

平成 21年 5月 25日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2006～2008

課題番号：18740144

研究課題名（和文）スペクトル法を用いたアインシュタイン方程式の超高精度数値解法の研究

研究課題名（英文）Application of spectral methods to high-accuracy numerical relativity

研究代表者

原田 知広 （HARADA TOMOHIRO）

立教大学・理学部・准教授

研究者番号：60402773

研究成果の概要：Einstein 方程式を解く数値的手法（数値相対論）を軸として、相対論的重力の非線形効果が重要となるいくつかの現象の解析を行った。特に、減速膨張宇宙および加速膨張宇宙における物質場存在下での動的なブラックホール解の構築とその性質、円筒対称および球対称重力崩壊における時空特異点の形成と自己相似解の役割、球対称ダストの重力崩壊における量子重力的效果という三つの課題について研究成果を出した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,500,000	0	1,500,000
2007年度	1,000,000	0	1,000,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	330,000	3,930,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：相対論・重力（理論）

## 1. 研究開始当初の背景

Einstein 方程式の数値解法である数値相対論が、大成功を収めつつあった。BSSN 形式が数値的に安定なコードとして実証され、連星中性子星の合体などいろいろな相対論的天体現象のシミュレーションが可能になっていた。また、ブラックホールの取り扱いも特異点摘出法という数値計算技術によって可能になった。ところが数値精度の問題は依然大きな問題として残っていた。数値精度がどうして大きな問題であるかといえば、これが重力波の波形計算に不可欠であるからだ。

重力波天文学の成立のためには、重力波波形から放射天体の物理を明らかにしなければならない。連星中性子星合体や重力崩壊型超新星などによる重力波計算には、数値相対論がその役割を大きく期待されていた。重力波は重力場の揺らぎとして生成され伝播していくので、波形計算のためには強い重力場の小さな揺らぎを正確に計算するための高い数値精度が要求される。現在の数値相対論では、ブラックホールや中性子星が関係する相対論的な現象の場合には、満足な精度の重力波波形を計算できなかった。数値精度の向上が重要となっていた。

## 2. 研究の目的

- (1) スペクトル法を時間発展を含む数値相対論に応用して、超高精度の数値相対論の計算法を開発し、それを実装した計算コードを作成する。
- (2) スペクトル法によって得られた超高精度の数値相対論コードを非線形な相対論的重力現象に適用して物理的に有意義な結果を与える。

## 3. 研究の方法

下記のように順次研究を進めていく予定であった。

- (1) スペクトル法による真空3次元数値相対論コードの作成
- (2) 重力波の伝播計算による数値コードの実証
- (3) 重力波の重力崩壊における臨界現象の数値実験

しかしながら研究開始当初の状況から数値相対論を取り巻く状況が大きく変わり、数値相対論研究は急速に巨大なグループによる研究が主流となるに至り、しかもそれらのグループ内では多数の個々の研究者の分業化が行われるなどして個人研究が数値解法の実証に対して意味のある貢献をすることが困難になってきた。逆に、多くの研究者にとっては数値相対論はブラックボックス化しつつあり、数値的な技法は数値相対論コード開発グループ内での技術的改善の問題としてとらえられるようになってきている。

そのような状況の中で、私が着目したスペクトル法による高精度化は、これらの数値相対論コード開発グループによって開発されたコードに実装されることとなり、本研究のような個人研究によってスペクトル法それ自体を数値相対論に応用することを目的とする意味は薄れたと言わざるを得ない。それにも関わらず、本研究の真の科学的な目的である重力波計算や非線形重力現象の理解についてはその意義はますます重要になっている。こうした状況の中で、私は研究の重点をスペクトル法という数値的な技法それ自体から数値的な手法を用いて相対論的重力現象を理解することへと幾分移すことになった。

## 4. 研究成果

- (1) われわれは Friedmann 膨張宇宙におけるブラックホールの成長を調べるため、自己相似的ブラックホール解の存在について調べた。その結果、

通常の減速膨張宇宙ではそのような解が存在しないのに対して、加速膨張宇宙では最も簡単なダークエネルギーモデルを使って自己相似的ブラックホール解が存在することを示した。さらに数値的な手法によってそのような解を実際に構成した。これは加速膨張宇宙ではブラックホールが自己相似的に成長し続ける可能性を示唆するものである。さらに、加速膨張宇宙でこの最も簡単なダークエネルギーモデルを採用し、自己相似的に成長するワームホール解をも構成した。また、加速膨張宇宙を実現するより現実的なモデルであるスカラー場モデルで自己相似解の漸近的ふるまいを求めた。これらの研究は原始ブラックホールによって宇宙初期の影響を調べようとする観測的宇宙論において重要なインパクトを与える。今後スカラー場モデルにおける詳細な解析が待たれる。

- (2) 重力崩壊における時空特異点形成について調べるため、円筒対称および球対称系の重力崩壊について具体的なモデルを考えて調べた。円筒対称ダストの重力崩壊における時空特異点をしらべそこでの物理的な境界条件を付加することによって特異点ができて以降の時空解を数値的に構築した。球対称無衝突粒子系について臨界現象の存在を示唆し、臨界解として一意的な自己相似解を厳密に与えた。さらに、準光速重力崩壊近似を球対称時空における type I 物質場に適用し、この近似が特異点形成時刻付近まで正当化できる条件を調べた。これらの結果は裸の特異点はできないとする宇宙検閲仮説を軸とする時空特異点の研究に重要なインパクトを与える。
- (3) 重力の非線形効果が際立つ現象である時空特異点では、同時に量子重力的效果が支配的になると考えられる。われわれは量子重力的效果とブラックホール熱力学を考慮することにより、ブラックホールに最小質量が存在することを示唆した。さらに、球対称ダストの重力崩壊において、ループ量子重力から推測される量子重力的效果を取り入れた有効理論を与えた。これに基づいて、数値相対論的な手法によって重力崩壊をシミュレーションすることにより、重力崩壊時空特異点形成におけるループ量子重力效果を解析することに世界で初めて成功した。今後、ダストで

はなくより現実的な物質場の重力崩壊に対して同様の研究を行うことが重要である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

- ① Tomohiro Harada, "Singularities and self-similarity in gravitational collapse", a plenary talk given at the Hayashibara Forum at IHES on Singularities, 20-23 Nov 2006, Bures-sur-Yvette, France, to appear in the Advanced Study in Pure Mathematics [2009 年掲載決定](査読有) (15pp)
- ② Hideki Maeda, Tomohiro Harada and B. J. Carr, "Cosmological wormholes", Phys. Rev. D79(4), 044034 (2/2009) (10 pp), (査読有).
- ③ Zahid Ahmed, Tomohiro Harada, Ken-ichi Nakao and M. Sharif, "High-Speed Collapse of a Hollow Sphere of Type I Matter", Class. Quantum Grav. 26(3), 035007 (1/2009) (15 pp), (査読有).
- ④ Martin Bojowald, Tomohiro Harada and Rakesh Tibrewala, "Lemaitre-Tolman-Bondi collapse from the perspective of loop quantum gravity", Phys. Rev. D 78(6), 064057 (9/2008) (30 pp), (査読有).
- ⑤ Masanori Kyo, Tomohiro Harada and Hideki Maeda, "Asymptotically Friedmann self-similar scalar field solutions with potential", Phys. Rev. D77(12), 124036 (6/2008) (10 pp), (査読有).
- ⑥ Hideki Maeda, Tomohiro Harada and B. J. Carr, "Self-similar cosmological solutions with dark energy II: black holes, naked singularities and wormholes", Phys. Rev. D77(2), 024023 (1/2008) (12 pp), (査読有).
- ⑦ Tomohiro Harada, Hideki Maeda and B. J. Carr, "Self-similar cosmological solutions with dark energy I: formulation and asymptotic analysis", Phys. Rev. D77(2), 024022 (1/2008) (13 pp), (査読有).
- ⑧ Ashutosh Mahajan, Tomohiro Harada, Pankaj S. Joshi and Ken-ichi Nakao, "Critical Collapse of Einstein Cluster", Prog. Theor. Phys. 118(5),

865-878 (2007), (査読有).

- ⑨ Hiromi Saida, Tomohiro Harada and Hideki Maeda, "Black Hole Evaporation in an Expanding Universe", Class. Quantum Grav. 24(18), 4711-4732 (9/2007), (査読有).
- ⑩ Tomohiro Harada and Ashutosh Mahajan, "Analytical solutions for black-hole critical behaviour", Gen. Rel. Grav. 39, 1847-1854, (8/2007) (査読有).
- ⑪ Ken-ichi Nakao, Yasunari Kurita, Yoshiyuki Morisawa and Tomohiro Harada, "Relativistic Gravitational Collapse of Cylindrical Dust", Prog. Theor. Phys. 117(1), 75-102 (1/2007), (査読有).
- ⑫ Tomohiro Harada, "Is there a black hole minimum mass?", Phys. Rev. D74(8), 084004 (10/2006) (4 pp), (査読有).
- ⑬ Tomohiro Harada, Hideki Maeda and B. J. Carr, "Non-existence of self-similar solutions containing a black hole in a universe with a stiff fluid or scalar field or quintessence", Phys. Rev. D74(2), 024024 (7/2006) (17 pp) (査読有).

[学会発表] (計 16 件)

- ① 原田知広、中尾憲一、B. C. Nolan、「Einstein-Rosen 波と円筒対称時空における自己相似仮説」、日本物理学会第 64 回年次大会、立教大学、2009 年 3 月 29 日
- ② Tomohiro Harada, "Gravitational collapse of a dust ball from a perspective of loop quantum gravity: an application", The 18<sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation, 17-21 Nov, 2008, Hiroshima University, Hiroshima, Japan. 2008 年 11 月 20 日
- ③ 原田知広、M. Bojowald、R. Tibrewala、「ループ量子重力の観点からの球対称ダスト重力崩壊：数値計算」、日本物理学会秋季大会、山形大学、2008 年 9 月 23 日
- ④ Tomohiro Harada, "Self-similar black holes in an accelerated universe", Spanish Relativity Meeting 2008, 15-19 Sep 2008, Hospederia Fonseca Conference Centre, Salamanca, Spain. 2008 年 9 月 15 日
- ⑤ 原田知広、A. Mahajan「重力崩壊の臨界現象の厳密な臨界解」、日本物理学会第 63 回年次大会、近畿大学、2008 年 3 月 24 日
- ⑥ Tomohiro Harada, "Self-similar

- cosmological solutions with dark energy”, The 17th Workshop on General Relativity and Gravitation, 3 - 7 Dec, 2007, Nagoya University, Nagoya, Japan. (poster and short talk) 2007年12月3日
- ⑦ 原田知広、前田秀基、B. J. カー、「暗黒エネルギー宇宙における自己相似的ブラックホール」、日本物理学会秋季大会、北海道大学、2007年9月22日
- ⑧ Tomohiro Harada, Hideki Maeda and B. J. Carr, “Self-similar cosmological solutions with dark energy I: formulation and asymptotic analysis”, The 8th International Conference on Gravitation and Astrophysics, 29 Aug -1 Sep 2007, Nara Women’s University, Nara, Japan. (poster and short talk, 査読有)、2007年8月29日
- ⑨ Hiromi Saida, Tomohiro Harada and Hideki Maeda, “Black Hole Evaporation in a Friedmann Universe”, The 8th International Conference on Gravitation and Astrophysics, 29 Aug -1 Sep 2007, Nara Women’s University, Nara, Japan. (poster and short talk, 査読有)、2007年8月29日
- ⑩ Tomohiro Harada, Hideki Maeda and B. J. Carr, “Asymptotically Friedmann Self-Similar Solutions with Dark Energy”, The 18th International Conference on General Relativity and Gravitation, 8-14 July 2007, Sydney Conference Centre, Sydney, Australia. (査読有)、2007年7月12日
- ⑪ 前田秀基、原田知広、B. J. カー、「暗黒エネルギー宇宙における自己相似的ブラックホール解の存在可能性について」、日本物理学会第62回年次大会、首都大学東京、2007年3月26日
- ⑫ Tomohiro Harada, “Non-existence of self-similar black hole in a universe with a scalar field or quintessence”, The 16th Workshop on General Relativity and Gravitation, 27 Nov - 1 Dec, 2006, Niigata Prefectural Civic Center, Niigata, Japan 2006年11月30日
- ⑬ Tomohiro Harada, “Naked singularities and self-similarity in gravitational collapse”, an invited talk, Workshop “From Geometry To Numerics”, 20-24 Nov 2006, Institut Henri Poincare, Paris, France. 2006年11月24日
- ⑭ Tomohiro Harada, “Singularities and Self-Similarity in Gravitational Collapse”, an invited plenary talk,

Hayashibara Forum on Singularities, 20-23 Nov 2006, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bur-sur-Yvette, France. 2006年11月21日

- ⑮ 原田知広、「ブラックホールに最小質量はあるか?」、日本物理学会秋季大会、奈良女子大学、2006年9月23日
- ⑯ Tomohiro Harada, “Black Holes in Scalar Field/Quintessence Cosmology”, The 11th Marcel Grossmann Meeting on recent developments in theoretical and experimental general relativity, gravitation, relativistic field theories, 23-29 Jul 2006, Berlin Freie Universitaet, Berlin, Germany. 2006年7月24日

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

原田 知広 (HARADA TOMOHIRO)  
立教大学・理学部・准教授  
研究者番号：60402773