

平成 21 年 6 月 4 日現在

研究種目：若手研究（B）
 研究期間：2006～2008
 課題番号：18740075
 研究課題名（和文） 不動点理論および種々の非線形問題への応用
 研究課題名（英文） Fixed point theory and its applications
 研究代表者
 鈴木 智成（SUZUKI TOMONARI）
 九州工業大学・大学院工学研究院・准教授
 研究者番号：00303173

研究成果の概要：この研究期間の3年間、距離空間における不動点定理、非拡大写像に対する収束定理、非拡大半群に関する不動点定理を改良することに成功した。多くの研究成果を得ることができたが、特に、論文番号10の非拡大半群に関する不動点定理は、国内外の研究者に好評であった。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,300,000	0	1,300,000
2007年度	1,200,000	0	1,200,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	300,000	3,800,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：実解析

1. 研究開始当初の背景

以下の3点に絞って述べたいと思う。

a : Moudafi 型の収束定理は有用な収束定理であり、様々なヴァリエーションが証明されてきていた。

b : Halpern 型の収束定理に対する Reich の問題は未だ未解決であり、幾らかの数学者により改良が続けられてきたが、未だ最終的な結論までは出ていない。

c : 非拡大半群の不動点定理は 1974 年の Bruck による定理が最後であり、その後、全く改良がなされていなかった。

2. 研究の目的

従来の定理を改良（より弱い仮定から同じ結論を導くこと、または、同じ仮定から強い結論を導くこと）が第1の目的となる。次に、その改良された定理を用いて、新たな応用問題に適用することが第2の目的になる。

また、これらとは異なるが、限界まで改良すること（および、その改良が限界であることを証明すること）も大切な目的である。限界が分かることで、その定理の数学的な背景が分かることが多いので。

また、簡潔な別証明を与えることや、複数の

定理を同時に証明できるような証明を与えることも重要である。数学的な構造を明らかにできるので。

3. 研究の方法

代表者の研究方法で少し他の研究者と異なっているのは、コンピュータによる数値実験をかなりしていることである。また、現在は共同研究をかなり活発に行っている。もちろん、研究集会に参加し、研究交流、情報収集を行っているが、このようなことは誰でも行っていることなので、特筆すべきことではない。

4. 研究成果

a : Moudafi 型の収束定理は幾らかの数学者によって、様々なヴァリエーションが証明されてきていた。そして、どの証明もとても似ていた。論文 11 では、従来の定理をすべて含むという意味での拡張定理を証明している。そして、非拡大写像族に関しては、Moudafi 型の収束定理はすべて自動的に成立することも示した。

b : 1983 年 Reich は多くの問題を提起した。Halpern 型の収束定理に対する係数条件はそのうちの 1 つである。幾らかの数学者により研究されたきているが、未だ未解決である。論文 12 では、Halpern 型を少し変更した形での収束定理を証明し、その係数条件が限界であることも証明した。言わば、Reich の問題の部分的な解決をした。Reich の元々の問題は現在でも未解決である。

c : 非拡大半群の不動点定理は 1965 年の Browder の定理が最初であり、1974 年の Bruck による定理が最も最近のものであった。論文 10 では、実に、32 年ぶりに不動点定理を改良することに成功した。この定理の仮定は「非拡大写像が不動点を持つこと」というものである。1 つの写像の不動点の存在から、無限個の写像の共通不動点の存在が出るという少し常識を覆すようなものであったため、内外の研究者から好評を得ることができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 29 件) すべて査読有

1. T. Suzuki, The set of common fixed points of a one-parameter continuous semigroup of nonexpansive mappings is $F(\frac{1}{2}T(1) + \frac{1}{2}T(\sqrt{2}))$ in strictly convex Banach spaces, Taiwanese Journal of Mathematics, 10 (2006), 381-397
2. T. Suzuki, The set of common fixed points of a one-parameter continuous semigroup of mappings is $F(T(1)) \cap F(T(\sqrt{2}))$, Proceedings of the American Mathematical Society, 134 (2006), 673-681
3. T. Suzuki, Fixed point theorem for asymptotic contractions of Meir-Keeler type in complete metric spaces, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, 64 (2006), 971-978
4. T. Suzuki, Common fixed points of one-parameter nonexpansive semigroups in strictly convex Banach spaces, Abstract and Applied Analysis, 2006 (2006), Article ID 58684, 1-10
5. T. Suzuki, Browder's type strong convergence theorems for infinite families of nonexpansive mappings in Banach spaces, Fixed Point Theory and Applications, 2006 (2006), Article ID 59692, 1-16
6. T. Suzuki, Lou's fixed point theorem in a space of continuous mappings, Journal of the Mathematical Society of Japan, 58 (2006), 769-774
7. T. Suzuki, The strong Ekeland variational principle, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 320 (2006), 787-794
8. T. Suzuki, R. Saadati and D. O'Regan, Common fixed points of two commuting mappings in complete metric spaces, Bulletin of the Iranian Mathematical Society, 32 (2006), 53-66
9. T. Suzuki, Characterizations of common fixed points of one-parameter nonexpansive semigroups, and convergence theorems to common fixed points, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 324 (2006), 1006-1019
10. T. Suzuki, Common fixed points of one-parameter nonexpansive semigroups, The Bulletin of the London Mathematical Society, 38 (2006), 1009-1018
11. T. Suzuki, Moudafi's viscosity approximations with Meir-Keeler

- contractions, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 325 (2007), 342-352
12. T. Suzuki, A sufficient and necessary condition for Halpern-type strong convergence to fixed points of nonexpansive mappings, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 135 (2007), 99-106
 13. T. Suzuki, Browder's type convergence theorems for one-parameter semigroups of nonexpansive mappings in Banach spaces, *Israel Journal of Mathematics*, 157 (2007), 239-257
 14. T. Suzuki, Meir-Keeler contractions of integral type are still Meir-Keeler contractions, *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2007 (2007), Article ID 39281, 1-6
 15. T. Suzuki, Fixed point theorems for more generalized contractions in complete metric spaces, *Demonstratio Mathematica*, 40 (2007), 219-227
 16. T. Suzuki, Some notes on Bauschke's condition, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 67 (2007), 2224-2231
 17. T. Suzuki, A definitive result on asymptotic contractions, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 335 (2007), 707-715
 18. M. Kikkawa and T. Suzuki, Some similarity between contractions and Kannan mappings, *Fixed Point Theory and Applications*, 2008 (2008), Article ID 649749, 1-8
 19. T. Suzuki, w -distances and τ -distances, *Nonlinear Functional Analysis and Applications*, 13 (2008), 15-27
 20. T. Suzuki, Mizoguchi-Takahashi's fixed point theorem is a real generalization of Nadler's, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 340 (2008), 752-755
 21. T. Suzuki, Fixed point theorems and convergence theorems for some generalized nonexpansive mappings, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 340 (2008), 1088-1095
 22. T. Suzuki, On the relation between the weak Palais-Smale condition and coercivity given by Zhong, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 68 (2008), 2471-2478
 23. T. Suzuki, A generalized Banach contraction principle that characterizes metric completeness, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 136 (2008), 1861-1869
 24. T. Suzuki, Mosco convergence of the sets of fixed points for one-parameter nonexpansive semigroups, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 68 (2008), 3870-3878
 25. K. Mitani, K.-S. Saito and T. Suzuki, On the calculation of the James constant of Lorentz sequence spaces, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 343 (2008), 310-314
 26. M. Kikkawa and T. Suzuki, Three fixed point theorems for generalized contractions with constants in complete metric spaces, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 69 (2008), 2942-2949
 27. T. Suzuki, A sufficient and necessary condition for the convergence of the sequence of successive approximations to a unique fixed point, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 136 (2008), 4089-4093
 28. C. Di Bari, T. Suzuki and C. Vetro, Best proximity points for cyclic Meir-Keeler contractions, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 69 (2008), 3790-3794
 29. T. Suzuki, Browder convergence and Mosco convergence for families of nonexpansive mappings, *Cubo A Mathematical Journal*, 10 (2008), 101-108
- [学会発表] (計 8 件)
- ① T. Suzuki, Recent results concerning common fixed points of one-parameter nonexpansive semigroups, The Second International Symposium on Banach and Function Spaces 2006 (ISBFS 2006)
 - ② T. Suzuki, 非拡大半群の共通不動点に関する最近の結果, 日本数学会秋季総合分科会
 - ③ T. Suzuki, 非拡大半群の共通不動点に関する最近の結果, 日本数学会秋季総合分科会
 - ④ T. Suzuki, Recent results concerning fixed point sets for nonexpansive semigroups, The 8th International Conference on Fixed Point Theory and its Applications (ICFPTA 2007)
 - ⑤ T. Suzuki, 非拡大半群等の不動点に関する

るここ4年間の結果, 日本数学会秋季総合分科会

- ⑥ T. Suzuki, 非拡大写像が不動点を持つこと vs 非拡大半群が共通不動点持つこと, 日本数学会秋季総合分科会
- ⑦ M. Nakanishi and T. Suzuki, Generalizations of Kannan's fixed point theorem, The Sixth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA 2009)
- ⑧ T. Suzuki, Halpern's convergence for nonexpansive mappings, The Sixth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA 2009)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木 智成 (SUZUKI TOMONARI)

九州工業大学・大学院工学研究院・准教

授

研究者番号: 00303173

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: