

平成 21 年 5 月 29 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2006 ~ 2008

課題番号：18740130

研究課題名 (和文) 格子上の超対称性理論の数値的解析

研究課題名 (英文) Numerical analysis of supersymmetric gauge theory on lattice

研究代表者

谷口 裕介 (TANIGUCHI YUSUKE)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・講師

研究者番号：60322012

研究成果の概要：  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理論を Wilson のゲージ及びフェルミオン作用を用いて、対称性を破る形で格子上に乗せ、摂動論的な fine tuning で超対称性の回復を見ることを目的としていました。しかし実際の数値計算では有限格子間隔の効果が思った以上に大きく、到達可能な格子間隔の範囲では超対称性の回復が見えてこないことが判明しました。そのため、効率よく連続極限をとりつつ繰り込みを行う手法としてのシュレーディンガー汎関数形式の研究に着手しました。今回は特に、カイラル対称性を保つ格子フェルミオンに対するシュレーディンガー汎関数形式の定式化、Kaon B parameter の非摂動論的繰り込み、2+1 flavor QCD における非摂動論的な running coupling の計算という三つのテーマについて研究を行いました。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成 18 年度	900,000	0	900,000
平成 19 年度	600,000	0	600,000
平成 20 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	180,000	2,280,000

研究分野：格子ゲージ理論

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子場の理論、非摂動論的繰り込み、シュレーディンガー汎関数形式、QCD 結合定数、Improved action、orbifolding、domain wall fermion、Kaon B parameter

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 超対称性を持った理論を格子上に乗せる試みは長年にわたって続けられてきました。その中で、高い超対称性を持つ理論に関しては、全体の対称性のうち BRST 的な性質を持つ一部の対称性を保ったまま格子状に乗せる方法が近年開発されていました。

この研究では、高い超対称性を持つ理論である、2次元の  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理

論を考えます。この理論が super renormalizable である事を利用して、Wilson のゲージ及びフェルミオン作用を用いた定式化を行い、摂動論的な fine tuning で超対称性を回復する手法を採用して、連続極限で超対称性が回復する様子を観察する目論見でした。

2次元の  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理論に関しては現在、超対称性の一部を保つ定式化

がいくつか知られています。しかし、これらの定式化ではフェルミオンの行列式が複素数になってしまうことや、ゲージ場に対して余分な自由度を導入する必要があることなど、必ずしも数値計算に適しているとはいえませんでした。特に2次元においてはたとえ対称性が無いとしても、fine tuningの問題が摂動論の一次で解決できるのです。ですから、数値計算が可能であるこの定式化を採用し、理論の非摂動論的な研究を行う予定でした。

(2)しかし実際に数値計算を始めてみると、有限格子間隔の効果が思った以上に大きく、通常のPCクラスターで到達可能な格子間隔の範囲では、超対称性の回復が見えてこないことが判明しました。

このため、対称性の回復を見るためには、格子間隔依存性をより緩やかにする改良作用の考え方を導入し、演算子の混合を非摂動論的に解決しつつ、効率よく連続極限をとりつつ繰り込みを行う必要があることを痛感するに至りました。

## 2. 研究の目的

シュレーディンガー汎関数形式は格子上で非摂動論的な繰り込みを行うのに適した手法であり、他の方法と比較して、連続極限を取るときに不定性が少なく、理論的に非常に強固な手法であります。この形式はWilsonのゲージ及びフェルミオン作用に関して、作用や演算子の改良と組み合わせて利用されており、この研究の目的に合致するものと考えました。

## 3. 研究の方法

シュレーディンガー汎関数形式の可能性を探るために三つのテーマについて研究を行うことにしました。

### (1) カイラル対称性を保つ格子フェルミオンに対するシュレーディンガー汎関数形式の定式化。

シュレーディンガー汎関数形式は時間方向についてDirichlet境界条件を課すために、ある種の対称性とは非常に相性が悪くなることがあります。この問題を解決するために、フェルミオンの重要な対称性であるカイラル対称性について解決法を考案しました。

### (2) Kaon B parameter (BK)の非摂動論的繰り込み。

演算子の繰り込みを非摂動論的に行いつつ、連続極限を取るといったテーマのもとに、標準理論における重要な物理量であるKaon B parameterの測定を行いました。

### (3) 2+1 flavor QCDにおける非摂動論的な

running couplingの計算。

シュレーディンガー汎関数形式の最大の特徴は、繰り込み群の流れを連続極限で不定性なしに追いかけることができるという点にあります。この点を最もよくとらえることができるのがQCD running couplingの計算です。それ自体が標準理論の重要なパラメータであるQCD結合定数を2+1 flavorという数値計算における最新の分野において決定しました。

## 4. 研究成果

### (1) カイラル対称性を保つ格子フェルミオンに対するシュレーディンガー汎関数形式の定式化。

格子上で非摂動論的に繰り込みを遂行することができる、シュレーディンガー汎関数形式について研究を行いました。

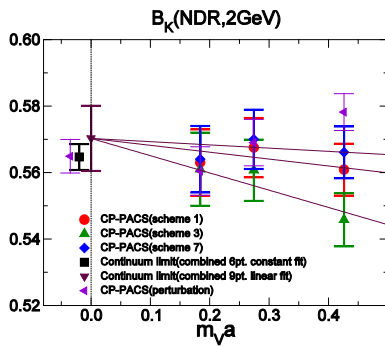
格子上では有限格子間隔と有限体積の制限から、繰り込みスケールの取り得る範囲には制限がありました。このため非摂動論的な効果が重要となる低エネルギー領域から、摂動論的な高エネルギー領域までを一度に扱うことはできませんでした。シュレーディンガー汎関数形式はstep scaling functionの手法を用いることで、広い範囲のエネルギースケールを取り扱うことを可能にしてくれます。

しかしながら、格子上でカイラル対称性を保つことのできるdomain wall fermionにおいては、ある種の困難からシュレーディンガー汎関数形式が定義できていませんでした。私はorbifoldingの手法を用いることでこの困難を回避できることを示し、domain wall fermionでシュレーディンガー汎関数形式の定義を与えました。

### (2) Kaon B parameter (BK)の非摂動論的繰り込み。

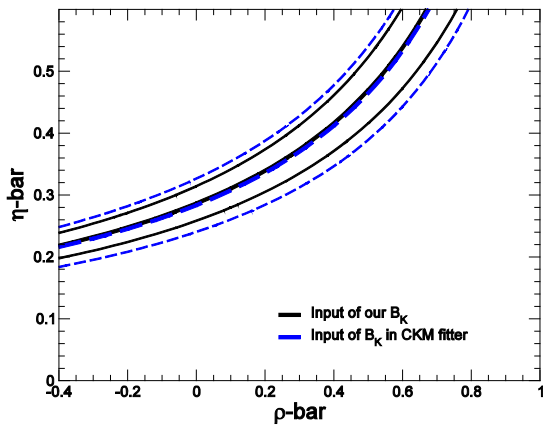
1.で開発された理論の応用として、domain wall fermionを用いてKaon B parameterの非摂動論的繰り込みを行いました。BKはハドロンのweak decayの過程におけるQCDの寄与を表す物理量で、小林-益川行列を実験から求めるときに必須となるものです。実験ではQCDの影響のみを取り出すことはできませんから、BKは純粋なCQDの理論計算から求める必要があります。現在BKは主に格子による数値計算から求められています。摂動論的な繰り込みを用いざるを得ない点が系統誤差の要因となっていました。

今回、非摂動論的な繰り込み定数が求まったことで、quench近似の範囲内では世界最高水準のデータを得ることができました。



その結果、小林-益川行列を実験から定めるときに誤差を大幅に減らせることが判明しました。

Constraint from  $\epsilon_K$

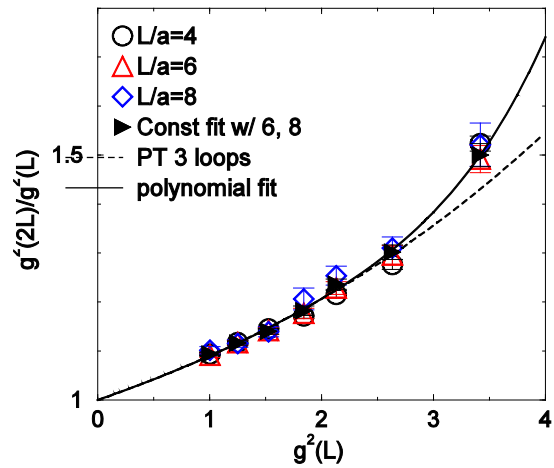


また、domain-wall fermionにおける応用例として、クォーク質量の非摂動的な繰り込みにも取り組み、非常に良い制度でこれらの量を求めることが出来ました。

(3) 2+1 flavor QCD における非摂動的な running coupling の計算。

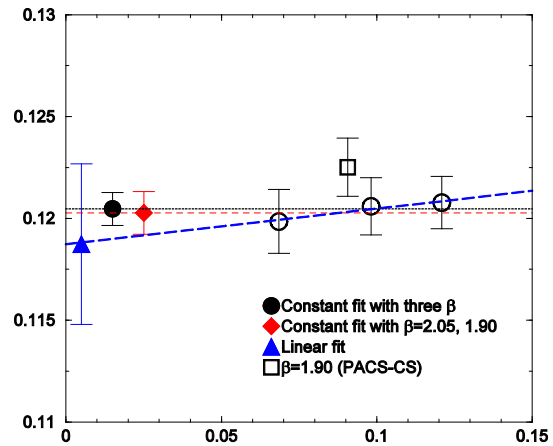
シュレーディンガー汎関数の手法を用いて、Nf=2+1 flavor QCDの結合定数の導出を行いました。通常、QCDの結合定数は高エネルギー領域での散乱実験などをインプットにしてから求められるのですが、この研究ではPACS-CS collaborationによって導出された低エネルギーでのハドロン質量をインプットに用いました。さらに、高エネルギー実験との比較を行うために、シュレーディンガー汎関数形式の特性を生かして、高エネルギー領域への running を非摂動的に行いました。これは低エネルギーから高エネルギーまでの全スケールを7つに分割し、各点での step scaling function を3種類の格子サイズについて計算し、連続極限を求めることによって可能となりました。

SSF for coupling



これはNf=2+1 flavour QCDに関しては世界初の成果であります。

そしてこの結果、結合定数として  $\alpha_s(M_Z) = 0.12047(81)(-48)(-173)$  という値を得ることができました。



これは現在の世界最高水準の精度を実現しています。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Y. Nakamura, S. Aoki, Y. Taniguchi, T. Yoshie, Precise determination of BK and light quark masses in quenched domain-wall QCD, Physical Review D 78, 034502-1-29 (2008) 査読有
- ② Y. Taniguchi, Non-perturbative renormalization of Nf=2+1 QCD with Schrödinger functional scheme, PoS LATTICE 2008, 229, 1-7 (2008) 査読無
- ③ Y. Nakamura, Y. Taniguchi, Non-perturbative renormalization of

four-quark operators and BK with Schrödinger functional scheme in quenched domain-wall QCD, PoS LATTICE 2007, 248, 1-7 (2007) 査読無

- ④ Yusuke Taniguchi, Schrödinger functional formalism with domain-wall fermion, JHEP 10, 027 (2006) 査読有

[学会発表] (計 3 件)

- ① 谷口裕介、Nf=2+1 格子 QCD における非摂動的な繰り込み、日本物理学会 2008 年秋季大会、山形大学 (2008 年 9 月 21 日)
- ② Y. Taniguchi、Non-perturbative renormalization of Nf=2+1 QCD with Schrödinger functional scheme、Lattice2008, Williamsburg, Virginia, USA (July 18, 2008)
- ③ 谷口裕介、Non-perturbative renormalization of quark mass for three flavor QCD with Wilson fermion and RG improved gauge action、日本物理学会、北海道大学 (2007 年 9 月 22 日)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

谷口 裕介 (TANIGUCHI YUSUKE)  
筑波大学・大学院数理物質科学研究科・  
講師  
研究者番号：60322012