

令和 5 年 6 月 14 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03317

研究課題名（和文）量子群の作用素環への作用の研究

研究課題名（英文）Research of quantum group actions on operator algebras

研究代表者

戸松 玲治 (Tomatsu, Reiji)

早稲田大学・教育・総合科学学術院・教授

研究者番号：70447366

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：作用素環への C^* テンソル圏の作用を主に研究した。ここで C^* テンソル圏の作用は、フォンノイマン環の自己準同型のなす C^* テンソル圏へのテンソル関手のことを意味する。主結果は「従順 C^* テンソル圏の2つの中心的自由なコサイクル作用を近似的内部的な同型で分類できる」である。これはこれまで得られてきた従順離散Kac型量子群の中心的自由作用の分類を含む結果である。また当初の目的であった部分因子環のパラグループまたはラムダ格子による分類の別証明を与えることもできた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で得られた結果は作用素環論やそれに関連する分野の発展に寄与するものである。現代社会の根底の部分を支えている数学のさらなる進展が見られたことに社会的意義がある。

研究成果の概要（英文）：My research is to classify actions of C^* -tensor categories on von Neumann algebras. The action here means a $*$ -preserving tensor functor from the given category into the C^* -tensor category consisting of endomorphisms on a von Neumann algebras. My main result is that we can classify centrally free cocycle actions on any von Neumann algebras up to approximately inner automorphisms. This result contains classification results for amenable discrete quantum groups of Kac type

which was proved before. Moreover, the main result also gives us another proof of classification of subfactors due to Popa.

研究分野：作用素環論

キーワード：von Neumann環 C^* 環 作用素環 テンソル圏

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

作用素環論では群や量子群の作用の研究が重要な研究課題の一つである。近年 C^* テンソル圏による作用の研究が隆盛してきている。離散群の作用やコンパクト量子群の作用は C^* テンソル圏の作用の特別な場合である。作用素環論では作用の分類を考えることが Connes 以来の伝統である。従順 C^* テンソル圏による作用の分類をすることを考えた。

2. 研究の目的

このように従順 C^* テンソル圏の作用は群作用や量子群作用の一般化と見なせるため、それ自体興味のあることだが、もう一つ重要な目標がある。それは部分因子環論への応用である。因子環と部分因子環があると、いわば群と部分群が与えられた状況の類似だが、その高次の相対可換子環たちはラムダ格子と呼ばれる。現代的な見方をすれば、ラムダ格子は結局のところは部分因子環からできる C^* 圏の対象の間の射の空間である。これに初めに着目したのは Ocneanu であり (C^* 圏の代わりにパラグループを扱っているが、これも同等のものである)、彼は深さ有限、言い換えれば既約対象が有限個の場合に部分因子環を分類できるとアナウンスした。その後 Popa はより一般に (無限個の既約対象も許容する) 従順な C^* 圏について部分因子環の分類に成功した。おおまかにいえば出来上がる C^* 圏が equivalent であれば、部分因子環は同型となる。Popa の結果は従順離散群の自由作用の分類を含むものであり、大変重要なものである。たとえば Popa の分類定理を用いて泉正己氏や増田俊彦氏は C^* テンソル圏の作用を分類をしている。本研究では作用の分類を始めに考えることで、逆に Popa の分類定理が得ることを目的とした。

3. 研究の方法

離散 Kac 型量子群の作用の場合は、増田氏との共同研究で Rohlin 性を定式化して証明することができた。 C^* テンソル圏の場合にも Rohlin 性を導入することから始めた。 C^* テンソル圏を扱うにあたり、通常的作用を考えるよりは 2 コサイクルが付随する作用 (コサイクル作用) を考えた方が圏論的に自然であるから、研究対象はコサイクル作用とした。これが与えられた von Neumann 環に中心的自由に作用する場合に Rohlin 性をもつことを示した。次にそのようなコサイクル作用が二つ与えられたときに、2 コサイクルを結びつける、すなわちテンソル関手の equivalence を証明することが課題となる。これは Evans-Kishimoto の intertwining argument により達成できた。

4. 研究成果

主結果は「従順 C^* テンソル圏の 2 つの中心的自由なコサイクル作用を近似的内部的な同型で分類できる」である。これはこれまで得られてきた従順離散 Kac 型量子群の中心的自由作用の分類を含む結果である。また当初の目的であった部分因子環の Popa による分類の別証明を与えることもできた。

5. 発表論文

R. Tomatsu, Centrally free actions of amenable C^* -tensor categories on von Neumann algebras, Comm. Math. Phys. 383 (2021), no. 1, 71–152.

6. 学会発表

発表者：戸松玲治

発表タイトル：「Centrally free actions of amenable C^* -tensor categories on von Neumann algebras」

学会：作用素環論の最近の進展，京都大学数理解析研究所，2019 年 9 月

発表者：戸松玲治

発表タイトル：「Centrally free actions of amenable C^* -tensor categories on von Neumann algebras」

学会：Subfactors and Applications, Oberwolfach, 2019 年 10 月

7. 研究組織

研究代表者：戸松玲治(TOMATSU, Reiji)

早稲田大学，教育・総合科学学術院

研究者番号：70447366

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Reiji Tomatsu	4. 巻 383
2. 論文標題 Centrally Free Actions of Amenable C*-tensor categories on von Neumann algebras	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Comm. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 71-152
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 2件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Reiji Tomatsu
2. 発表標題 Centrally free actions of amenable C*-tensor categories on von Neumann algebras
3. 学会等名 RIMS研究集会（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Reiji Tomatsu
2. 発表標題 Centrally free actions of amenable C*-tensor categories on von Neumann algebras
3. 学会等名 Oberwolfach meeting（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<http://www.f.waseda.jp/tomatsu/index.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------