

平成21年5月28日現在

研究種目：若手研究(B)
 研究期間：2006～2008
 課題番号：18730538
 研究課題名（和文） 空間的推論の視点からの動的幾何ソフトによる学習に関する実証的研究
 研究課題名（英文） A Study of Geometry Curriculum and learning with 3D Dynamic Geometry Environment
 研究代表者
 茅野 公穂 (CHINO KIMIHO)
 国士舘大学・体育学部・准教授
 研究者番号：20400658

研究成果の概要：主な成果は以下の通りである。(1)3次元動的幾何ソフトを利用した空間図形のカリキュラムでは、認知的な側面ばかりでなく意識面を含めた効果が認められたこと。(2)3次元動的幾何ソフトを利用した切断のカリキュラム構成においては配慮事項があること、及び評価問題作成上の配慮事項があること。(3)説明や証明についての役割・機能間での認識の変容を捉える必要があり、そのための枠組みを提案したこと。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,100,000円	0円	1,100,000円
2007年度	1,700,000円	0円	1,700,000円
2008年度	800,000円	240,000円	1,040,000円
年度			
年度			
総計	3,600,000円	240,000円	3,840,000円

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数学教育学 空間的推論 動的幾何ソフト

1. 研究開始当初の背景

平面図形の学習に関しては、従来から2次元動的幾何ソフト(Geometer's Sketchpad, GC, Cabri)が用いられ、またその効果も特定されてきていた。

一方、空間図形の学習に関しては、「Mathematica」、「立体ぐりぐり」等が用いられることもあったものの、ドラッグによる動的変形を実現することはできなかった。これに対して、3次元動的幾何ソフト(3D DGS: 図1はCabri 3D)が開発され、ドラッグにより視点及び性質や関係を保ったまま形を連続的にかえることができるようになった。そ

の結果、ある視点から立体図形を観察することによりあたかも平面図形のごとく見なすことや、平面図形を性質や関係を保存したまま空間での図形とみなすことが可能になった。

当時、こうした3次元動的幾何ソフトの特徴をいかし、コンテンツ開発などが徐々に行われはじめていた。

2. 研究の目的

中学校数学図形領域における動的幾何ソフトを用いた学習環境下において、空間を2次元と3次元と行き来する学習に焦点をあて

て、図形概念及び説明・証明の役割や機能に対する生徒の認識の変容、ならびに推論の変容を特定する。

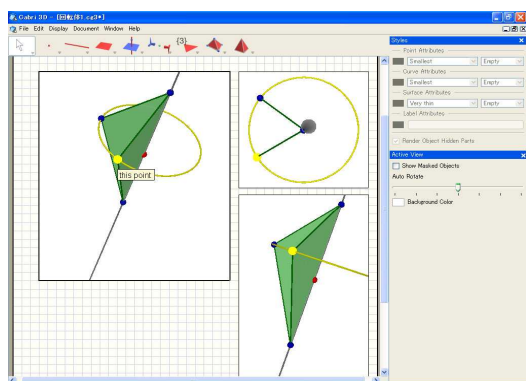


図 1: 空間上の軸を中心とした三角形の回転

3. 研究の方法

動的幾何ソフトを用いた環境下と動的幾何ソフトを用いない環境下とを対比する。それぞれの環境下での中学生の学習に関する記録に基づいて、生徒の活動及び記録物からの生徒の時間的な変化ならびに両群の異同を明らかにする。

4. 研究成果

説明・証明の役割や機能に対する生徒の認識の変容に関する成果

(1)3次元動的幾何ソフトを利用した空間図形のカリキュラムの認知的な効果

同一校内での3D DGS利用カリキュラム実施クラス(3D DGS: n=66)とH10年告示学習指導要領に基づくカリキュラム実施クラス(H10CS_a: n=32)、及び教育課程実施状況調査の結果(n=3617)との対比により考察した。

その結果、平面図形の運動による空間図形の構成や空間図形の平面上での表現などについて認知的な効果が認められた(表1, 表2)。

表 1: 円柱の構成(問題 H15: 1A13(1))

グループ	通過	非通過
同一 3D DGS 利用 (n=66)	86.4%	13.6%
校内 H10CS 準拠 (n=32)	56.3%	43.8%
H15教育課程実施状況 調査 (n=3617)	56.2%	43.8%

実験群の通過率(86.4%)は、統制群の通過率(56.3%)より30.1ポイント高い。この問題の通過/非通過に関する人数の偏りは有意である($\chi^2(1, N=98)=10.881, p<.01$)。同様に、実験群の通過率は教育課程実施状況調査の通過率(H15: 56.2%)より30.2ポイ

ント高く、通過/非通過に関する人数の偏りは有意である($\chi^2(1, N=3683)=24.057, p<.01$)。

表 2: 見取り図上の線分の実際の長さ(問題 H15: 1B12)

グループ	通過	非通過
同一 3D DGS 利用 (n=66)	83.3%	16.7%
校内 H10CS 準拠 (n=32)	62.5%	37.5%
H15 教育課程実施状況 調査 (n=6822)	44.2%	55.8%

実験群の通過率(83.3%)は、統制群の通過率(62.5%)より20ポイント強高い。この問題の通過/非通過に関する人数の偏りは有意である($\chi^2(1, N=98)=5.208, p<.05$)。同様に、実験群の通過率は教育課程実施状況調査の通過率(H13: 43.5%, H15: 44.2%)より40ポイントほど高く、通過/非通過に関する人数の偏りは有意である($\chi^2(1, N=6888)=40.464, p<.01$)。

さらに、これら認知的な効果とともに、意識面を含めた効果があることを明らかにした。

(2)3次元動的幾何環境下での空間図形の切断の学習

比較した三つの群は、同一校内での3D DGS利用カリキュラム実施クラス(3D DGS: n=66)とH10年告示学習指導要領に基づくカリキュラム実施クラス(H10CS_a: n=32)、別の公立中学校でのH10年告示学習指導要領に基づくカリキュラム実施クラス(H10CS_b: n=413)である。授業の実施結果と質問紙法(図2)を用いて得られた学習状況を分析した(表3)。

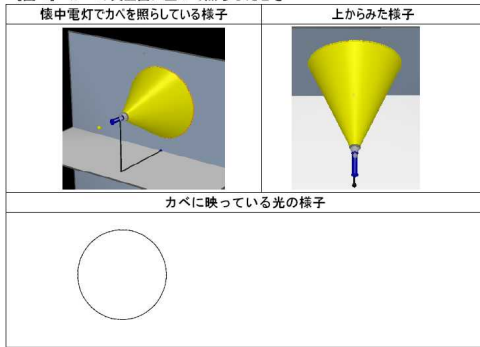
3D DGS群では無答の生徒が少ないことが特徴的である。3D DGS群では3問とも無回答の生徒は3%であり、H10CS準拠群(a: 9.4%, b: 10.2%)に比べ半分以下の割合である。また、1問ないし2問無回答であった生徒についても、3D DGS群は9.1%であり、H10CS準拠群(a: 18.8%, b: 21.8%)に比べおよそ半分の割合である。また、3D DGS群では壁に映っている光の様子が3つの場面で同じではないと考えている生徒の割合が高いことが特徴的である。変化をつければよいというわけではないが、3D DGS群では59.1%の生徒が特徴的な変化をつけている。一方、H10CS準拠群は、aでは50%、bでは49.9%と半数の生徒である。しかし、3D DGS群、H10CS準拠群ともに、壁に映っている光の様子の変化を的確に捉えられている生徒は約6%にすぎない(3D DGS群: 6.1%, H10CS準拠_a: 6.3%, H10CS準拠_b: 7.3%)。

5 懐中電灯を使って、右の写真のようにカベを照らします。カベの真正面に立って懐中電灯を照らしたときには、次の【図1】のように、懐中電灯の先端の円よりも、大きな円が映し出されます。

この様子を表しているのが【図1】です。上側の2つの図では、カベを懐中電灯で照らしている様子が2つの方向から描かれています。下側の図では、カベに映っている光の様子が描かれています。



【図1】カベの真正面に立って照らしたとき



立っている位置はそのまま、懐中電灯でカベを照らす場所を、だんだんと右の方に動かしていきます。そうすると懐中電灯の向きは、【図1】のときから、次のページのように【図2】→【図3】→【図4】と変わっていきます。

【図2】、【図3】、【図4】のときには、それぞれ懐中電灯でカベに映し出された光の様子はどのようになりますか。

【図2】、【図3】、【図4】の中にある、カベに映っている光の様子の欄に、映し出された形をかきなさい。

図2: 質問紙の一部

表3. 小問連結による解答

解答パターン類型	3D	H10	H10
(1)の類型 (2)の類 型 (3)の類型	DGS %	CS_a %	CS_b %
特徴的な変化あり			
・楕円 閉じていない曲線	6.1	6.3	7.3
・楕円 閉じていない曲線 V字型等, または楕円 V字型等	10.6	15.6	4.1
・閉じていない曲線 V字型等	0	6.3	1.5
・楕円 閉じていない曲線 楕円	3	0	1.2
・その他	39.4	21.9	35.8
特徴的な変化なし			
・円のまま	3	0	1.5
・楕円のまま, または閉じた曲線のまま	15.2	9.4	13.3
・閉じていない曲線のまま	6.1	9.4	0.5
・V字型等のまま	3	3.1	1.7
その他	1.5	0	1.2
1問または2問無回答	9.1	18.8	21.8
3問無回答	3	9.4	10.2
計	100	100	100

この結果、切断のカリキュラム構成について以下のような結果を得た。切断面が平面と円錐など2つの図形の位置関係に依存することを生徒が的確に捉えるために切断面を動かしたり被切断図形を動かしたりすることを対にしたカリキュラム構成を配慮すること、及び、空間図形での考察を身の回りの現象に活かすことを目的の一つとして明確に設定することが必要である。加えて、評価問題の構成について、変化あるものの一断面としての図形認識を分析できるような問題構成が欠かせないとの結果を得た。

(3) 生徒の認識の変容をとらえる枠組み

生徒の認識の変容には、一つの説明・証明の役割や機能に対する認識の変容と、複数の役割や機能間での認識の変容が考えられる。そこで、後者に関して、改良された推測や関連する新たな推測の生成を伴う事例についての検討を通して、「説明」と「発見」の相補性を指摘した。

中学校数学図形領域における動的幾何ソフトを用いた学習環境下の特性に関する成果

(4) 動的幾何ソフトの仕様(機能)と限界

ユークリッド幾何2次元動的幾何ソフト、3次元幾何ソフト、球面に代表される非ユークリッド2次元動的幾何ソフト、及び3次元動的幾何ソフトの仕様を比較し、これらの動的幾何ソフトで扱いやすい教材と扱うことが難しい教材を区分するなど、動的幾何ソフトの仕様(機能)と限界を整理した。

(5) 図形認識への3次元動的幾何環境の影響

3D DGE では、空間をドラッグすることへのフィードバックとして、我々と対象との位置関係に関する変化がディスプレイ上などに提供されることになる。例えば、図3は、正方形と二等辺三角形が書かれた平面に対して、視点を紙面に対して鉛直方向から手前へと移す様子を左から順に示している。

一方、2D DGE では、(平面)図形に対してほぼ鉛直方向からの視点に限定されているがために、こうした視点の移動にともなう変化は目立つものではない。

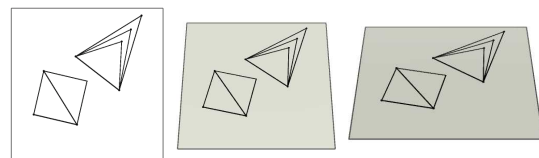


図3 視点の移動による見え方の変化

こうした環境特性を考慮して、3次元動的幾何環境下での図形認識について、連続的な

変形と結びついた図形認識と視点の移動と結びついた図形認識の二つの面に分ける枠組みを提案した。

(6) 説明・証明研究の今後の取り組みに対する方向性

説明・証明の役割や機能に対する生徒の認識について、中学校数学図形領域における動的幾何ソフトを用いた学習環境下に焦点をあてるためには、他の領域にとどまらず、他の学校段階との関連を明確にする必要がある。そこで、2つの観点、「児童・生徒に求める説明内容」及び「小・中・高等学校での「証明」指導の一貫性」に着目し、我が国における説明・証明研究の今後の取り組みに対する方向性を検討した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

茅野公穂 (2008). 学校数学における証明の機能の相互関係に関する研究. 『日本数学教育学会 第41回数学教育論文発表会論文集』, 543-548. 査読なし.

Kimiho CHINO, Tatsuo MOROZUMI, Hitoshi ARAI, Fumihiro OGIHARA, Yuichi OGUCHI, & Mikio MIYAZAKI (2007). The effects of "spatial geometry curriculum with 3D DGS" in lower secondary school mathematics. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*, 137-144. 査読有.

茅野公穂 (2006). 学校数学における証明の機能に関する研究: 「発見」に係る生徒の認識を捉える枠組み. 『日本数学教育学会 第39回数学教育論文発表会論文集』, 564-569. 査読なし.

[学会発表] (計5件)

茅野公穂 (2008年8月22日). 学校数学における説明・証明研究の枠組みへの示唆. 『日本科学教育学会 第32回年会』. 岡山理科大学.

Kimiho CHINO (2008年7月18日). Rethinking "discovery" as a function of proof in school mathematics. *International group for the Psychology of Mathematics Education, PME 32*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mexico.

茅野公穂 (2007年11月3日). 三次元動的幾何環境での図形の認識と論理の役割. 『日本数学教育学会 第40回数学教育論文発表会』. 東京理科大学.

茅野公穂 (2007年8月19日). 三次元動的幾何環境下での空間図形のカリキュラムと学習の評価問題. 『日本科学教育学会 第31回年会』. 北海道大学.

茅野公穂, 新井仁, 伊藤武廣, 岩永恭雄, 荻原文弘, 小口祐一, 宮崎樹夫, 両角達男 (2006年8月20日). 中学校数学における三次元動的幾何ソフトの利用に関する研究: 「空間図形のカリキュラム」による認知的な効果. 『日本科学教育学会 第30回年会』. 筑波学院大学.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

6. 研究組織

(1) 研究代表者

茅野 公穂 (CHINO KIMIHO)
国士舘大学・体育学部・准教授
研究者番号: 20400658

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者