

令和 6 年 6 月 19 日現在

機関番号：34426

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03439

研究課題名（和文）逆問題の手法を用いたファイナンス市場における諸問題への総合的研究

研究課題名（英文）Comprehensive study on problems in the financial market using methods of the inverse problem

研究代表者

大田 靖 (Ota, Yasushi)

桃山学院大学・経営学部・教授

研究者番号：50536555

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題を通して、金融における逆問題の定式化、およびその利用に関するいくつかの結果をまとめることができました。特に、統計的な手法を利用して、トレンド係数やボラティリティ係数など金融工学において重要とされるパラメータの逆推定が可能となった。特に、研究期間の後半では、トレンド係数とボラティリティ係数の同時逆推定に取り組み、さらに実データを用いた再構成の結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の学術的、および社会的意義は、金融における諸問題において、逆問題の手法を取り入れ、重要とされている、トレンド係数とボラティリティ係数の推定方法を定式化したことである。さらに、それらの係数の同時推定を行い、実データを用いて、トレンド係数の形を再構成したことである。特に、再構成においては、多くの場合で用いられている積分方程式による定式化による方法ではなく、数理モデルから直接的に係数を再構成できる手法を定式化した点で研究成果には意義がある。

研究成果の概要（英文）：Through this study, I was able to summarize some results about the formulation of the inverse problem in finance and the application of it. Especially, Using the method of statistics, we have been able to identify the parameters of trend and volatility, which are important in financial engineering. Moreover, using the Bayesian inference approach, we were able to simultaneously estimate the unknown trend and volatility coefficients from the artificial measured data and the real financial market data in the second half.

研究分野：応用数学

キーワード：Inverse Problems Financial Markets Option Pricing Trend coefficient Estimating parameters

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C-19、F-19-1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

F.Black と M.Scholes が提唱したオプション価格を決定するブラックショールズモデル(以下,BS モデル)は,多くの金融機関で利用され,今日までに爆発的な発展を遂げている.BS モデルは,放物型2階偏微分方程式であるブラックショールズ方程式(以下,BS 方程式)に適切な初期条件を置くことで構成されており,初期条件の置き方によって,市場の様々なオプションに対応したモデルを構成することができる.Dupire は,BS モデルを実務へ利用する際に問題となるモデルによる評価価格と市場価格との間に生じる乖離に着目し,BS 方程式の空間変数の2階微分の係数であるボラティリティ(原資産の変動率)を微分方程式を用いて,市場価格から逆推定する問題(以下,ファイナンスの逆問題)に取り組んだ.その後,Isakov らが,ファイナンスの逆問題の定式化を行い,解の安定性,一意性の問題に取り組み,微分方程式の立場からの本格的なファイナンスの逆問題の研究が始まった.研究代表者らは,バイナリーオプションとよばれる初期条件を Heviside 関数と置いたモデルにおいて,Born 近似を用いた線形化逆問題に取り組み,安定性,数値計算による解の再構成の結果を得た.一方で,研究代表者らは,乖離の問題を BS モデルを改良するという観点から取り組み,Arbitrage Model とよばれる,モデルのパラメータとしてトレンド(原資産の期待収益率)を含んだ,より現実的なモデルを導出した.さらに,そのモデルで用いられている拡張された BS 方程式(以下,E-BS 方程式)を用いて,バイナリーオプションにおける逆問題の解の一意性,数値計算による解の再構成の結果を得た.また,研究代表者らは,E-BS 方程式を用いて,通常のオプションにおける線形化逆問題に取り組み,FBI 変換を用いて逆問題の解の一意性,数値計算による解の再構成の結果を得た.

2. 研究の目的

本研究では,研究代表者らが導出した Arbitrage Model を中心にファイナンスの逆問題の数学的進展,及びそれらの結果の実務への応用を目指して次の2点を研究の目的とする.

目的1:

E-BS 方程式の係数であるボラティリティやトレンドなどの同定逆問題に対して,逆問題の解の存在,一意性,安定性,再構成などの数学的な理論構築を行う.

目的2:

数学的な解析の結果を実用的な技術に高めるために,数値計算,及び実証分析の専門家や実務家との連携体制を構築し,相互理解を深めながらより高度で実用的な技術構築を行う.

3. 研究の方法

研究代表者らの結果の改良を目的として,トレンド係数の高次の有限 Born 近似を考える.ただし,この近似は,それぞれの係数が十分小さい場合に収束することが保証されている.はじめに,逆問題の解の一意性の証明で利用した FBI 変換を用いた手法が,高次 Born 近似を用いた場合においても適用可能であるかを検証する.次に,高次 Born 近似においても逆問題の解の一意性が保証されれば,その結果を受けて数値計算による解の再構成を行い,これまでに得られた結果と比較,検討する.次に,研究代表者らが導出した,Arbitrage Model をより実用的な技術として実務に還元するためには,トレンドを数値計算により再構成する必要があり,その際には Isakov で得られている,Final overdetermination 問題に対する Lipschitz 安定性のような評価式が必要となる.ただし,Isakov で得られている結果導くためには,初期値問題として考えられている本モデルを初期境界値問題として考える必要がある.そこではじめに,本モデルに人工的なディリクレゼロ境界条件を付けて,初期値境界値問題として考えることが可能であるかを E-BS 方程式の解の性質を通して検証する.その後,逆問題を Final overdetermination 問題として扱い Lipschitz 安定性の評価式を導出する.なお,この評価式を得ることができれば,数値計算において,最小二乗法によりデータへの当てはめを行う際に,正則化 Newton 法による最小二乗汎関数の最小化法の収束性が従う.上記に関連して,E-BS 方程式や最小二乗法による再構成を行う際に用いられているパラメータの選定に関して,実務家と協議を重ね,実務として有効である最適パラメータを探索する.

4. 研究成果

本研究課題を通して、金融における逆問題の定式化、およびその利用に関するいくつかの結果をまとめることができた。ただし、当初計画していた有限 Born 近似、および初期境界値問題を設定し安定性の評価を導出することができなかった。一方で、パラメータの選定に関して、ベイズ推定の手法 (MCMC (マルコフ連鎖モンテカルロ法)) などの統計的な手法を利用して、トレンド係数やボラティリティ係数など金融工学において重要とされるパラメータの逆推定が可能となった。

1つ目の成果は、これまで多くの先行研究や応募者らが用いていたいわゆる逆問題における線形化の手法を利用することなく、上述したベイズ推定の手法を用いて、オプション価格からドリフト係数とボラティリティ係数の同時逆推定を試みたものである。対象のオプションとしては、通常のオプション、およびバイナリーオプションについて研究成果を得た。特に、通常のオプションにおいては、ドリフト係数が時間依存の場合の逆推定の手法を構築し、またバイナリーオプションにおいては、実データを用いた再構成を行っており、いずれの成果においても、実務への応用として非常に興味深い結果が得られた。

次の成果は、ボラティリティ係数を研究対象としたものであるが、初期条件をヘビサイド関数 (階段関数) としたオプション取引 (バイナリーオプション) を対象とし、上述した成果と同様に線形化の手法を用いることなく、市場のオプション価格からボラティリティを逆推定する枠組みを構築し、その逆問題の解の一意性、および安定性を証明した。さらに、ベイズ推定の手法を用いて、解の再構成を行った。

関連する研究成果としては、本研究において得られたベイズ推定の手法を用いて、人間社会的流行現象を記述する数理モデルのパラメータ推定を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Ota Yasushi, Jiang Yu, Maki Daiki	4. 巻 17
2. 論文標題 Parameters identification for an inverse problem arising from a binary option using a Bayesian inference approach	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Results in Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 100353 ~ 100353
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.rinam.2022.100353	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kaji S., Ota Y.	4. 巻 102
2. 論文標題 Inverse parabolic problem with the Heaviside function arising in finance	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Applicable Analysis	6. 最初と最後の頁 3689 ~ 3709
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00036811.2022.2091549	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 大田 靖、水谷 直樹	4. 巻 64
2. 論文標題 人間社会的流行における数理モデルの提案	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Transactions of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 22 ~ 45
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15807/torsj.64.22	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ota Yasushi, Mizutani Naoki	4. 巻 25
2. 論文標題 Estimating Parameters in Mathematical Model for Societal Booms through Bayesian Inference Approach	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical and Computational Applications	6. 最初と最後の頁 42 ~ 42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/mca25030042	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ota Yasushi, Jiang Yu, Nakamura Gen, Uesaka Masaaki	4. 巻 97
2. 論文標題 Bayesian inference approach to inverse problems in a financial mathematical model	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Journal of Computer Mathematics	6. 最初と最後の頁 1967 ~ 1981
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00207160.2019.1671978	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Doi Shin-ichi, Ota Yasushi	4. 巻 34
2. 論文標題 Application of microlocal analysis to an inverse problem arising from financial markets	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Inverse Problems	6. 最初と最後の頁 115010 ~ 115010
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6420/aade25	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計4件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Yasushi Ota
2. 発表標題 Parameters identification for the inverse option problems using Markov Chain Monte Carlo methods
3. 学会等名 13th Int. Conf. on Computational and Financial Econometrics(CFE 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasushi Ota
2. 発表標題 Simultaneous estimation of the unknown parameters in a parabolic partial differential equation using the Bayesian inference approach
3. 学会等名 Applied Inverse Problems Conference(AIP2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasushi Ota
2. 発表標題 Computing the local volatility and the real trend in financial markets by using Bayesian inference and numerical analysis
3. 学会等名 The 9th International Conference on Inverse Problems and Related Topics(ICIP2018) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasushi Ota
2. 発表標題 Reconstruction of volatility and trend coefficient in financial markets by using Bayesian inference and numerical analysis
3. 学会等名 The 9th International Conference on Inverse Problems: Modeling and Simulation(IPMS2018) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	鍛冶 俊輔 (Kaji Shunsuke) (10467524)	名城大学・理工学部・准教授 (33919)	
研究分担者	津田 博史 (Tsuda Hiroshi) (90450163)	同志社大学・理工学部・教授 (34310)	
研究分担者	大江 貴司 (Ohe Takashi) (90258210)	岡山理科大学・理学部・教授 (35302)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------