

平成 21 年 4 月 1 日現在

研究種目： 若手研究 (B)
 研究期間： 2006～2008
 課題番号： 18740076
 研究課題名 (和文) 非線型分散型及び双曲型方程式に対する漸近解析
 研究課題名 (英文) Asymptotic analysis for nonlinear dispersive and hyperbolic equations
 研究代表者
 下村 明洋 (SHIMOMURA AKIHIRO)
 首都大学東京・大学院理工学研究科・准教授
 研究者番号： 00365066

研究成果の概要： 本研究課題では、長距離型非線型消散項を伴うシュレディンガー方程式の解の長時間挙動 (時間減衰評価や漸近形)、ゲージ不変でない非線型項を伴うシュレディンガー方程式の散乱理論、4 階シュレディンガー型方程式の解の長時間挙動 (終値問題)、シュレディンガー-改良ブシネスク方程式系の散乱理論の研究を行い、研究成果を得た。得られた研究成果は、学術雑誌 (査読付) に公表した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	700,000	0	700,000
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	210,000	2,310,000

研究分野： 微分方程式

科研費の分科・細目： 数学・基礎解析学

キーワード： 解析学, 偏微分方程式, 関数解析

1. 研究開始当初の背景

非線型分散型及び双曲型偏微分方程式の分散性大域解について、十分時間が経過しても非線型項の影響が無視出来ない場合 (この時、非線型項は長距離型と呼ばれる) にその長時間挙動を調べる事は、対応する線型方程式の性質だけでなく非線型性の影響を詳しく調べなければならない為、大変興味深い研究分野である。本研究課題では、その様な研究に取り組もうとした。

2. 研究の目的

「長距離型」や「長距離型に準ずる」様な非線型項を持つ分散型及び双曲型偏微分方程式について、非線型項の代数的構造が解の長時間挙動にどのような影響するのかを研究しようとした。例えば、非線型シュレディンガー方程式に於いて、非線型項が消散性を持つ場合や、ゲージ不変でない非線型項を持つ場合について、解の時間減衰や時刻無限大での漸近形がどのようなようになるのかを研究するのを研究目的の一つとした。又、シュレディンガー方程式と相性が良くなさそうな偏微分方程式との連立系の解の漸近挙動も研究対象とした。

3. 研究の方法

本研究課題では、数名の研究者と共同研究を行い、近い分野を研究者と情報収集や情報提供をした。得られた研究成果は、学術雑誌（査読有）に公表した。研究集会、セミナーや学会等での講演も行った。又、研究集会やセミナー等に参加して、近い分野の研究者の講演を聴いて視野を広げられる様に努めた。

4. 研究成果

本研究課題では、主に非線型シュレディンガー方程式やそれに関連する非線型偏微分方程式（系）の分散性大域解について、非線型項が「長距離型の場合」や「長距離型に近い場合」にその長時間挙動を研究した。例えば、冪乗型非線型項を持つシュレディンガー方程式に対しては、空間次元が n の時には冪の指数が $1+2/n$ の場合に長距離型と短距離型の境目に相当する。この様な場合には、冪の指数だけでなく非線型項の代数的な構造も解の長時間挙動に影響を与える。主な研究成果をもう少し具体的に手短かに述べると、以下の通りである。

(1) 長距離型の冪乗型非線型消散項 $\lambda |u|^{p-1} u$, ($p \leq 1+2/n$, n は空間次元, λ は虚部が負の複素定数) を持つシュレディンガー方程式について、空間次元が 3 以下の場合に、小さい初期データに対して解の時間減衰評価とその漸近形を求めた。長距離型非線型消散項の影響により、解は自由シュレディンガー方程式の解よりも速く減衰する事が分かった。又、空間次元が 1 の場合に、「非線型項の消散性が強い」という或る条件下で、初期データの小ささを仮定せずに同趣旨の結論を得た。（北直泰氏との共同研究が含まれる。）

(2) 非線型シュレディンガー方程式について、非線型項に対するゲージ条件が解の長時間挙動にどのような影響を与えるのかを以前から研究してきた。その続きとして、空間 2 次元で 2 次の非線型項 $\lambda |u|^2$, (λ は零でない複素定数) を持つシュレディンガー方程式（この方程式は長距離型と短距離型の境目に相当するゲージ不変でない非線型項を持っている）について、時刻無限大で自由解に漸近する解が存在しない事を証明した。（堤誉志雄氏との共同研究である。）

(3) シュレディンガー-改良ブシネスク方程式系の散乱理論の研究を行った。空間 2 次元では、この方程式系は長距離型と短距離型の境目に相当し、この場合に波動作用素の存在

を証明した。

(4) 通常の (2 階の) 自由シュレディンガー方程式の解の性質は詳しく分かっていて非線型方程式の長時間挙動を調べる為の道具立て (自由発展作用素の Dollard 分解等) も多く知られている。しかし、2 階ではないシュレディンガー型の方程式ではその様な道具はあまり知られておらず、線型部分の解析も比較的原始的に行わなければならない為、困難を伴う事が多い。本研究課題では、空間 1 次元で 3 次の非線型項を持つ 4 階のシュレディンガー型方程式の解の長時間挙動について、終値問題を通して研究した。（瀬片純市氏との共同研究である。）

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① Naoyasu Kita and Akihiro Shimomura,
“Large time behavior of solutions to Schrödinger equations with a dissipative nonlinearity for arbitrarily large initial data,”
Journal of the Mathematical Society of Japan,
61 巻, pp.39-64, 2009 年, 査読有.
- ② Akihiro Shimomura,
“A short review of scattering for the Schrödinger-improved Boussinesq system,”
Hokkaido Mathematical Journal, 37巻,
Special Issue ‘Nonlinear Wave Equations,’ pp. 813-823, 2008年, 査読有.
- ③ Jun-ichi Segata and Akihiro Shimomura,
“Global existence and asymptotic behavior of solutions to the fourth order nonlinear Schrödinger type equation,”
Communications in Applied Analysis,
11巻, pp.169-188, 2007年, 査読有.
- ④ Naoyasu Kita and Akihiro Shimomura,
“Asymptotic behavior of solutions to

Schrödinger equations with a subcritical dissipative nonlinearity,”
Journal of Differential Equations,
242巻, pp.192-210, 2007年, 査読有.

- ⑤ Akihiro Shimomura,
“Scattering theory for the Schrödinger-improved Boussinesq system in two space dimensions,”
Asymptotic Analysis,
51巻, pp.167-187, 2007年, 査読有.
- ⑥ Jun-ichi Segata and Akihiro Shimomura,
“Asymptotics of solutions to the fourth order Schrödinger type equation with a dissipative nonlinearity,”
Journal of Mathematics of Kyoto University,
46巻, pp.439-456, 2006年, 査読有.
- ⑦ Akihiro Shimomura and Yoshio Tsutsumi,
“Nonexistence of scattering states for some quadratic nonlinear Schrödinger equations in two space dimensions,”
Differential and Integral Equations,
19巻, pp.1047-1060, 2006年, 査読有.
- ⑧ Akihiro Shimomura,
“Asymptotic behavior of solutions for Schrödinger equations with dissipative nonlinearities,”
Communications in Partial Differential Equations,
31巻, pp.1407-1423, 2006年, 査読有.

[学会発表] (計 9 件)

- ① 下村明洋,
「非線型消散項を伴うシュレディンガー方程式の任意の大きさの初期データに対する解の漸近挙動」(北直泰氏との共同研究),
解析セミナー, 2008年11月4日,
神戸大学.

- ② Akihiro Shimomura,
“Asymptotic behavior of solutions to Schrödinger equations with subcritical nonlinear dissipation” (北直泰氏との共同研究),
研究集会‘Asymptotics and Singularities in Nonlinear and Geometric Dispersive Equations,’ 2008年8月25日,
Banff International Research Station for Mathematical Innovation and Discovery.
- ③ 下村明洋,
「非線型シュレディンガー方程式の初期値問題と解の漸近挙動」,
数理解析セミナー, 2007年10月18日,
首都大学東京.
- ④ Akihiro Shimomura,
“Scattering for the Schrödinger-improved Boussinesq system,”
研究集会‘Nonlinear Wave Equations,’
2007年8月27日, 北海道大学.
- ⑤ 下村明洋,
「ある2次の非線型項を持つシュレディンガー方程式の通常散乱状態の非存在について」(堤誉志雄氏との共同研究),
九州関数方程式セミナー,
2007年6月22日, 九州大学.
- ⑥ 下村明洋,
「非線型シュレディンガー方程式の解の長時間挙動について」, (北直泰氏との共同研究を含む),
解析学火曜セミナー, 2007年5月1日,
東京大学.
- ⑦ 下村明洋,
「消散性非線型項を持つ Schrödinger 方程式の解の漸近挙動について」,
研究集会「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 2007年2月5日,
京都大学(数理解析研究所).
- ⑧ 下村明洋,
「消散性非線型項を持つ Schrödinger 方程式の解の長時間挙動について」,
神楽坂解析セミナー, 2006年10月28日
東京理科大学.
- ⑨ 下村明洋,
「2次の非線型項を持つ Schrödinger 方程式の通常散乱状態の非存在について」
(堤誉志雄氏との共同研究),
解析セミナー, 2006年6月14日,

筑波大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

下村 明洋 (SHIMOMURA AKIHIRO)
首都大学東京・大学院理工学研究科・
准教授
研究者番号： 00365066

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし