパラメータの推定と併せたときの計算負荷が膨大になるからである。しかし、割引債価格の解析解を得るためには、ファクターの変動モデルに制約を課さなければならない。従って、横断面データを用いた推定が可能なモデルは限定されているのが現状である。

このような現状を打破すべく、割引債価格の解析解を近似的に得る方法を開発する。これが、方法面における本研究の特色である。近似方法としては、次の2つを考える。

- (a) 変動過程の近似
- (b) 条件付き期待値の近似

方法 (a) は、ファクターの変動過程のドリフト項・拡散項に伊藤の公式を適用してそれらを局所線形近似するものである。これにより、無裁定条件の下で割引債価格が従う偏微分方程式 (PDE) を解析的に解くことが可能となる。また、PDE の解の確率的表現は期待値の形をとるため、方法 (b) の適用が可能となる。この (b) は、低次のモーメントから高次のモーメントまでを含めたベクトルを常微分方程式の解として近似する方法である。両近似法を比較すると、計算効率については (a) の方が高い一方、精度については高次の近似までを考慮できる (b) の方が高い。

金利データの時系列方向の情報だけでなく横断面方向の情報をも活用することは、よりデータ適合的なモデルの特定や推定精度の向上につながると期待される。横断面方向の関係を規定するのは無裁定条件であり、これが必然的にモデルに強い制約を課すためである。これにより、時系列データのみからは特定しにくい短期金利ドリフトの形状が浮き彫りになると期待される。また、レジーム・スイッチングをモデル化した場合、1 レジーム当りの標本数が少なくなるという問題が生じるが、横断面データを援用することでこの問題を軽減することができる。このような推定を可能にする鍵が (a) (b) の近似方法なのである。

### 4. 研究成果

(1) 『短期のイールドカーブ・データを用いた短期金利ドリフトの（非）線形性の検証』

元々、短期金利ドリフトの特定は困難であるとされてきた。この難問は、標本数を増やしても解決し難い。金利データは系列相関が非常に高いからである。本研究では、時系列方向のみならず横断面方向のデータも援用することにより、この難問の解決を試みた。横断面方向の関係を規定するのは無裁定条件であり、これがモデルに強い制約を課すため、ドリフトの特定が可能になると期待される。このような横断面データを併用した推定が可能となるためには、解析的な無裁定価格モデルが必要である。しかし、ドリフトの非線形性を考慮した場合、そのようなモデルは得られない。そこで、「3. 研究の方法」で述べた (a) の近似方法を用いてこの問題を克服した。

短期金利ドリフトの非線形性について、記述力や予測力の観点から得られた推定・検定結果は次の通りである。リスク中立確率の下では、非線形性が認められた。これは、標本期間やデータセットを変えても成り立つ。この発見は、時系列データのみを用いた既存研究では不可能なものである。一方、実際の確率の下では、非線形性を支持する強い証拠は得られず、線形ドリフトでも記述力や予測力に支障のないことが確かめられた。

この研究成果をまとめた論文は、ファイナンス分野で最も権威のある学術誌の1つ“Review of Financial Studies”に掲載された。

(2) 『短期金利の代理変数について、その妥当性を調べる簡便な方法の提案』

ファイナンス理論において、次の瞬間に満期を迎える債務不履行のない割引債の利回り（いわゆる瞬間利子率）は非常に重要な役割を果たしている。例えば、任意の資産の現在価値は、基本的に割引率をかけた将来ペイオフの期待値として与えられるが、その際の割引率にこの瞬間利子率で連続複利運用した証券（いわゆる Money Market Account）が用いられる（その際、期待値はリスク中立確率に基づいてとられる）。期待値をとる際には、瞬間利子率の確率的挙動の情報が必要のため、これを実データから推定する研究が盛んに行われてきた。ただし、瞬間利子率は理論上の金利であって、実際には存在しない。そこで、ある一定の満期をもつ短期金利がこの代理変数として用いられてきた。

しかし、どの短期金利を代理変数として採用するかについては、理論的な手引きがあるわけではなく、実際上悩ましい問題である。満期が短すぎるとマーケット・マイクロスト

ラクチャーの影響を強く受けるため、金利本来の振舞いの姿を捉えられない恐れがある。逆に、満期が長いとそもそも瞬間利子率の代理変数としてそぐわない。このようなジレンマを解決すべく、どの程度の満期の金利ならば、瞬間利子率として見なせるかを簡単に判別できる方法を開発した。既存研究においてもこのような判別方法は提案されているが、その適用には複雑な計算が必要であった。今回の方法の特色は、計算の容易さから運用面を大幅に向上させたところにある。

この方法を用いて、実際に3ヵ月物金利が瞬間利子率として妥当かどうかを調べた。この妥当性は、推定するモデルやパラメータに依存する。モデルのドリフト項が非線形でその程度が強い場合は、3ヵ月物金利の振舞いは瞬間利子率の振舞いから乖離しうる。しかし、その程度が強くない場合は、乖離の程度も大きくない。従って、3ヵ月物金利を瞬間利子率の代理変数とみなして問題ない。実データが示唆するドリフトの非線形性の程度はそれ程強くないため、この結果は3ヵ月物金利を用いていた多くの既存研究にとって朗報となった。

この研究成果をまとめた論文は、日本金融・証券計量・工学学会の英文学術誌“Asia-Pacific Financial Markets”に掲載された。

(3) 『条件付き期待値の近似を適用した多変量金利期間構造モデルの導出』

イールドカーブに影響を及ぼすファクターは、通常3個程度あるとされている。これらのファクターの振舞いについてデータ適合的なモデル化を行うと、無裁定条件に従う割引債価格をファクターの解析的な関数として得ることは一般的にできない。もちろん数値計算で解くことは可能である。しかし、ファクターの特定やパラメータの推定が目的である場合には、計算負荷が膨大になるため適当な方法であるとは言い難い。そこで、本研究では割引債価格が Money Market Account の条件付き期待値の形で与えられることに注目し、この期待値を直接近似する方法を開発した。この方法は、低次のモメントから高次のモメントまでを含めたベクトルを常微分方程式の解として近似するものである。この方法の特色は、高次のモメントまでを含めることにより、高次の近似が可能になることである。

3ファクターモデルを考慮し、実データから推定したパラメータ値を与えて近似精度を測った。その結果、満期を10年としても近似は良好であることが確かめられた。この成果を活用して、制約の少ない様々なマルチファクターモデルを推定することが今後の研究課題となる。

この研究成果を庄司功・筑波大教授と共にまとめた論文は、“Journal of Economic Dynamics and Control”に掲載された。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件) : すべて査読付き

- ① Takamizawa, Hideyuki, and Isao Shoji, “Modeling the Term Structure of Interest Rates with General Diffusion Processes: A Moment Approximation Approach,” *Journal of Economic Dynamics and Control* Vol.33(1), 65-77 (2009).
- ② Takamizawa, Hideyuki, “Is Nonlinear Drift Implied by the Short-End of the Term Structure?,” *Review of Financial Studies* Vol.21(1), 311-346 (2008).
- ③ Takamizawa, Hideyuki, “A Simple Measure for Examining the Proxy Problem of the Short-Rate,” *Asia-Pacific Financial Markets* Vol.14(4), 341-361 (2007).

[学会発表] (計6件)

- ① 高見澤秀幸『非線形金利期間構造モデルの近似』日本ファイナンス学会 (2009年3月25日, 金融財政事情研究会)
- ② 高見澤秀幸『Interest Rate Volatility Implicit in Term Structure Data』CSFI 中之島ワークショップ(2008年12月6日, 大阪大学)
- ③ 高見澤秀幸『Modeling the Term Structure of Interest Rates with General Diffusion Processes: A Moment Approximation Approach』日本金融・証券計量・工学学会 (2007年12月22日, 中央大学)
- ④ 高見澤秀幸『An Approximation of European Option Prices under General Diffusion Processes』科研費シンポジウム: 統計的モデリングの方法と理論 (2007年11月26日, 一橋大学)
- ⑤ 高見澤秀幸『A Moment Approximation Approach to the Pricing of European Options When the Underlying Price Process

Follows General Diffusion』一橋大学・経済統計ワークショップ (2006年11月26日, 一橋大学)

- ⑥ 高見澤秀幸『Interest Rate Volatility Implicit in Term Structure Data』Fourth World Congress of the Bachelier Finance Society (2006年8月19日, 学術総合センター)

[その他]

ホームページ等

<http://www.social.tsukuba.ac.jp/~takamiza/>

#### 6. 研究組織

##### (1)研究代表者

高見澤 秀幸

(TAKAMIZAWA HIDEYUKI)

筑波大学・大学院人文社会科学部研究科・講師

研究者番号 : 60361854