様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成２１年　４月３０日現　在

研究種目：若手研究(B)
研究期間：2006～2008
課題番号：18740143
研究課題名（和文）　弦理論の定式化と非摂動論的な効果の解析

研究課題名（英文）　String Theory and Its Nonperturbative Effects

研究代表者
森山　翔文　(Moriyama　Sanefumi)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・助教
研究者番号：80402452

研究成果の概要：

統一理論の候補となる弦理論から、実験で検証された標準模型を導出することは難しい。その理由は、弦理論の非摂動論的な効果に対する理解が不足しているからだと思われる。本研究では、弦理論の非摂動論的な効果の理解と真空構造の解析を目指して、弦理論の定式化に関する研究を行った。研究期間を通じて取り組んだテーマは、(1) 光円錐型弦の場の理論と行列弦理論の対応、(2) 超対称ヤン・ミルズ理論のインスタントン計算、(3) 超対称ヤン・ミルズ理論の可積分性である。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００６年度	1,200,000	0	1,200,000
２００７年度	1,000,000	0	1,000,000
２００８年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総　計	3,200,000	300,000	3,500,000

研究分野：数理系科学
科研費の分科・細目：物理学・素粒子、原子核、宇宙線、宇宙物理
キーワード：素粒子論、数理物理学、弦理論、ゲージ理論、超対称性、可積分性、インスタントン計算、弦の場の理論

１．研究開始当初の背景

理論物理学の一大目標は自然現象を統一的に理解することである。電磁気学や量子力学に始まり、より広範囲の自然現象をより単純な物理法則で説明しようと、相対性理論や場の量子論が発展してきた。現在では、ゲージ場の量子論と重力理論の枠組みで標準模型が構築され、これによってほとんどの実験事実が説明されるようになった。

ところが、ゲージ場の量子論と重力理論は理論的にうまく整合しない。そこで理論物理学では、重力子を含めたあらゆる素粒子を、弦のさまざまな振動モードだと見なす弦理論によって、その理論的な矛盾をうまく回避した。そのため、弦理論は量子重力理論を含めた無矛盾な統一理論の候補として注目されるようになった。

２．研究の目的

それにもかかわらず、弦理論から標準模型を正確に再現することは非常に難しい。その理由は弦理論の非摂動論的な効果に対する理解が不足しているからであろう。弦理論の非摂動論的な効果を解析するためには、相互作用を含めた弦理論の正確な定式化を完全に理解する必要がある。

これまでの物理学によれば、相互作用は場の理論によって記述されるので、弦理論に対しても場の理論を構築する必要がある。ところが、一般に単一弦の世界面理論でさえ、ゲージ自由度のため解析が非常に複雑である。そこで、弦の相互作用を記述する新しい定式化が望まれるようになった。

そこで、本研究は、弦理論の定式化について再考し、非摂動論的な効果を解析することを目的とする。

３．研究の方法

近年の弦理論の発展で、弦理論の定式化を再考する上で特に注目すべきことは、弦理論とゲージ理論の対応関係が確固とした形で提示されたことである。この対応関係のアイデアはもともとトフーフトにより提唱され、行列模型による非臨界弦の記述に継承された。さらに近年では、光円錐量子化のM 理論や弦理論の行列模型による記述などが発見されて、より一般的に弦理論とゲージ理論の間に関係があることが信じられるようになった。この発展の中で、アンチドジッター（AdS）時空上の超弦理論と共形場の理論（CFT）である超対称ヤン・ミルズ理論の間の対応関係が提示された。

このような発展をふまえて、弦理論の定式化を再考するために、ゲージ理論との関連から考える。具体的には、平坦時空上の弦理論を記述する理論として、光円錐型弦の場の理論（弦理論）と行列弦理論（ゲージ理論）があるので、その両者を関連付けることにより、相補的に理解することを目指す。

４．研究成果

研究計画に基づいて光円錐型弦の場の理論と行列弦理論の対応関係を完全につけた。この対応関係は、一般的にゲージ理論を用いて弦理論の相互作用を記述できる可能性を示唆しているので、ここではさらにその方向に研究を進め、ゲージ理論の可積分構造や非摂動論的な効果を詳しく調べた。

得られた研究成果は、(1) 光円錐型弦の場の理論と行列弦理論の対応、(2) 超対称ヤン・ミルズ理論のインスタントン計算、(3) 超対称ヤン・ミルズ理論の可積分性に分類される。それぞれの研究成果を以下に説明する。

(1) 光円錐型弦の場の理論と行列弦理論の対応

これまで弦理論とゲージ理論の対応関係として、AdS/CFT 対応が詳しく調べられてきたが、弦理論とゲージ理論の関係はもっと一般的なものであると期待される。この研究では、弦理論とゲージ理論の関係という観点から、平坦時空上の弦の相互作用を記述する二つの方法の関係を確立させた。

光円錐型弦の場の理論（弦理論）も行列弦理論（ゲージ理論）も平坦時空上の弦の相互作用を記述するものである。両者の関係を明らかにさせることにより、二つの定式化が互いに相補的な役割を果たす。この研究では、光円錐型弦の場の理論を用いて行列弦理論の演算子積展開を再現し、相互作用のレベルで両者の関係を明らかにした[1]。

この研究の副産物として、複雑だった光円錐型弦の場の理論の三点相互作用頂点をはるかに簡潔に書き換えることができた。これ

までの三点相互作用頂点は、それぞれの次数のフェルミオン運動量に複雑な不変テンソルをかけたものとして求まっている。さらに超対称性の証明には、複雑なフィルツ恒等式を用いなければならなかった。ここでは、so(8)のtrialityを用いて、スピノル表現空間におけるガンマ行列を定義することによって、三点相互作用頂点を、単なる指数関数の形にまとめることができた。また、このとき、超対称性の証明も、スピノル表現空間のクリフォード代数を用いることによって、簡単に証明されるようになった。

(2) 超対称ヤン・ミルズ理論のインスタントン計算

これまで超対称ヤン・ミルズ理論の低エネルギー有効理論は正則性や準古典近似の解析から知られていたが、インスタントン計算による再導出が望ましい。それは、第一原理による導出という審美的な理由だけでなく、より幅広い応用性を持つと期待されるからである。

ここでは、これまでN=2理論に対して成功したインスタントン計算をN=1理論にも拡張し、相関関数の母関数の再導出を行った[3, 2]。非摂動論的な効果の代表であるインスタントン効果の計算は非常に複雑であったが、超対称性を持つ場合には、局所化公式が適用されて、インスタントン効果はヤング図で分類され、インスタントン効果の計算はヤング図に関する和の公式に帰着することがわかる。

量子力学における経路積分、統計力学における分配関数など、物理学の解析においてはすべての可能性について「足し上げる」ことが基本になっている。また、数学においてもヤング図に関する和の公式が多く知られている。この両者が互いに関係づくこと、つまり、インスタントンによる量子効果の解析がヤング図の和の公式に帰着することは、自然科学における足し上げの普遍性を示唆しているであろう。

(3) 超対称ヤン・ミルズ理論の可積分性

弦理論とヤン・ミルズ理論の間に対応関係が知られており、ヤン・ミルズ理論を通じて弦理論の定式化ができることが期待される。ここでは、ヤン・ミルズ理論の可積分性を調べ、そこから弦理論の対称性を引き出して、弦理論の非摂動論的な効果の理解を目指した。

具体的には、ヤン・ミルズ理論から得られた散乱行列を用いて、背後にあるヤンギアン対称性を調べた[6, 5]。特に、模型に対して仮定されていたevaluation表現が、ヤンギアン代数の定義方程式であるセール関係式と無矛盾であることをいくつかの困難を乗り越えて示した。evaluation 表現とは、高次演算子の表現が零次演算子の表現にevaluation パラメータの冪乗をかけたものとして書ける表現のことである。

evaluation 表現を持つことの意味はこれまであまり議論されてこなかったが、弦の世界面理論である共形場理論のアフィン代数に酷似していることから、evaluation 表現を持つことは共形場理論（弦理論）との関係を強く示唆している。

セール関係式を示す上で主に困難な点は次の二点である。セール関係式において添え字が複雑に縮約されており、添え字を上げ下げする際にキリング形式が必要になるが、この超リー代数のキリング形式は縮退している。この困難に対して、縮退が解けている例外超リー代数の極限から調べることを提唱した[4]。また、超リー代数は複雑な構造定数を持つが、これに対して三次元ガンマ行列を導入し、計算をフェルミオンの散乱振幅の計算に帰着させた。

縮退を解くために導入された例外超リー代数はそれ自身豊かな代数構造を持つため、例外超リー代数に対しても（超リー代数の基本表現の自然な拡張となる）無限次元表現を構成した[4]。このとき詳しく調べたところ、この無限次元表現もまたセール関係式と無矛盾にevaluation 表現を持つことがわかった。つまり、evaluation 表現を持つことは背後に（弦理論などの）由緒正しい起源があるという解釈をすれば、ゲージ理論から得られた可積分代数のみならず、その変形の代数までが、背後に由緒正しい起源を持つ可能性がある。

セール関係式は無限次元可積分代数の構造と深く関係しているが、セール関係式の解析により高次演算子の構成が可能となった。標準的に用いられる高次演算子は随伴表現の二次カシミアが非零であるという仮定の下で構成されたが、この場合の超リー代数の二次カシミアは零になるため標準形の変更を提案した。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計　６件）

[1] I.Kishimoto, S.Moriyama, ″On

LCSFT/MST Correspondence", *Advances in Theoretical and Mathematical Physics* **13** (2009) 111-157. 査読有

[2] H.Kanno, S.Moriyama, "Instanton Calculus and Loop Operator in Supersymmetric Gauge Theory", *Physical Review*, **D77** (2008) 126001. 査読有

[3] S.Fujii, H.Kanno, S.Moriyama, S.Okada, "Instanton calculus and chiral one-point functions in supersymmetric gauge theories", *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*, **12** (2008) 1401-1428. 査読有

[4] T.Matsumoto, S.Moriyama, "An Exceptional Origin of the AdS/CFT Yangian Symmetry", *Journal of High Energy Physics*, **04** (2008) 022. 査読有

[5] T.Matsumoto, S.Moriyama, A.Torrielli, "A Secret Symmetry of the AdS/CFT S-matrix", *Journal of High Energy Physics*, **09** (2007) 099. 査読有

[6] S.Moriyama, A.Torrielli, "A Yangian Double for the AdS/CFT Classical r-matrix", *Journal of High Energy Physics*, **06** (2007) 083. 査読有

６．研究組織

(1)研究代表者
森山　翔文　(Moriyama　Sanefumi)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・助教
研究者番号：80402452