

令和 5 年 6 月 20 日現在

機関番号：12604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03319

研究課題名(和文) 有理型写像の値分布論，特に一意性問題・退化問題と除外因子に関する研究

研究課題名(英文) Value distribution theory

研究代表者

相原 義弘 (AIHARA, Yoshihiro)

東京学芸大学・教育学部・研究員

研究者番号：60175718

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は研究代表者の論文 Deficiencies of holomorphic curves in algebraic varieties (東北数学雑誌 2012) の射影的代数多様体に値を持つ整正則曲線 f の除外指数を考察し底点を持つ一次系に属する因子と f について以前に得られていた第2主要定理の精密化を行改良した。この定理を用いて、 f の除外因子の集合の構造について、1次系をパラメトライズするようなグラスマン多様体を考察した。このようなグラスマン多様体上に新しい除外指数を定義して除外関係式を与えた。またこの観点から上述の論文で得られた構造定理について1つの統一的な観点を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は多変数複素解析において、複素多様体間の有理型写像の定量的研究に関するものである。特に超越性が引き起こす写像に対する様々な性質の解明に資するものである。本研究は複素解析学・複素解析幾何学において基本的な重要性を持つ。多変数複素解析学は現在では物理学・情報分野の様々な分野で応用がなされており、写像の性質の解明することは多方面への応用も期待される。

研究成果の概要(英文)：The investigator study the structure of deficient divisor of holomorphic curves in algebraic varieties. He give an structure theorem on the set of deficient divisors. Hw also show that there are holomorphic curves with deficiencies.

研究分野：Complex Analysis

キーワード：正則曲線 有理型写像 値分布論 除外指数 除外因子 一次系 一意性問題

1. 研究開始当初の背景

有理型写像・正則曲線の値分布において除外指数の性質については十分な研究がなされていなかった。研究代表者による論文 *Deficiencies of holomorphic curves in algebraic varieties* (東北数学雑誌 2012) により除外因子の集合の構造が考察され、除外指数の関数としての性質が研究された。この結果をさらに精密化することが重要な課題である。

2. 研究の目的

- (1) 代数多様体に値を持つ有理型写像あるいは正則曲線について、その除外因子の集合の構造定理を精密化する。
- (2) 代数多様体内の整正則曲線に対しアールフォルス・ヴァイルの理論、特に導来曲線の理論を一般化する。更に除外因子の集合の構造定理を考察する。
- (3) 除外因子を持つ正則曲線の構成について研究する。特に一次系との関係について研究する。

3. 研究の方法

- (1) 解析的連接イデアル層に関する値分布論を活用して、一次系の底点の解析的性質と除外因子との関係を調べる。
- (2) クロフトン型積分公式等の積分幾何に関する結果を活用する。
- (3) 古典的整関数論及び指数型写像の理論を活用する。

4. 研究成果

- (1) 射影的代数多様体 M 内の整正則曲線 f の除外指数を考察した。底点を持つ一次系に属する因子と f について以前に得られていた第2主要定理の精密化を行った。底点に関する個数関数と因子に関する個数関数との関係について考察した。底点に関する個数関数が因子に関する個数関数に対してどのように影響を与えるかは重要な問題である。本研究ではこの問題について考察し以前に得られていた第2主要定理を改良した。これは W.Chen による第2主要定理に対応するものである。個数関数の打ち切りのレベルを決定することは困難である。打ち切りのレベルを決定することは非常に重要な問題であり、現在も研究継続中である。上記の論文において第2主要定理を用いて f の除外因子の集合の構造について構造定理を与えた。この構造定理を用いて、空でない底点を持つ1次系と除外指数が対応することを示した。本研究ではこれを拡張して、このような1次系をパラメトライズするようなグラスマン多様体を考察した。このようなグラスマン多様体上に新しい除外指数を定義してその評価式(除外関係式)を与えた。またこの観点から上述の論文で得られた構造定理について1つの統一的な観点を与えた。
- (2) M が n 次元複素射影空間の場合に任意の効果的因子 D に対して D を除外因子を持つ正則曲線・有理型写像の構成について研究した。特に D を含む一次系 Λ を有限個の一次系の和集合に分解し、その各々の部分一次系の上で異なる値を取る写像の構成について研究した。これは特殊な写像の構成法であるが、現在まであまり研究がなされていなかった。このような特殊な写像の構成は除外因子の集合の構造の解明に新しい知見を与えるものである。以前得られていた除外因子を持つ有理型写像の構成及び射影的複素代数多様体 M 内の正則曲線の除外因子の集合の構造についての構造定理の拡張を行った。すなわち

これらの諸結果を複素ユークリッド空間上に拡がった有限葉分岐被覆空間 X 上で定義され非特異射影的代数多様体に値を持つ有理型写像について拡張した。特に M が n 次元複素射影空間の場合に任意の効果的因子 D を含むような一次系 Λ を考察し、この D を除外因子であって 0 と 1 の間の除外値を持つものを構成した。この Λ を有限個の一次系の和集合に分解しその各々の部分一次系の上で異なる値を取るものが構成できることを示した。この証明では上述の構造定理と古典的な位数零の代数型関数論に関する結果が用いられる。更に X 上で定義された有理型写像 f に対し、以下の結果を示した。 f を X 上で定義され射影的代数的多様体 M に値を持つ有理型写像について第 2 主要定理型不等式を拡張し、除外関係式を証明した。この除外関係式と拡張されたクロフトン型公式を用いて f の除外因子の構造について研究した。 L を M 上のアンプル直線バンドルとしたとき $|L|$ の部分一次系 Λ を考察した。その結果除外因子の集合が高々可算個の M 上の一次系の和集合として表されることを証明した。

(3) 上記の研究 (2) における構成では、古典的な位数ゼロの代数型関数論に関する結果が用いて除外因子を持つ正則曲線を構成した。この時得られた曲線は位数ゼロである。 f として Shiffman が導入した n 次元複素ユークリッド空間上の指数関数型の有理型写像を用いて同様な結果が得られることを示した。更にこの f の導来写像について考察し、同様な構造定理が得られることを示した。超平面とは限らない効果的除外因子 D を含むような一次系 Λ を考察し、この D を除外因子とする有理型写像を構成した。この Λ を有限個の一次系の和集合に分解しその各々の部分一次系の上で異なる値を取るものが構成できることを示した。特に非負の任意の整数 ρ を与えたとき ρ を位数を持つような整正則曲線が常に存在することを証明した。構成した整正則曲線の位数 ρ が正である場合は構成の方法から Λ が有限個の与えられた個数を持つ部分一次系への分解されることは比較的容易にわかる。整正則曲線 f の位数がゼロの場合にも同様の分解が常に存在することを spread relation を用いて証明した。

以上の成果は研究会等で発表済みであり、現在論文を準備中である

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yoshihiro Aihara	4. 巻 1
2. 論文標題 Holomorphic Curves and linear systems in algebraic manifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Analysis, Probability, Applications, and Computation, Trends in Mathematics (Springer-Birkhauser)	6. 最初と最後の頁 515 - 523
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 7件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Meromorphic maps with deficiencies and the uniqueness problem
3. 学会等名 ISAAC2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Holomorphic curves with deficiencies and the uniqueness problem for meromorphic maps
3. 学会等名 函数論サマーセミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Deficiencies of Holomorphic curves for hypersurfaces and linear systems
3. 学会等名 ISSAC2019 (於 アヴェイロ大学, ポルトガル) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Holomorphic curves with deficiencies
3. 学会等名 有限無限次元複素解析国際会議（於 シベリア中央大学，ロシア）（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Sets of deficient divisors of a holomorphic curve in algebraic varieties
3. 学会等名 等角写像論・値分布論合同研究集会（於 東北大学）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 Holomorphic Curves and linear systems in projective manifolds
3. 学会等名 値分布論研究集会（於東京大学）（招待講演）
4. 発表年 2018年～2019年

1. 発表者名 相原義弘
2. 発表標題 A defect relation for holomorphic curves and linear systems in complex projective spaces
3. 学会等名 等角写像論・値分布論合同研究集会（於大阪府立大学）（招待講演）
4. 発表年 2018年～2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------