

研究種目：若手研究(B)
 研究期間：平成 18 年度～平成 20 年度
 課題番号：18740080
 研究課題名(和文) 非線形退化放物型をしたケーラ・ジーゲル系の解の存在と非存在と漸近挙動に関する研究

研究課題名(英文) Keller-Segel systems of degenerate type

研究代表者 杉山由恵 (SUGIYAMA YOSHIE)
 津田塾大学・学芸学部・准教授
 研究者番号：60308210

研究成果の概要：科研費採択課題に関する上記研究期間中である平成 18 年度～平成 20 年度に、10 編の論文の掲載決定が決定された。更に 10 編の論文が現在投稿中である。

更に、以下の講演を行った。

講演(国内発表) 研究集会：2006 年度 15 回・2007 年度 13 回・2008 年度 5 回(11 月 30 日現在)
 日本数学会：2006 年 9 月～2008 年 9 月、計 7 講演(特別講演を含む)

講演(国際会議)

- [1] 3rd Euro-Japanese workshop on blow up, 2008 9 11, Tohoku Univ. (招待講演)
- [2] Hayashibara forum, 2006 11 23, フランス高等数学研究所 (IHES).
- [3] Parabolic and Navier-Stokes equations, 2006 9 11, Banach Center, Poland.
- [4] 2nd Euro-Japanese workshop on blow up, 2006 9 7, Madrid, Spain.
- [5] 第31回偏微分方程式論札幌シンポジウム, 2006 8 3, 北海道大学, 札幌.

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,500,000	0	1,500,000
2007 年度	1,000,000	0	1,000,000
2008 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総計	3,500,000	300,000	3,800,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：退化放物型・ケーラ・ジーゲル系・解の爆発・発解の漸近挙動・有限伝播性・界面方程式

1. 研究開始当初の背景

KS system 単細胞生物の密度の時間発展を追跡する数理生物モデルとして 70 年代に提唱された反応拡散型方程式系である。半線形型については、解の時間大域的存在や有限時刻における爆発が知られており、流体力学におけるナビエ・ストークス方程式と同様に、今日数理生物学における確固たるモデルであると目されている。半線形型は 1980 年代から多くの成果が得られているが、退化準線形放物型である KS system は、研究開始当初で

ある 2006 年においては研究成果は多く知られてはいなかった。

2. 研究の目的

退化準線形放物型である KS system は空間次元と初期データとの微妙なバランスのもとに、時間大域解と爆発解の存在が顕著に現れる非線形方程式のモデルであること明らかにする。より詳しくは R^n における KS system に対して、拡散の影響(次数 m)が非線形項(次数 q)に比べて大きい

$q < m + 2/n$ ときは, 任意の初期値に対して時間大域的弱解が存在することを示す. 逆に非線形性が拡散に比べて強い $q \geq m + 2/n$ の場合には, 時間局所的な弱解と小さな初期値に対する時間大域的弱解を構成する.

3. 研究の方法

(1) 平成 17 年度には, 一年間の海外研修休暇を取り研究に専念した. その結果, 研修先のホストとの共同研究・単独研究を合わせ, 本申請書作成時点で, 平成 17 年度以降, 10 本の論文掲載と, 更に 10 本の論文を投稿中である. これらの成果を日本数学会・国内の研究集会で積極的に発表する.

(2) 現在 Max Planck 研究所の Luckhaus 氏 (ドイツ) と Complutense 大学の Velázquez 氏 (スペイン) との共同研究を活発に行っている. 更なる成果を得るために, Max Planck 研究所と Complutense 大学を訪問し, 共同研究を行う.

4. 研究成果

(1) 空間高次元における解の有限伝播性の解明: 我々の考えてきた「非線形な拡散項」を持つ退化型 KS system の解が有限伝播性という自然な性質をもつことを高次元において検証した.

(2) 解の界面の特徴づけ: KS system 固有の界面を考察する. KS system に付随する一階双曲型方程式への帰着と, その特性曲線の方法による解法との関係を明らかにした.

(3) Aronson-Benilan 評価式: u^{m-1} の 2 階微分に対する下からの評価式, いわゆる Aronson-Benilan の評価式を確立することを目標とする. これにより, 解の正則性や正值性に関する退化放物型方程式特有の性質を抽出できると期待される.

(4) 解の一意性: 弱解が一意的である関数空間を確立する. 特に, スケール不変性を有する関数空間における弱解の一意性を考察する. 比較定理に依存しない新たな評価式の確立が望まれる.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 13 件)

[1] Aronson-Benilan type estimate and the optimal Hölder continuity of weak solutions for the 1-D degenerate Keller-Segel systems, to appear in *Revista Mathematica*

Iberoamericana.

[2] Strong solutions to the Keller-Segel system with the weak $L^{\frac{n}{2}}$ initial data and its application to the blow-up rate, to appear in *Math. Nachr.*

[3] Partial regularity and its application to the blow-up asymptotics of parabolic systems modelling chemotaxis with porous medium diffusion, *Adv. Study in Pure Math.*, 55 (2009), 137-160.

[4] Interfaces for 1-D degenerate Keller-Segel systems, *J. Evol. Equ.*, 9 (2009), 123-142.

[5] Global solution to the semi-linear Keller-Segel system of parabolic-parabolic type with small data in $L^r(\mathbb{R}^n)$, *J. Differential Equations*, 247 (2009), 1-32.

[6] Local existence and finite time blow-up in the 2-D Keller-Segel system, *J. Evol. Equ.*, 8 (2009), 353-378.

[7] Keller-Segel system of parabolic-parabolic type with initial data in weak $L^{\frac{n}{2}}(\mathbb{R}^n)$ and its application to the self-similar solution, *Indiana Univ. Math. J.*, 57 (2009), 1467-1500.

[8] Application of the best constant of the Sobolev inequality to degenerate Keller-Segel models, *Adv. Differential Equations*, 12 (2007), 121-144.

[9] Asymptotic profile with the optimal convergence rate for a parabolic equation of chemotaxis in super-critical cases,

Indiana Univ. Math. J., 56 (2007), 1279-1298.

[10] Time Global Existence and Asymptotic Behavior of Solutions to Degenerate Quasi-linear Parabolic Systems of Chemotaxis, Differential Integral Equations, 20 (2007), 133-180.

[11] Global existence in the sub-critical cases and finite time blow-up in the super-critical cases to degenerate Keller-Segel systems, Differential Integral Equations, 19 (2006), 841-876.

[12] Large time behavior of solutions in super-critical cases to degenerate Keller-Segel systems, Math. Model. Numer. Anal., 40 (2006), 597-621.

[13] Global existence and decay properties for a degenerate Keller-Segel model with a power factor in drift term, J. Differential Equations, 227 (2006), 333-364.

[学会発表] (計 52 件)

● 講演(国際会議)

[1] Partial regularity and blow-up asymptotics of weak solutions to Keller-Segel systems, 2008, 3rd Euro-Japanese Workshop on Blowup, Tohoku Univ, invited speaker

[2] Blow-up in Keller-Segel model, 2006, Hayashibara forum, フランス高等数学研究所 (IHES)

[3] Asymptotic profile with optimal convergence rate for Keller-Segel model, 2006, Parabolic and Navier-Stokes

equations, Banach Center, Poland

[4] Fujita exponent for Keller-Segel model, 2006, 2nd Euro-Japanese workshop on blow up, Madrid, Spain. a

[5] On the Keller Segel system in higher dimensions, 2006, 第 31 回偏微分方程式論札幌シンポジウム.

[6] Asymptotic properties of reaction-diffusion systems modeling chemotaxis 2004, The Fourth World Congress of Nonlinear Analysts, (WCNA-2004), Orlando, Florida, USA

[7] Global existence of weak solutions and decay properties for some degenerate quasilinear parabolic systems modeling chemotaxis, 2004, Workshop on Reaction-Diffusion Equations and Related Topics, National, Tsing Hua University, Hsinchu, Taiwan.

● 講演(研究集会)

[1] Partial regularity and blow-up asymptotics of weak solutions to Keller-Segel systems, 2009, Math. Biology: modelling and differential equations,

Centre de Recerca Matemàtica, 2009, Autònoma Univ, Barcelona.

[2] Aronson-Benilan type estimate and the optimal Hölder continuity of weak solutions for the 1D degenerate Keller-Segel systems, 2009, 名古屋微分方程式研究集会.

[3] Aronson-Benilan type estimate and the optimal Hölder continuity of weak solutions for the 1D degenerate Keller-Segel systems, 2009, 金沢大学数理学談話会.

- [4] Aronson-Benilan type estimate and the optimal Hölder continuity of weak solutions for the 1D degenerate Keller-Segel systems, 2008, 東京大学.
- [5] Aronson-Benilan type estimate and the optimal Hölder continuity of weak solutions for the 1-D degenerate Keller-Segel systems, 2008, 東京理科大学.
- [6] Interfaces for 1-D degenerate Keller-Segel systems, 2008, 中央大学 偏微分方程式セミナー.
- [7] Finite speed of propagation in 1-D degenerate Keller-Segel system, 2008, 広島微分方程式研究会, 広島大学
- [8] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up asymptotics of solutions to Keller-Segel systems, 2008, Complutense Univ, Madrid.
- [9] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2008, 金沢大学.
- [10] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2008, 第24回九州における偏微分方程式研究集会.
- [11] ϵ -regularity theorem and its application to blow-up asymptotics of weak solutions to degenerate Keller-Segel systems, 2008, 語ろう数理解析.
- [12] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2007, 中央大学.
- [13] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2007, 神戸大学 解析セミナー.
- [14] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2007, 京都大学, Nonlinear PDE seminar.
- [15] Partial regularity and blow-up asymptotics of weak solutions to degenerate Keller-Segel systems, 2007, Singularities arising in Nonlinear Problems 2007.
- [16] シンポジウム「複雑系現象の時系列解析」, 2007, シンポジウム「複雑系現象の時系列解析」.
- [17] Partial regularity and blow-up asymptotics of weak solutions to degenerate Keller-Segel systems, 2007, COE transversal seminar on analysis and geometry.
- [18] Gradient estimates and interfaces for degenerate Keller-Segel systems, 2007, 「界面現象のダイナミクスを解明する最前線の数値解析とその展開 III」
- [19] Partial regularity of weak solutions to degenerate Keller-Segel systems, 2007, 熊本大学応用解析セミナー.
- [20] 走化性 Keller-Segel 系の解の漸近挙動について, 2007, 幾何学シンポジウム.
- [21] Finite speed of propagation in degenerate 1-D Keller-Segel system, 2007, 第四回非線形偏微分方程式

研究集会, 加賀.

[22] Finite speed of propagation in degenerate Keller-Segel system, 2007, 愛媛ワークショップ, 愛媛大学.

[23] On Keller-Segel System with a power factor in drift term, 2007, 第6回偏微分方程式ワークショップ, 別府.

[24] On Quasi-linear Keller-Segel System, 2007, 愛媛大学解析セミナー, 愛媛大学.

[25] Asymptotic profile for the degenerate Keller-Segel system, 2006, 偏微分方程式セミナー, 横浜国立大学.

[26] On the Fujita exponent for Keller-Segel systems, 2006, 福島応用数学小研究集会, 福島大学.

[27] On Fujita exponent for Keller-Segel system, 2006, 偏微分方程式セミナー, 中央大学.

[28] Large time behavior of solutions to the degenerate Keller-Segel model, 2006, 大阪大学 微分方程式セミナー.

[29] On the Keller-Segel system in higher dimensions. 2006, 第二回 非線型の諸問題, 大分.

[30] On the Keller-Segel system and the Fujita exponent, 2006, 慶応大学 解析セミナー.

[31] On 3-D Keller-Segel system, 2006, 東京理科大学 談話会.

[32] Blow-up in Keller Segel system, 2006, 北海道大学偏微分方程式セミナー.

[33] On the Fujita exponent for Keller-Segel systems, 2006, 東北大学 談話会.

[34] Asymptotic profile for solutions of Keller-Segel model, 2006, 京都大学数理解析研究所,

「微分方程式の粘性解理論とその発展」.

[35] Large time behavior of solutions in super-critical cases to Keller-Segel systems, 2006, 九州大学, 関数方程式セミナー,

[36] Time-global solution and asymptotic behaviour for Keller-Segel models of semilinear and quasilinear degenerate type, 2006, Complutense Univ., Conferencias de los Departamentos.

[37] Global solution and decay property for Keller-Segel system of semilinear and quasilinear type, 2006, Mathematical Institute of the Wrocław University, Zakładu Równań Różniczkowych IM UW.

[38] Finite time blow-up for solution to Keller-Segel model of degenerate type, 2006, Autonoma Univ.

● 学会発表

[1] Interfaces for 1-D degenerate, 2008, 日本数学会, 関数方程式論分科会.

[2] ϵ -regularity theorem and its application to the blow-up solutions of degenerate Keller-Segel systems, 2008, 日本数学会, 関数方程式論分科会

[3] 退化型 Keller-Segel 系の解の性質について, 2007, 日本数学会, 関数方程式論分科会, 特別講演.

[4] Blow-up solutions to Keller-Segel systems for the initial data in the scale invariant norm, 2007, 日本数学会, 関数方程式論分科会.

[5] Strong solutions to the Keller-Segel system with the weak $\ln/2(Rn)$ initial data and its application to the blow-up rate, 2007, 日

本数学会，関数方程式論分科会.

[6] Asymptotic profile for solutions of Keller-Segel model in super-critical cases, 2006, 日本数学会，関数方程式論分科会.

[7] Keller-Segel system of parabolic-parabolic type with initial data in weak $L^{n/2}(\mathbb{R}^n)$ and its application to the self-similar solution, 2006, 日本数学会，関数方程式論分科会.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者 杉山由恵 (SUGIYAMA YOSHIE)

津田塾大学・学芸学部・准教授

研究者番号 : 60308210

(2) 研究分担者 ()

研究者番号 :

(3) 連携研究者 ()

研究者番号 :