様 式 C－19、F－19－1、Z－19 （共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 9 月 13 日現在

機関番号：１３９０１
研究種目：基盤研究(B)（一般）
研究期間：2018～2022
課題番号：１８Ｈ０１１１０

研究課題名（和文）モチヴィックガロア群と多重ゼータ値から広がる数学ー整数論からの解放ー

研究課題名（英文）Mathematics arising from motivic Galois groups and multiple zeta values

研究代表者
古庄 英和（FURUSHO, HIDEKAZU）

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：６０３７７９７６

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 9,400,000円

研究成果の概要（和文）：モチヴィックガロア群の研究と多重ゼータ値の研究の様々な分野と関連をより鮮明にすべくassociatorを中心として研究を行い以下の研究結果を得ている：多重ゼータ値の調和余積の幾何学的解釈、調和積に付随する二種類の固定化部分群の一致性、アソシエーターのmould理論的定式化、柏原-Vergne Lie代数とGoncharovの二面体Lie代数のmould理論的解釈、l進超幾何関数の構成、p進超幾何関数の構成、正標数関数体の多重ポリログの解析接続、アソシエーター関係式と合流関係式の等価性。

研究成果の学術的意義や社会的意義
モチヴィックガロア群の研究と多重ゼータ値の研究は整数論の研究分野とみなされがちである。本研究では整数論以外の分野との関わりを強めるべく、モチヴィックガロア群と多重ゼータ値について整数論の内側と外側から"挟み撃ち的な"研究を行い、モチヴィックガロア群と多重ゼータ値の両研究に関連する（および関連しそうな）さまざまな研究に取り組んでいる。両研究の研究分野の裾野を広げるための基盤形成的な研究である。

研究成果の概要（英文）：To make clearer a relationship of the motivic Galois group and multiple zweta values with various fields of mathematics, I conducted researches, particularly on associators, and obtained the following results:
geometric interpretation of the harmonic coproduct of multiple zeta values, equality of two stabilizers related with harmonic coproducts, mould theoretical formulation of associators, mould theoretic interpretation of Kashiwara-Vergne Lie algebra and Goncharov's dihedral Lie algebra, construction of l-adic hyper geometric function, construction of p-adic hypergeometric function, analytic continuation of positive characteristic version of multiple polylogarithms, equivalence between associator relations and confluence relations.

研究分野：Algebra

キーワード：アソシエーター モチヴィックガロア群 グロタンディーク・タイヒミュラー群 ダブルシャッフル群 柏原-Vergne群

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様　式　C－１９、F－１９－１、Z－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

近年盛んに研究されている多重ゼータ値の間には、様々な関係式が成り立つことが知られている。とりわけ double shuffle 関係式と言われる多重ゼータ値の間に成り立つ最も基本的な代数関係式が知られており、この関係式は多重ゼータ値の間の全ての代数関係式を生成すると期待されている。double shuffle 群とは Racinet ('02)により定義された副（無限次元の）代数群であり、この double shuffle 関係式で定義されている。Double shuffle 関係式が多重ゼータ値の間の全ての代数関係式を生成するという上述の期待は、double shuffle 群がモチヴィックガロア群と一致しているという予想に他ならない。モチヴィックガロア群とは Deligne-Goncharov (‘05)によって構成された不分岐混合 Tate モティーフのなす淡中圏を統制するガロア群のことである。

一方で、Drinfeld ('91)は数理物理学（特に共形場理論、KZ 方程式）の研究において Grothendieck-Teichmuller 群と呼ばれる無限次元の代数群を導入している。（この群は、それ以前に Grothendieck が数論幾何学の研究において、特に「Esquisse d'un programme('84)」で提出した Teichmuller-Lego の哲学にて、存在が示唆されていた群と考えられている。）この群は、Deligne-Drinfeld-Ihara らによってモチヴィックガロア群と一致していると予想されている。

この二つの予想をつなげるとモチヴィックガロア群を介して double shuffle 群と Grothendieck-Teichmuller 群は一致していると予想されるわけであるが、この予想に関しては、後者から前者に埋め込みがあることが研究代表者により 2011 年に示されているものの、逆向きの単射が存在するかどうかに関しては未だわかっていない。

２．研究の目的

本研究の目的は、上で説明した double shuffle 群と Grothendieck-Teichmuller 群の一致問題を意識しながら、多重ゼータ値とモチヴィックガロア群の整数論以外の数学の分野との接点に注目し、さまざまな側面を明らかにしていくことである。具体的には Grothendieck が「Esquisse d'un programme ('84)」で提唱し Drinfeld により数理物理学の側面が明らかにされた Teichmuller-Lego の哲学、多重ゼータ値の間に成り立つ最も基本的な代数関係式である double shuffle 関係式の背後に存する数論幾何学 (Deligne プロジェクト)、Alekseev, Meinrenken らにより解決されさらに Alekseev-Torossian らによりアソシエーターとの関わりが明らかになった Kashiwara-Vergne 予想の幾何学的背景、Willwacher・Kontsevich らのグラフ複体と「導来」Grothendieck-Teichmuller 群に関する研究、Brown の研究によるモティーフと Feymann 図形の研究、Kontsevich の普遍量子結び目不変量の研究、これらさまざまな数学の分野と多重ゼータ値の研究とのつながりを明らかにし相互関係を強めることにより、多重ゼータ値の研究界に新しい空気を吹き込むことを目指している。

３．研究の方法

モチヴィックガロア群と double shuffle 群の一致問題に関しては、double shuffle 関係式の数論幾何学的特徴付け(Deligne プロジェクト)が必須である。この研究は Racinet の double shuffle 理論の延長線上に位置しているといえる。Racinet の理論は非常に入り組み技術的に難解であり整備されてないため、20 年近く経った現在でも業界では未だ十分な理解がされておらず、Racinet の理論の概念的な整備と発展が待たれている状況である。この状況を改善すべく Eniquez 氏と共同研究を行っている。多重ゼータ値の double shuffle 関係式の幾何学的解釈をを与えることで、Racinet の元々の研究では一切触れられていなかった Betti サイドの研究が可能になり、調和余積や double shuffle 群の Betti サイドの類似物など新しい研究対象が見出しされた。

Alekseev-Torossian('11), -Enriquez('10)は Kashiwara-Vergne 予想('78)の解空間に作用する Kashiwara-Vergne 群という無限次元代数群を導入している。この予想の解の構成には、Drinfeld の Grothendieck-Teichumuller の理論が本質的に用いており、彼らはこの Kashiwara-Vergne 群が Grothendieck-Teichmuller 群と一致していることを予想している。この予想と先の予想より double shuffle 群と Kashiwara-Vergne 群も一致していることが自然と予想される。この一致予想に関して、Schneps('12)は前者の群から後者の群への単射の構成という重要な貢献をしている。しかし、彼女の証明はやはり難解といわれている Ecalle の mould 理論を複雑に用いる証明であり、また mould 理論の非自明な仮定のもとでの証明であるため、より概念的で見通しの良い構成法が待たれている状況である。小見山氏と共同で mould 理論を整備し、Goncharov の二面的 Lie 代数も交えながら double shuffle 群と Kashiwara-Vergne 群の mould 的側面の研究を行なっている。

本研究プロジェクトで主要研究対象であるアソシエーターの研究背景を広げるべく、エタールサイドでℓ進的構造を調べることでℓ進超幾何関数を構成し研究を行なった。また p 進サイドでの p 進円分多重ゼータ値（及び p 進多重ポリログ）との関連を調べることで p 進超幾何関数の研究も行っている。この二つの研究は直接的な関連は今の所ないが、議論が完全に平行に進んでいるため、接点の可能性を意識しながら研究を行っている。

４．研究成果
モチヴィックガロア群の研究で重要となるアソシエーターと多重ゼータ値を重点に研究し以下の成果を得ている。

Double shuffle 関係式の研究

Benjamin Enriquez 氏との共同研究において、多重ゼータ値の満たす double shuffle 関係式の幾何学的特徴付けを重点的に行った。共著”The Betti side of the double shuffle theory”の Part 1-3 では Racinet の理論の大幅な整備と概念的な拡張を行い、double shuffle 関係式の幾何学的解釈を与えた。この解釈を用いてアソシエーターが double shuffle 関係式を満たすという研究代表者の以前の結果('11)の別証明が得られた。また Racinet の理論で欠けている Betti サイドの研究に取り組み、とくに調和余積と double shuffle 群の Betti 類似版を導入し詳細な表示を与え詳しく考察した。この調和余積の固定化部分群は代数的な version と加群的な version の二種類が考えられるが、後者から前者には自然な単射が作れるが、実はこれが全射である、すなわちこの二種の固定化部分群が実は一致しているということを新しいプレプリント(arXiv:2203.01489)で示した。これらの研究については、2019 年 5 月の関西多重ゼータ研究会、2018 年 7 月の Simons Center における Poisson geometry of moduli spaces, associators and quantum field theory, 2019 年の Low dimensional topology and number theory XI、関西多重ゼータ研究会、2021 年の早稲田大学整数論集会で研究発表が行われている。

合流関係式

多重ゼータ値の関係式として佐藤氏・広瀬氏による合流関係式という新しい関係式が発見されている。この関係式は強力であり、double shuffle 関係式を従わせることが彼らによって示されており、この合流関係式は多重ゼータ値のすべての関係式を生成する関係式であると期待されている。一方で、多重ゼータ値は Drinfeld のアソシエーター関係式という幾何学的な関係式も満たすことが知られており、この関係式も多重ゼータ値のすべての関係式を生成する関係式であろうと期待されている。研究代表者は、合流関係式がアソシエーター関係式と等価になることを示した。これによって Grothendieck-Teichmuller 群とアソシエーター集合の新しい表示を導いた。この結果については、2024 年 2 月の ICTS 研究所で開催された workshop “Grothendieck-Teichmuller theory”, 2019 年 7 月の CRM での研究集会 Expansions, Lie Algebras, and Invariants、2019 年 6 月の九州大学での Workshop: Multiple zeta values and related topics、2018 年 8 月の国立台湾大学における Taiwan-Japan Joint Workshop on Multiple Zeta Values にて研究発表が行われている。

ℓ進超幾何関数

(ガウスの)超幾何関数のℓ進エタール類似を導入した。このℓ進の超幾何関数の構成は Nakamura-Wojtkowiak('02)による基本群へのℓ進ガロア作用を用いたポリログのℓ進類似の構成のアイデアを踏襲しており、具体的な計算は Oi ('09)による複素数の世界における超幾何関数と多重ポリログの関係に基づいている。論文ではオイラーの変換公式のℓ進類似とガウスの超幾何定理のℓ進類似を証明した。ℓ進超幾何関数のオイラーの変換公式の証明では、(複素)超幾何関数のクンマーの 24 基本解と Drinfeld による KZ 方程式の 6 つの基本解の関係を用いて証明している。ガウスの超幾何定理のℓ進類似の証明では、多重ゼータ値のいわゆる大野-Zagier 公式を拡張した公式を示し、これが本質的に用いられている。この定理はℓ進ガンマ関数という Anderson のアデリックガンマ関数のℓ進版を使って定式化されている。この研究については 2021 年の九大多重ゼータセミナー（拡大版）とオンラインセミナーJohnson homomorphisms and related topics で研究発表がされている。

p 進超幾何関数

上述の超幾何関数のℓ進エタール類似に基づいて、p 進サイドにおいて、旧来の Dwork の p 進超幾何関数と異なった方法で、p 進超幾何関数を構成しその解析接続と関数等式を証明した。この構成はガウスの超幾何微分方程式と KZ 方程式の関係に基づくものであり、Oi ('09)によって示された超幾何関数を多重ポリログの無限和を使って表示する公式を p 進化した式で定義している。この p 進超幾何関数が実際に収束していることや広範囲に解析接続できいることは非自明であり、これらは研究代表者の以前の p 進多重ゼータ値と p 進多重ポリログの研究('04)と p 進多重ポリログの各 residue への制限の無限和が実際に収束することを確認することで示されている。論文の終盤では p 進 KZ アソシエーターの性質を使うことで,p 進超幾何関数の特殊値に対してもガウスの超幾何定理の p 進類似が成り立つことを示した。これは上述のガウスの超幾何定理のℓ進類似の証明と同様、多重ゼータ値のいわゆる大野-Zagier 公式を拡張した公式を示してこれを用いて証明している。こちらのサイドでは森田の p 進ガンマ関数を使って定式化されている。この p 進超幾何関数の研究と先述のℓ進超幾何関数の研究は直接的な関連は今の所判然としていないが、議論が完全に平行に進んでいるので直接的な繋がりが存することを期待している。この研究については 2022 年に研究集会”L-functions and Motives in Niseko 2022”で研究発表が行われている。

正標数多重ポリログの解析接続

正標数の世界でも Carlitz 多重ポリログと呼ばれる多重ポリログの類似物が考察されている。この関数は冪級数で定義されており、この冪級数の収束半径内のみでしか関数として定義されていない。Artin-Schreier 方程式の解の性質をうまく汎用することでこの解析接続方を編み出した。標数 0 の世界と異なり、Artin-Schreier 方程式の解が up to slacar で一意に決まるという事実より、解析接続のブランチが派生するという点が興味深いところだと思う。このブランチの現象についてはモノドロミー加群という概念を導入して定式化を与えた。論文では合わせて Carlitz 多重ポリログのスター版の解析接続法も編み出している。この解析接続法の応用として (i)Carlitz 加群の高階テンソル積の対数写像の解析接続,(ii)Carlitz 多重ポリログとそのスター版の直交性, (iii) Eulerian 性のブランチ普遍性、を示した。この研究については 2020 年の NCTS セミナー、2021 年の JENTE セミナー、2023 年の代数学シンポジウムで研究発表が行われている。

Mould 理論

小見山氏と共同研究を行い、Ecalle の mould 理論を整備しながら、Kashiwara-Vergne リー代数及びその円分拡大化とその双次数版と Goncharov の二面体リー代数の mould 理論を用いた再解釈を与え、Rafael-Schneps('17+)の研究の拡張を行った。詳しくには(i) Kashiwara-Vergne 線型空間およびその円分拡大化の導入とそれの mould 理論的解釈,(ii) Kashiwara-Vergne 線型空間（及びその円分拡大化）の双次数版の導入とそれが Kashiwara-Vergne 線型空間（及びその円分拡大化）の逐次商を部分空間として含んでいること,(iii) Kashiwara-Vergne 線型空間（及びその円分拡大化）の双次数版の mould 理論的解釈,(iv) Goncharov の二面体リー代数の mould 理論的解釈、および Goncharov の二面体リー代数が Kashiwara-Vergne 線型空間（及びその円分拡大化）の双次数版に埋め込まれることの mould 理論的証明.を最初の共著で示している。

その後、小見山氏ともう一本共著を執筆し、上述の結果を簡単な場合をコンパクトにまとめて説明したあと、Schneps ('12)の以前の結果で案に仮定されている 6 項関係式について成立の検証を特殊な状況下で確認した。

最近では、新たに広瀬氏も加わり、mould 理論を大幅に整理し、アソシエーターの mould 理論的解釈の研究を行った。この共同研究で得た主結果としては (i) polymonld の概念の導入、(ii) mould proper map の概念の導入、(iii) アソシエーター集合の mould 理論による定式化、(iv) アソシエーター集合から double shuffle 集合への埋め込みが存するという研究代表者の以前の結果('11)の（先述の研究代表者と Enriquez 氏の共同研究においても別証明が与えられているが）mould 理論を用いた別証明法、が挙げられる。

これらの研究については 2022 年の Low dimensional topology and number theory XIII で研究発表が行われている。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計18件（うち査読付論文　16件／うち国際共著　5件／うちオープンアクセス　1件）

１．著者名 Benjamin Enriquez, Hidekazu Furusho	４．巻 27
２．論文標題 The Betti side of the double shuffle theory. I. The harmonic coproducts	５．発行年 2021年
３．雑誌名 SELECTA MATHEMATICA-NEW SERIES	６．最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00029-021-00659-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 古庄英和	４．巻 -
２．論文標題 ダブルシャッフル群のBetti類似(B. Enriquez氏との共同研究)	５．発行年 2022年
３．雑誌名 第24回早稲田大学整数論集会報告集	６．最初と最後の頁 76-80
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 K. Tasaka	４．巻 64
２．論文標題 Note on totally odd multiple zeta values	５．発行年 2022年
３．雑誌名 Math. J. Okayama Univ	６．最初と最後の頁 63--73
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.18926/mjou/62796	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 ―

１．著者名 S. Kadota, T. Okamoto, M. Ono, K. Tasaka	４．巻 62
２．論文標題 On a unified double zeta function of Mordell-Tornheim type	５．発行年 2022年
３．雑誌名 Lithuanian Math. J.	６．最初と最後の頁 207-217
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10986-022-09556-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 ―

1．著者名 Yasuo Ohno	4．巻 B87
2．論文標題 Relations among multiple zeta values and related generating functions	5．発行年 2021年
3．雑誌名 RIMS Kokyuroku-Bessatsu	6．最初と最後の頁 27-37
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 H. Bachmann, Y. Takeyama, K. Tasaka	4．巻 73
2．論文標題 Finite and symmetric Mordell-Tornheim multiple zeta values,	5．発行年 2021年
3．雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6．最初と最後の頁 1129-1158
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/jmsj/84348434	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Yasuo Ohno and Hirotsugu Wayama	4．巻 68
2．論文標題 Interpolation between Arakawa-Kaneko and Kaneko-Tsumura multiple zeta functions	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Commentarii Mathematici Univ. St. Pauli	6．最初と最後の頁 83-91
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Yoshitaka Sasaki	4．巻 84
2．論文標題 Recurrence formulas for poly-Bernoulli polynomials	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6．最初と最後の頁 353-360
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/aspm/08410353	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Hirotsugu Wayama	4．巻 84
2．論文標題 Interpolated multiple zeta functions of Arakawa-Kaneko type,	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6．最初と最後の頁 361-366
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/aspm/08410361	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Yoshitaka Sasaki	4．巻 17
2．論文標題 Recursion formulas for poly-Bernoulli numbers and their applications	5．発行年 2021年
3．雑誌名 International Journal of Number Theory	6．最初と最後の頁 175 -189
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S1793042121500081	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Tasaka Koji	4．巻 148
2．論文標題 Hecke eigenform and double Eisenstein series	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6．最初と最後の頁 53～58
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/proc/14680	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Hirotsugu Wayama	4．巻 68
2．論文標題 Interpolation between Arakawa-Kaneko and Kaneko-Tsumura multiple zeta functions	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Commentarii Mathematici Univ. St. Pauli	6．最初と最後の頁 83-91
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Yoshitaka Sasaki	4．巻 84
2．論文標題 Recurrence formulas for poly-Bernoulli polynomials	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6．最初と最後の頁 353-360
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Yasuo Ohno and Hirotsugu Wayama	4．巻 84
2．論文標題 Interpolated multiple zeta functions of Arakawa-Kaneko type	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6．最初と最後の頁 361-366
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Hidekazu Furusho	4．巻 506
2．論文標題 On the coefficients of the Alekseev-Torossian associator	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Journal of Algebra	6．最初と最後の頁 364～378
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jalgebra.2018.03.023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Hidekazu Furusho, Benjamin Enriquez	4．巻 22
2．論文標題 A Stabilizer Interpretation of Double Shuffle Lie Algebras	5．発行年 2018年
3．雑誌名 International Mathematics Research Notices	6．最初と最後の頁 6870～6907
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/imrn/rnx084	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 MATTHES Nils、TASAKA Koji	4．巻 73
2．論文標題 ON ECALLE'S AND BROWN'S POLAR SOLUTIONS TO THE DOUBLE SHUFFLE EQUATIONS MODULO PRODUCTS	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Kyushu Journal of Mathematics	6．最初と最後の頁 337～356
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2206/kyushujm.73.337	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1．著者名 Tasaka Koji	4．巻 148
2．論文標題 Hecke eigenform and double Eisenstein series	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6．最初と最後の頁 53～58
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/proc/14680	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計53件（うち招待講演　38件／うち国際学会　21件）

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 Mould 理論における柏原-Vergne リー代数と Goncharov の二面的リー代数
3．学会等名 Low dimensional topology and number theory XIII（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2022年

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 Associators and an l-adic analogue of Gauss's hypergeometric function
3．学会等名 Johnson homomorphisms and related topics（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2021年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 l-進超幾何関数
３．学会等名 九大多重ゼータセミナー（拡大版）（招待講演）
４．発表年 2021年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 Artin-Schreier equation and Carlitz multiple polylogarithms
３．学会等名 Japan Europe Number Theory Exchange Seminar（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2021年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 金子-Zagier予想の広がり
３．学会等名 2021大分整数論研究集会
４．発表年 2021年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 有限代数的数について
３．学会等名 九大多重ゼータセミナー
４．発表年 2021年

１．発表者名
大野泰生

２．発表標題
Schur多重ゼータ値と双対関係式と

３．学会等名
2021 大分整数論研究集会

４．発表年
2021年

１．発表者名
中筋麻貴，大野泰生

２．発表標題
Schur 多重ゼータ値の双対公式とその拡張

３．学会等名
日本数学会，年会，代数学分科会

４．発表年
2021年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
ダブルシャッフル群の Betti 対応物 (Benjamin Enriquez 氏 (University of Strasbourg) との共同研究)

３．学会等名
早稲田大学整数論研究集会（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
Analytic continuation of Carlitz multiple polylogarithms

３．学会等名
NCTS Seminar on Number Theory（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名
田坂浩二

２．発表標題
いくつかの多重ゼータ値の有限q類似の話題から

３．学会等名
第49回関西多重ゼータ研究会（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名
大野泰生

２．発表標題
6 or 5 tales on poly-Bernoulli and poly-Euler numbers

３．学会等名
2020 香川セミナー（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Kumi Kobata and Yasuo Ohno

２．発表標題
Enumeration of cyclic automorphic hypergraphs

３．学会等名
International Conference on Number Theory and Discrete Mathematics（国際学会）

４．発表年
2020年

１．発表者名
大野泰生

２．発表標題
荒川-金子ゼータ値の和公式

３．学会等名
2020大分整数論研究集会（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
On relations among multiple zeta values obtained in knot theory

３．学会等名
NCTS Seminar on Number Theory（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
p-adic multiple zeta values

３．学会等名
Algebra, Combination and Number Theory seminar（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
調和余積のBetti対応物とDeligne-寺杣プロジェクト

３．学会等名
第45回関西多重ゼータ研究会（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
Kontsevich's eye, Lie graphs and associators

３．学会等名
Workshop: Johnson homomorphisms and related topics 2019（招待講演）

４．発表年
2019年

1．発表者名
Hidekazu Furusho

2．発表標題
On a relation of Hirose and Sato

3．学会等名
Workshop: Multiple zeta values and related topics（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名
Hidekazu Furusho

2．発表標題
The associator relation and the confluence relations

3．学会等名
Expansions, Lie Algebras, and Invariants（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名
Hidekazu Furusho

2．発表標題
Four groups related to associators

3．学会等名
第 15 回代数・解析・幾何学セミナー（招待講演）

4．発表年
2020年

1．発表者名
田坂浩二

2．発表標題
Finite and symmetric colored multiple zeta values

3．学会等名
多重ゼータ値の諸相（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名
Yasuo Ohno

2．発表標題
On Arakawa-Kaneko type zeta functions

3．学会等名
Multiple zeta values and related topics（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名
大野泰生

2．発表標題
多重ゼータ値の母関数について

3．学会等名
RIMS共同研究（公開型）可積分系数理の深化と展開（招待講演）

4．発表年
2019年

1．発表者名
Yasuo Ohno

2．発表標題
Relations among multiple zeta values and Arakawa-Kaneko zeta functions

3．学会等名
Frontiers in Mathematical Science Research Workshop ---Joint workshop with Tohoku University and Shanghai University（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名
Seidai Yasuda

2．発表標題
Depth graded structures

3．学会等名
Multiple zeta values and related topics（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2019年

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 p-adic multiple L-functions and cyclotomic multiple harmonic values
3．学会等名 Spring Central and Western Joint Sectional Meeting of the AMS, Special Session on Arithmetic and Transcendence of Special Functions and Special Values（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2019年

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 Betti side of the double shuffle theory
3．学会等名 Low dimensional topology and number theory XI（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2019年

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 Kontsevich's eye, Lie graphs and associators
3．学会等名 Arithmetic and Algebraic Geometry 2019（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2019年

1．発表者名 Hidekazu Furusho
2．発表標題 On the coefficients of the Alekseev Torossian associator
3．学会等名 International Workshop on Arithmetic Geometry and Quantum Field Theory（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2018年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 On a relation of Hirose and Sato
３．学会等名 Taiwan-Japan Joint Workshop on Multiple Zeta Values（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2018年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 A Betti counterpart of the harmonic coproduct (I)
３．学会等名 Poisson geometry of moduli spaces, associators and quantum field theory（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2018年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 On a relation of Hirose and Sato
３．学会等名 解析数論セミナー（招待講演）
４．発表年 2018年

１．発表者名 Hidekazu Furusho
２．発表標題 アイについて...
３．学会等名 第26回整数論サマースクール（招待講演）
４．発表年 2018年

１．発表者名
Hidekazu Furusho

２．発表標題
Associators and Kontsevich's eye　1 & 2

３．学会等名
Algebraic Lie Theory and Representation Theory (ALTReT) 2018（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Yasuo Ohno

２．発表標題
Interpolation of Arakawa-Kaneko and Kaneko-Tsumura multiple zeta functions

３．学会等名
Taiwan-Japan Joint Workshop on Multiple Zeta Values（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
大野泰生

２．発表標題
Bernoulli多項式のアルゴリズムと多重ゼータ値

３．学会等名
2018大分鹿児島整数論研究集会（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
大野泰生・川﨑菜穂

２．発表標題
2色半順序集合と荒川-金子型ゼータ関数の特殊値

３．学会等名
2018年度 応用数学合同研究集会（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Yasuo Ohno

２．発表標題
On special values of the multiple zeta functions of Arakawa-Kaneko type

３．学会等名
RIKEN Number Theory Seminar（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2019年

１．発表者名
安田 正大

２．発表標題
Modular complexes and dimensions of derived double shuffle modules

３．学会等名
第17回北陸数論研究集会（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Seidai Yasuda

２．発表標題
Derived double shuffle Lie algebra and the Steinberg modules

３．学会等名
NTCS Seminar on Numner Theory（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
安田 正大

２．発表標題
「ｐ進多重ゼータ値」から「有限多重ゼータ値」へ

３．学会等名
第２６回整数論サマースクール「多重ゼータ値」（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 Hecke固有形式と2重Eisenstein級数
３．学会等名 2019年日本数学会年会
４．発表年 2019年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 Period polynomial relations for double zeta values
３．学会等名 第12回ゼータ若手研究集会（招待講演）
４．発表年 2019年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 ヘッケ固有形式と2重アイゼンシュタイン級数
３．学会等名 第12回東京電機大学講演会
４．発表年 2019年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 レベル付き2重ゼータ値のモジュラー関係式について
３．学会等名 関西多重ゼータ研究会
４．発表年 2018年

１．発表者名
田坂浩二

２．発表標題
The Gangl-Kaneko-Zagier relation and the Ihara-Takao relation

３．学会等名
九大多重ゼータセミナー（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
田坂浩二

２．発表標題
Broadhurst-Kreimer予想について

３．学会等名
第26回整数論サマースクール

４．発表年
2018年

１．発表者名
田坂浩二

２．発表標題
Multiple zeta values and modular forms

３．学会等名
Taiwan-Japan Joint Workshop on Multiple Zeta Values（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
田坂浩二

２．発表標題
Anatomical decomposition of zeta elements

３．学会等名
慶應義塾大学代数セミナー

４．発表年
2018年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 4点抜き射影直線上の反復積分の和公式
３．学会等名 名古屋解析数論セミナー
４．発表年 2018年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 多重ゼータ値と複シャッフルリー代数の極化
３．学会等名 九大多重ゼータセミナー
４．発表年 2018年

１．発表者名 田坂浩二
２．発表標題 様々な多重ゼータ値の統一理論に向けて
３．学会等名 愛知数論セミナー
４．発表年 2018年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	田坂　浩二 (Tasaka Koji) (30780762)	愛知県立大学・情報科学部・准教授 (23901)	

６．研究組織（つづき）

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	大野　泰生 (Ohno Yasuo) (70330230)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	
研究分担者	安田　正大 (Yasuda Seidai) (90346065)	北海道大学・理学研究院・教授 (10101)	

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	藤　博之 (Fuji Hiroyuki) (50391719)	大阪工業大学・情報科学部・教授 (34406)	
研究協力者	久野　雄介 (Kuno Yusuke) (80632760)	津田塾大学・学芸学部・教授 (32642)	
研究協力者	岩木　耕平 (Iwaki Kohei) (00750598)	東京大学・数理科学研究科・准教授 (12601)	

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計1件

国際研究集会	開催年
Various aspects of multiple zeta values	2019年～2019年

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関