

令和 5 年 6 月 9 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03412

研究課題名（和文）個体群動態モデルに現れる界面ダイナミクスの数理解析・数値解析

研究課題名（英文）Mathematical and numerical analysis of interfacial dynamics arising in population models

研究代表者

中村 健一（NAKAMURA, Ken-Ichi）

金沢大学・数物科学系・准教授

研究者番号：40293120

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：生物種の個体数密度の時空間ダイナミクスを記述するさまざまな個体群動態モデルにおいて、各生物種が優勢的に支配する生息域の境目として現れる界面や自由境界の挙動を理解するために、数理的手法と数値的手法を相補的に用いた研究を行った。とりわけ、ロトカ・ヴォルテラ競争拡散系の双安定進行波の速度の符号が決定されるためのパラメータの条件を明らかにし、侵略的外来種の生息域拡大の制御方法につながる新たな知見を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究において、競合関係にある生物種の個体数密度の時間変化を記述する多種ロトカ・ヴォルテラ競争拡散系に対し、双安定進行フロント波の速度やジャンクションを有する複雑な領域におけるフロント波の通過/停止条件に関する定量的な評価を行い、地球規模の重要な問題となっている侵略的外来種の侵入・定着を制御する方法に関する理論に裏付けられた知見を得ることができ、学術的のみならず社会的にも意義のある成果が得られた。

研究成果の概要（英文）：To understand the dynamics of interfaces and free boundaries that appear as boundaries between habitats dominated by different species in various population models describing the spatio-temporal dynamics of population densities, we conducted research using mathematical and numerical methods in a complementary manner. In particular, we clarified the parameter conditions for determining the sign of the propagating speed of bistable traveling waves in the Lotka-Volterra competition-diffusion system and obtained new results that will lead to controlling the habitat expansion of invasive alien species.

研究分野：応用解析学

キーワード：個体群動態モデル 界面ダイナミクス 移動境界問題 進行波 順序保存力学系

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

在来種の絶滅など既存の生態系に悪影響を及ぼす外来生物種の問題が世界的に注目されているが、外来生物の侵入・定着を一旦許してしまうとその駆除が容易でないことはさまざまな事例で知られている。生態学の分野においては、

「餌や営巣地などの同じ資源を必要とする生物は同じ場所で長期間にわたって共存できず、より環境に適応した種が生き残り、適応に劣る種は絶滅する」

という競争排他原理が働くと考えられており、この原理の数理的研究には、競合関係にある多種の生物個体群の動態を表すロトカ・ヴォルテラ競争系、さらに生物種の移動分散を考慮する場合には、拡散項を加えたロトカ・ヴォルテラ競争拡散系が広く用いられている。

このような、競合関係にある複数生物種の個体群動態モデルにおいては、最終的にどの種が生き残り、どの種が絶滅するかということが解明すべき重要な問題であり、分布の形状を保ったまま一定速度で伝播する進行波の速度の符号を調べることに密接に関連している。ところが、一般に3種以上の競争系においては、進行波の速度が系に含まれるパラメータにどのように依存するかについて調べることは極めて困難であり、速度の正負ですら特別な場合を除いては分かっていないのが研究開始当初の状況であった。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、生物種の個体数密度の時空間ダイナミクスを記述する個体群動態モデルにおいて、各生物種が優勢的に支配する生息域の境界（以下、界面と呼ぶ）の挙動を数理的手法と数値的手法を相補的に用いて明らかにし、外来生物種の侵入・定着を効率的に防ぐための具体的かつ現実的な対策を見出すことである。

一般に3種以上の競争系においては比較定理（初期時刻における2つの解の順序関係が時間経過後も保たれるという性質）が成立しないため、解の時空間ダイナミクスが非常に複雑になり得ることが数値シミュレーション等で報告されている。しかし、3種競争系であっても、そのうちの3種の生物間に競争がない場合には比較定理が成り立つことはあまり知られておらず、そのような観点からの多種競争系の研究は極めて少ない。特に、多種競争系の進行波に対する伝播速度のパラメータ依存性や進行波の安定性についての結果はほとんど見られない。そのため、このような個体群動態モデルにおける生物種の侵入速度のパラメータ依存性の数学解析、およびそれをサポートするための、界面・自由境界の挙動を精度よく追跡する数値的手法の開発を通じて、外来生物種の侵入・定着が可能／不可能である条件を数理的・数値的に明らかにする。

## 3. 研究の方法

異なる生物種がお互いに助け合う関係を記述する協調系と呼ばれる反応拡散系に対しては、生物種の数がいくつであったとしても比較定理が成り立つことが知られている。一方、生物種が資源をめぐる競合関係にある競争系においては、生物種の数が増えると一般には比較定理が成立しないが、生物種間の競争係数が特別な場合は比較定理が成り立つことがある。この事実はあまり認識されておらず、このような特殊な比較定理が成り立つ多種競争系に対し、順序保存力学系の観点から進行波の一意性や安定性・漸近安定性を論じる。さらに、進行波の伝播速度のパラメータ依存性、特にどのようなパラメータ領域で速度が正（または負）となるかについても、この比較定理を利用した解析により明らかにする。進行波の速度の正負は最終的にどの生物種が生き残り、どの生物種が絶滅するかを示す指標となるため、それを知ることは非常に重要であるが、3種以上の競争系に対しては特別な場合を除いて分かっていない。また、局所的な生息領域が連なった格子状であるとみなせる場合、多種競争系の進行波の存在証明には、生物種数が1少ない競争系の進行波に対する速度の符号の情報が利用されている。そのため、本研究の成果が比較定理が成り立つ多種競争系の進行波の存在証明にも繋がるのが期待される。

## 4. 研究成果

生物種の個体数密度の時空間ダイナミクスを記述するさまざまな個体群動態モデルにおいて、各生物種が優勢的に支配する生息域の境目として現れる界面や自由境界の挙動を理解するために、研究分担者と協力して数理的手法と数値的手法を相補的に用いた研究を行った。具体的な成果としては、次が挙げられる。

### (1) 1次元格子状領域における個体群動態モデル

2種類の弱い生物種と1種類の強い生物種の競争関係を記述するロトカ・ヴォルテラ競争拡散系において、最終的な生存種を決定するために、進行波解の性質を詳細に調べた。その結果、弱い生物種どうしが競争を行わない場合に、速度がゼロでない進行波解が存在するための方程式に含まれるパラメータに関する十分条件を導くことができた。一般に多種の競争系においては、進行波の速度がパラメータにどのように依存しているかについての結果はあるが、具体的に与えられたパラメータに対して進行波の速度の符号を決定することは、数値的な研究を除いてはほとんど見当たらない。とりわけ、格子状の生息域の場合は、propagation failureと呼ばれる進行波の伝播がブロックされて速度がゼロになる現象が知られており、この種の解析をさらに困難にしている。進行波の速度の符号は最終的にどの種が生き残るかを決定する最重要なファクターであるので、外来生物種の侵入・定着が可能/不可能であるかどうかを定量的に明らかにしたことになり、外来生物種の空間的伝播に関する数理的に裏付けられた知見を得るといふ本課題研究の目標を完全ではないにせよ達成できたことになる。その意味で、今回得られた結果は意義があり重要である。

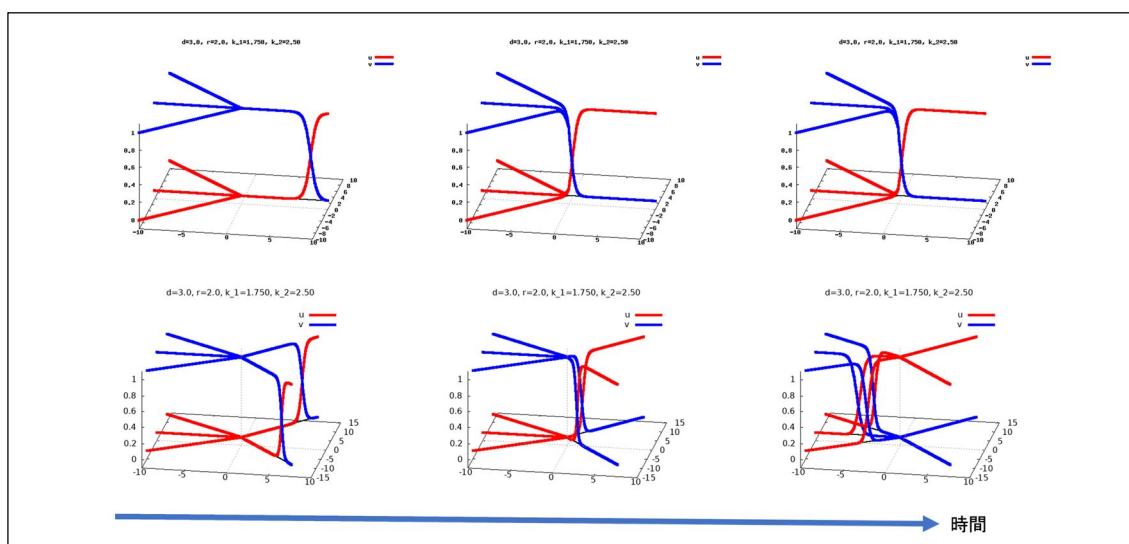
上述の propagation failure については、2生物種の場合に詳細な解析を行い、拡散係数とともに小さい場合に進行波の速度が0となるためのパラメータに関する条件を具体的に求めることができた。また、進行波の速度の符号を詳細に調べることにより、競争係数の差が大ききときには、拡散係数や増殖率をコントロールするだけでは相対的に強い種の侵入を防ぐことが不可能であることを示唆する結果を得た。

### (2) ロトカ・ヴォルテラ多種競争系の進行波

2つの資源をめぐって3種の生物が争う状況を記述する3種競争系において、初期時刻における生物種の分布から生息域の形成、進行波への収束という時間大域的な解の挙動を複数の比較関数を組み合わせることで明らかにするとともに、進行波の大域的な漸近安定性を証明することができた。また、進行波の速度の符号を決定することは最終的に生き残る生物種を特定するために極めて重要であるが、補助的な比較関数を適切に構成することにより、既存の結果を大きく改良する結果を得ることができた。これにより、相対的に弱い種であっても拡散係数の比や増殖率の比によっては勝ち残ることが可能であることが示され、侵略的外来種の生息域拡大の制御方法につながる新たな知見を得ることができた。

### (3) 複雑形状における侵略的外来生物の侵入可能性/不可能性の検証

複雑形状を持つ生息環境における生物種の競争を理解するために、ジャンクションを有する非有界なメトリックグラフ上のロトカ・ヴォルテラ2種競争拡散系に現れるフロント波の挙動を詳細に調べ、フロント波がジャンクションを通過するための条件を明らかにした。具体的には、1次元領域上の2種競争拡散系のフロント進行波の速度の定量的な評価を比較定理を用いて行い、その結果を利用して、適切な優解および劣解を構成することで、星状グラフのジャンクションにおける構造によらず、2生物種の競争力の差が大きければフロント波がジャンクションを通過できること、および、2生物種の競争力の差によらず、フロント波がジャンクションを通過できないジャンクション構造を持つ星状グラフを構成できることを明らかにした。



(上段：1本から3本への分岐点は通過できない。下段：2本から3本への分岐点は通過可能)

#### (4) 保存則を有する数理モデルの解析

協調系など比較定理が成り立つ個体群動態モデルに対し、順序保存力学系の理論は強力な解析手法となるが、強い順序保存性が成り立つことを必要とする結果も多く、適用範囲が限られることが問題であった。その解決のために、体積保存条件を持つ系に対し、より弱い仮定の下での平衡解や時間周期解の存在を示すことが可能となる一般論の構築を行った。また、この理論を利用して、総個体数や物質質量などの積分量が保存される個体動態群モデルや化学反応モデルに対し、有界な軌道が平衡点に収束すること、および平衡点の集合が連結な全順序集合であることを示した。

#### (5) 界面現象を記述する数理モデルに対する数値スキームの構築および評価

界面現象を記述するために、平面曲線に関する蔵本・シバシンスキー型の方程式を用いた数理モデルを提案するとともに、構成が容易で計算時間も短く効率よく安定的に計算する数値スキームを提案し、実験結果との比較を行い、数理モデルの妥当性を検証した。さらに、膨張する円からの摂動方程式として拡張した方程式の離散化とその数値スキームの収束性に関する結果を得た。また、熱拡散が主導的な界面現象における伝播の固有の反応定数を、漸近展開を利用して数値的に評価する方法を提案し、実際の問題に適用して誤差があらゆる場合において1~2%の範囲に抑えられるなど、その有用性を確認した。

#### (6) 非局所性、不可逆性を有する数理モデルの解析

非局所的な項を持つ2成分の反応拡散系における振動的な六角形状のパターンを研究した。中心多様体理論を適用して4次元力学系を得ることにより自明解付近の解の分岐構造を解析し、六角形状のパターンを持つ振動的な解は定常的な六角形状パターンの解からホップ分岐することが示唆されることを示した。また、不可逆的な反応拡散現象を記述する数理モデルに現れる双安定フロント波について、元の方程式を劣微分を含む二重非線形型の方程式に変換してフロント波の1パラメータ族を構成し、比較定理を利用してそれらの指数的漸近安定性を証明した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Morita Yoshihisa, Nakamura Ken-Ichi, Ogiwara Toshiko	4. 巻 -
2. 論文標題 Front propagation and blocking for the competition-diffusion system in a domain of half-lines with a junction	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems - B	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdsb.2022136	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kobayashi Shunsuke, Yazaki Shigetoshi	4. 巻 23
2. 論文標題 Convergence of a Finite Difference Scheme for a Flame/Smoldering-Front Evolution Equation and Its Application to Wavenumber Selection	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Computational Methods in Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 545 ~ 563
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/cmam-2022-0046	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Akagi Goro, Kuehn Christian, Nakamura Ken-Ichi	4. 巻 375
2. 論文標題 Traveling wave dynamics for Allen-Cahn equations with strong irreversibility	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 3173-3238
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/8583	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Guo Jong-Sheng, Nakamura Ken-Ichi, Ogiwara Toshiko, Wu Chang-Hong	4. 巻 40
2. 論文標題 The sign of traveling wave speed in bistable dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 3451 ~ 3466
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020047	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Guo Jong-Shenq, Nakamura Ken-Ichi, Ogiwara Toshiko, Wu Chin-Chin	4. 巻 54
2. 論文標題 Traveling wave solutions for a predator-prey system with two predators and one prey	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis: Real World Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nonrwa.2020.103111	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kobayashi Shunsuke, Okuda Sakamoto Takashi, Uegata Yasuhide, Yazaki Shigetoshi	4. 巻 50
2. 論文標題 A time-periodic oscillatory hexagonal solution in a 2-dimensional integro-differential reaction-diffusion system	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Hiroshima Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 253-267
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.32917/hmj/1595901630	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ito Takahiro, Ogiwara Toshiko, Usami Hiroyuki	4. 巻 12
2. 論文標題 Asymptotic properties of solutions of a Lanchester-type model	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Differential Equations & Applications	6. 最初と最後の頁 1~12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/dea-2020-12-01	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ogiwara Toshiko, Hilhorst Danielle, Matano Hiroshi	4. 巻 40
2. 論文標題 Convergence and structure theorems for order-preserving dynamical systems with mass conservation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 3883~3907
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020129	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 IIZUKA Hiroyuki、KUWANA Kazunori、YAZAKI Shigetoshi	4. 巻 6
2. 論文標題 A simple method to evaluate the eigenvalue of premixed flame propagation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mechanical Engineering Letters	6. 最初と最後の頁 19~00610
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1299/mel.19-00610	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jong-Shenq Guo, Ken-Ichi Nakamura, Toshiko Ogiwara and Chin-Chin Wu	4. 巻 472
2. 論文標題 Stability and uniqueness of traveling waves for a discrete bistable 3-species competition system	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 1534-1550
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.12.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 9件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 Front propagation and blocking for the Lotka-Volterra strong competition system in an infinite star graph
3. 学会等名 ReaDiNet2023: International conference on parabolic and stochastic models in mathematical biology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 荻原 俊子
2. 発表標題 Convergence results for general cooperative systems with mass conservation
3. 学会等名 非線形現象の数値シミュレーションと解析2023 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 矢崎 成俊
2. 発表標題 折れ線曲率流の新しい成長法則
3. 学会等名 日本応用数理学会第19回連合発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中村 健一
2. 発表標題 星状グラフの分岐点における2種競争拡散系のフロント解の通過・停止
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中村 健一
2. 発表標題 Front propagation and blocking of the competition-diffusion system in a domain of half-lines with a junction
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中村 健一, 日吉 将大, 山崎 貴史
2. 発表標題 Speed of traveling waves for discrete bistable Lotka-Volterra competition system
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年



1. 発表者名 日吉将大, 山崎貴史, 中村健一, 荻原俊子
2. 発表標題 ある 3 種 Lotka-Volterra 競争拡散系に現れる双安定進行波の伝播方向
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 Monotone Traveling Waves for a Bistable Lattice Dynamical System
3. 学会等名 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 Global asymptotic stability of traveling fronts for a bistable 3-component lattice dynamical system
3. 学会等名 Mini-workshop on Nonlinear Diffusion Problems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村 健一
2. 発表標題 Existence and stability of symmetric solutions of a variational problem for plane curves
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigetoshi Yazaki
2. 発表標題 Flame/smoldering front tracking to evolution equations for combustion of a paper sheet
3. 学会等名 ICIAM2019@Valencia, Spain (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 Effect of Diffusion Type on the Propagation Speed of Traveling Fronts in Periodic Environments
3. 学会等名 International Conference on Nonlinear Analysis and its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 Asymptotic Stability of Traveling Waves for Bistable Lattice Dynamical Systems of Cooperation Type
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ken-Ichi Nakamura
2. 発表標題 A variational problem arising from the modelling of epidermal basement membrane
3. 学会等名 第36回九州における偏微分方程式研究集会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村健一
2. 発表標題 双安定型反応拡散系の単調な進行波
3. 学会等名 反応拡散系のパターン形成とその応用（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	矢崎 成俊 (YAZAKI Shigetoshi)  (00323874)	明治大学・理工学部・専任教授  (32682)	
研究分担者	中村 俊子(荻原俊子) (Ogiwara Toshiko)  (70316678)	城西大学・理学部・教授  (32403)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	郭 忠勝 (Guo Jong-Shenq)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------

ドイツ	Technical University of Munich			
その他の国・地域 台湾	Tamkang University	National Tainan University	National Chung Hsing University	他1機関
フランス	University of Paris-Saclay			