

令和 3 年 6 月 28 日現在

機関番号：32652

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K02590

研究課題名(和文) 確率推論の誤りやすさに関する発達的研究：中学校と高校の数学の学びをつなぐには

研究課題名(英文) Developmental research of probabilistic misinference: to connect learning between junior high school and high school

研究代表者

大家 まゆみ(Oie, Mayumi)

東京女子大学・現代教養学部・教授

研究者番号：00385379

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、中学校2年の数学で「確率」を習う前に、樹形構造の論理的意味と順列操作を教授し、樹形図の命題的論理構造を意味づける授業デザインと、学習者の論理的思考を促進する教授法を開発した。中学校2年生4クラスの生徒81名を対象に、樹形図に関する学習内容によって、順列操作の理解に変化がみられるかを検討するために、2要因(教授法×事前事後テスト)の実験授業を実施した。教授法を独立変数、事前事後テストを従属変数とする二要因分散分析を行った結果、教授法と順列課題5P3事前事後テストの交互作用と順列課題5P3事前事後テストの主効果が有意だった。教授法の主効果はみられなかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

確率推論は、人がどのような行動をとるべきかを意思決定する上で重要だが、一方で人は非合理的で誤った判断をしばしば行うことが、認知心理学の研究史から明らかにされてきた。確率概念の獲得の前提となる重要な概念は「順列」であり、算術の技能が身につけている大人でも、ベイズの推論課題が難しいのは、課題の命題的論理構造を理解できなければ正答には至らないためと考えられる。順列の論理操作に関する子どもの誤った知識を修正し、確率推論につなげていくためには、順列操作を論理的に構造化し、順列の概念を命題として理解できるように授業をデザインし、学習者の論理的思考を促進する教授法を開発することにより、数学教育に貢献できる。

研究成果の概要(英文)：The purpose of the present study was to develop the lesson design to teach logical meaning of tree-diagram structure and permutational operation, implicate the propositional logic of tree-diagram, and to enhance learners' logical thinking. The participants were eighth graders in four classes (N = 81). To investigate the influence on permutational operation's understanding by what learners are taught on tree-diagram, two-way (teaching methods × pre-post tests) experimental lessons were put into practice. The analyses by two-way ANOVA (teaching methods × pre-post tests) indicated that the interaction between teaching methods and the pre-post tests of permutational task, and the main effect of pre-post tests were significant. Teaching methods' main effect was not significant.

研究分野：教育心理学

キーワード：命題的論理 順列操作 樹形図 論理的思考 中学生 数学

## 1. 研究開始当初の背景

人は将来起こりうる出来事について、様々な確率情報に基づいて直観的に確率推論を行う。確率推論は、人がどのような行動をとるべきかを意思決定する上で重要だが、一方で人は非合理的で誤った判断をしばしば行うことが、認知心理学の研究史から明らかにされてきた。確率概念の獲得の前提となる重要な概念は「順列」であり、小学校・中学校・高校の「場合の数」の単元で学習する。

認知心理学の分野では、特にベイズ的推論課題は難しく、人の推論が正答から大きく逸脱するとされる。Gigerenzer & Hoffrage (1995)の「乳房 X 線写真に関する課題」は成人を対象とした調査で、多くの回答が80%とベイズ解の7.8%から大きく逸脱した。なぜベイズ的推論課題は誤りやすいのか。理由として(1)頻度表記の方が確率表記よりも正答率が上がる「自然頻度仮説」と(2)情動価が異なる課題構造の心的表象が着目されてきた。特に頻度表記を用いて樹形図をかくと、正答率が上がる(Gigerenzer & Hoffrage, 1995)。Gigerenzerらは、なじみのある自然数による頻度表記が小数による確率表記よりもわかりやすい点を強調したが、樹形図がベイズ的推論課題の命題論理構造を目に見えやすい形で可視化した点はふれていない。また、彼らの研究対象は成人だが、論理操作がどのように発達し、ベイズ的推論を理解できるようになるのか、さらにその心理的意味を明らかにするには、子どもから大人への思考の発達に注目することが重要である。また、ベイズ的推論は、全体集合と部分集合を数え上げ、部分を分子、全体を分母で分数として表記、計算できること、さらに各部分集合を構造化したベイズの公式を理解できることが前提となる。算術の技能が身につけている大人でも、ベイズ的推論課題が難しいのは、課題の命題的論理構造を理解できなければ正答には至らないからだと予想できる。

幼児期から青年期にかけて命題操作が構造化され、1つの体系をなすようになる(Piaget, 1953)。樹形図は命題論理構造を可視化するが、12歳すなわち小学生までの子どもは、可逆的思考が十分にできない(Piaget & Inhelder, 1951)。子どもが命題的論理を操作できるようになるのは、12歳から15歳であるという(Piaget, 1953)。しかし、ピアジェの発達段階説は発生的認識論に立つため、ある年齢に達すれば操作的思考ができるようになるという発達モデルに基づいており、学校教育段階や数学の授業で教える内容を考慮していない。

## 2. 研究の目的

順列の論理操作は演繹的推論であり、参照する事例次第で、学習の結果が変わってくる。学習者が樹形図の概念を獲得するために、Piaget & Inhelder (1951)の順列操作の3段階の発達モデルに基づいて、順列を論理的に操作する授業デザインを開発することを目的とする。

小学校6年の算数授業で、子どもは順列の概念を学ぶ。その際に樹形図を用いて順列操作を論理的に視覚化する表現方法を教わる。だが、授業で教わった後に、樹形図の論理的な意味をふまえずに単に知覚的に認識していたり、文章題に含まれる数を用いて立式し、演算を行って問題を解決しようとしたりする例が見られる。この現象はこれまでの推論研究で、作業記憶容量は限られているため、人は推論する時に明示的に表現された最低限の情報を用いる「経済性原理」説を実証している。

したがって算数や数学で扱う順列の論理操作に関する子どもの誤った知識を修正し、確率推論につなげていくためには、順列操作を論理的に構造化し、順列の概念を命題として理解できるように授業をデザインすることが重要である。

そこで、本研究では、中学校2年の数学で「確率」を学ぶ前に、樹形構造の論理的意味と順列操作を教授し、樹形図の命題的論理構造を意味づける授業デザインと、学習者の論理的思考を促進する教授法を開発することを目的とする。

## 3. 研究の方法

**参加者** 首都圏の公立中学校2年生4クラスの生徒81名。

**授業者** 教師2名(各々、教職経験年数20年以上と30年以上)が数学の授業を担当した。

**実験授業計画** 樹形図に関する学習内容が異なる教授法によって、順列操作に変化がみられるかを検討する2要因(教授法×事前事後テスト)の実験授業計画。各群の授業は、Table1に示す流れに従って、事前テストから事後テストまでを50分間で行った。参加者は小学校6年生の算数授業で「ならべ方」について教わってから、学校教育で同単元を習ったことはない。この実験授業は、「確率」の導入部分として単元「場合の数」の最初の授業(1回)として行った。

**教授法1** 全体 部分集合を意識して樹形図の命題論理構造を教える。1クラス。

**教授法2** 各列の要素を1つずつ固定して樹形図をかく方略を教える。1クラス。

**統制群** 教師は何も教えず、教室を巡回し、生徒が教授法1,2で用いた課題を自学自習した。2クラス。

Table1 各群の教授法と手続きの流れ

教授法 1 (全体一部分集合の関連づけ)	事前テスト	全体一部分集合の関連づけを意識して樹形図の命題論理構造を教授	事後テスト
教授法 2 (各列の要素を固定)	事前テスト	各列の要素を1つずつ固定する方略を教授	事後テスト
統制群	事前テスト	教授法 1, 2 と同じ課題を自学自習	事後テスト

実施期日 2020年2月。

授業デザインと課題構成

(1)事前テスト 実験授業の冒頭で、教師がテスト用紙を各参加者に配布する。実施したのはTable2に示す順列課題 $5P_3$ である。なお、事前テストは2種類の順列課題を実施したが、ここではTable2の課題のみを取り上げる。生徒が課題を解き終えたと教師が判断したら、用紙を回収する。8点満点。

Table2 順列課題 $5P_3$

あやのさん、ゆうなさん、えいたさん、なおきさん、ちひろさんの5人のうち3人が、車の後ろの席に座ります。座り方は、くじ引きで決めます。3人の座り方は全部で何通りあるでしょうか。



(2)授業デザイン 教授法1, 2および統制群の3群から成る授業デザインである。教授法1, 2は各々のクラスの教師が樹形図をかいて順列課題 $4P_3$ を解く方法を説明した。統制群は、教授法群と同じ課題を用いて生徒が自学自習した。

Table3 順列課題 $4P_3$

問題 クッキー、チョコレート、キャラメル、ゼリーの4種類のおかしがあります。このおかしの中からあつしさん、せりなさん、たつきさんの3人が1つずつ選びます。3人がおかしを選ぶ方法は、全部で何通りあるでしょうか。

教授法 1 教師が全体 部分集合を意識して樹形図の命題論理構造を教える。

教授法 2 各列の要素を1つずつ固定して樹形図をかく方略を教える。

なお、統制群は2クラスともに生徒がプリントを自学自習した。教師が解法や新しい知識を教えることはなかった。

(3)事後テスト

事前テストと同一の課題を出題した。8点満点。

なお、欠損値のある者はいなかったため、81名全員を分析対象とした。

4. 研究成果

事前事後テストの平均値と標準偏差をTable4に示す。教師が全体 部分集合を意識して樹形図の命題論理構造を教える教授法1と、各列の要素を1つずつ固定して樹形図をかく方略を教える教授法2が、順列課題 $5P_3$ 事前事後テスト得点の変化に及ぼす影響を検討するために、教授法(教授法1・教授法2・統制群)を独立変数、順列課題 $5P_3$ 事前事後テスト(事前 事後の2群)を従属変数とする二要因分散分析を行った。

Table4 順列課題 $5P_3$ の事前事後得点 (N=81)

教授法	事前課題得点			事後課題得点		
	教授法 1 (全体一部分集合の関連づけ)	教授法 2 (各列の要素を固定)	統制群	教授法 1 (全体一部分集合の関連づけ)	教授法 2 (各列の要素を固定)	統制群
平均値	5.10	3.31	5.32	7.33	6.82	5.62
標準偏差	3.28	3.52	3.15	1.47	2.56	3.05
度数	22	17	42	22	17	42

その結果、教授法と順列課題 $5P_3$ 事前事後テストの交互作用が有意だった( $F(2, 78) = 6.54, p = .002$ )。また、順列課題 $5P_3$ 事前事後テストの主効果が有意だった( $F(1, 78) = 26.34, p = .000$ )。教授法の主効果はみられなかった( $F(2, 78) = 1.15, n.s.$ )。すなわち、教授法1, 2ともに教授後の事後テストの得点が高まったといえる。

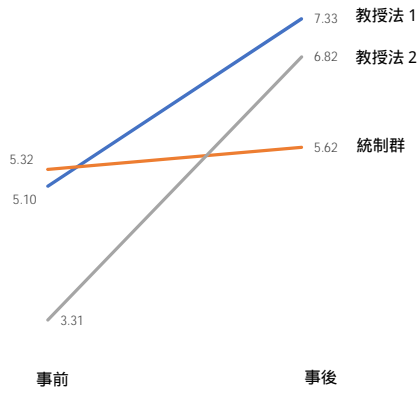


Figure 1. 順列SP3事前事後得点

(引用文献)

Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102, 684-704.

Piaget, J. (1953) *Logic and Psychology*, University of Manchester at the University Press. (芳賀純訳 (1966) 『論理学と心理学』, 評論社).

Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *La genese de l'idee de hasard chez l'enfant*. Paris: PFU

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 大家まゆみ	4. 巻 68
2. 論文標題 順列に関する推論の誤りやすさについての研究動向と課題	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 東北大学大学院教育学研究科研究年報	6. 最初と最後の頁 111-120
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 大家まゆみ，稲垣 勉，森 彩乃	4. 巻 2
2. 論文標題 教師の信念と熟達化が「アクティヴ・ラーニング」に及ぼす影響	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 教職・学芸員課程研究	6. 最初と最後の頁 1-13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 大家まゆみ
2. 発表標題 小学生の概念的理解と手続き的知識の関係： 順列と組み合わせを題材として
3. 学会等名 日本教育心理学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大家まゆみ
2. 発表標題 中学生の知能観が確率学習における内発的動機づけと達成感情に及ぼす影響
3. 学会等名 日本教育心理学会第60回総会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大家まゆみ・稲垣勉
2. 発表標題 中学生の知能観が確率学習における内発的動機づけと達成目標に及ぼす影響
3. 学会等名 日本心理学会第82回大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大家まゆみ
2. 発表標題 「場合の数」の概念的理解と手続き方略の発達
3. 学会等名 日本発達心理学会 第30回大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	杉下 文子  (Sugishita Ayako)	田園調布学園大学・非常勤講師	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------