

令和 3 年 6 月 10 日現在

機関番号：12611

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K03450

研究課題名(和文)可積分量子系の非平衡ダイナミクス研究と孤立量子系の緩和や多体局在の動的量子相転移

研究課題名(英文) Study of nonequilibrium dynamics of integrable quantum systems in association with the relaxation of isolated quantum systems and the dynamical quantum phase transition of the many-body localization

研究代表者

出口 哲生 (Deguchi, Tetsuo)

お茶の水女子大学・基幹研究院・教授

研究者番号：70227544

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：スピン1/2量子XXZ鎖は1次元量子ハイゼンベルグ模型において最近接格子点上のスピン変数の結合定数がZ成分のみ1でなくとなる可解模型である。この系に対して多体局在相転移と厳密な時間発展の方法の二つを研究した。(1)系にランダム性を加えて多体局在相転移を導き、XXZ異方性とランダム磁場との間の有限サイズスケーリングを見出した。(2)スピン1/2量子XXZ鎖で下向きスピン2個のとき、異方性変数を連続的に変化させると、ある値で複素束縛状態が実解2個へ分解すること等を厳密に示した。下向きスピン2個の実解のベータ量子数をも厳密に求めた結果、任意初期状態からの厳密な時間発展の追跡が可能となった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

孤立量子系の緩和など多体量子系の興味深く精妙なダイナミクスを厳密な方法により研究した。具体的には、XXZ異方性を持つ可積分量子スピン系スピン1/2量子XXZ鎖に対して、以下の2点を示したことである。(1)ランダム性と相互作用の競合が導く多体局在の動的量子相転移において、XXZ異方性変数、ランダム磁場の大きさ、そして系の大きさとの間に新しい有限サイズスケーリングの関係を見出した。(2)下向きスピン2個の場合の実解や複素解のベータ量子数を厳密に求めた。この結果、下向きスピン2個のとき任意の初期状態からの時間発展を厳密に追跡可能となった。以上の成果は多体量子系や量子技術全般の発展に大きく役立つ。

研究成果の概要(英文)：We have shown finite-size scaling in the many-body localization (MBL) transition and a rigorous method for performing exact time evolution of the spin-1/2 quantum XXZ spin chain. It is a variant of the 1-dim. quantum Heisenberg model where the Z-component of the coupling constant in each nearest neighboring spin pair is given by a parameter. (1) Finite-size scaling behavior among the XXZ anisotropy, the random magnetic field and the system size in the MBL transition was shown. (2) In the two down-spin sector we have shown that at critical values of some bound state solutions of the Bethe ansatz equations collapse into pairs of real solutions. We have derived the Bethe quantum numbers for all the solutions to the Bethe-ansatz equations in the two down-spin sector. Thus, we can exactly perform the time evolution for any given initial state in the two down-spin sector of the spin-1/2 quantum XXZ spin chain, by expressing the initial state as a sum of the Bethe eigenvectors.

研究分野：物性基礎論

キーワード：可積分量子系 孤立量子系 多体局在 非平衡ダイナミクス

1. 研究開始当初の背景

最近、孤立量子系における熱化など、孤立量子系の非平衡ダイナミクスが注目されている。そもそも孤立量子系の時間発展で状態は変化しない。しかし孤立系の局所演算子の期待値は、時間とともに次第に熱平衡値に漸近する[von Neumann (1929); H. Tasaki, PRL **80** (1998)]。すなわち、状態は変化しないが局所物理量演算子の期待値は緩和する。言わば系の中で観測点を囲む部分の領域が熱浴の役割を果たすと解釈できる。このような孤立量子系における局所物理量の緩和現象は、**固有状態熱化仮説** (Eigenstate Thermalization Hypothesis, ETH) から自然に理解することができる。この仮説は、圧倒的に多数の固有状態は熱平衡状態に近い状態であり、ある固有状態における物理量の期待値はその固有状態に対応する熱平衡状態での物理量の平衡値に非常に近い、と主張する。

さらに、孤立量子系の時間発展は系が可積分と非可積分とで全く異なり、物理量演算子の期待値は、非可積分のときギブス分布の平衡値に漸近し、その緩和は**熱化 (thermalization)** とよばれ、可積分のときは熱平衡値ではなく、**一般化ギブス分布** (Generalized Gibbs Ensemble, GGE) での平衡値に漸近する、と予想される[M. Rigol et al., PRL **98** (2007)]。つまり、可積分系は緩和するが熱化はしない、という予想されている。実際、可積分系で ETH は成立せず、弱い意味での ETH が成立すると考えられている。しかし、弱い意味での ETH に関する研究は、数学的なアプローチでは限界があると思われ、具体的な物理系を用いた研究の必要性が高い。

多体量子系の振る舞いには予想外の面があり、非可積分ならば全ての孤立量子系が熱化する、という単純な見方で済むわけではなかった。非可積分相互作用を含む量子 X X Z 鎖にランダム磁場などランダム性を加えると、**多体局在** (Many-Body Localization, MBL) が生じることが最近示された [A. Pal and D. A. Huse, Phys. Rev. B **82** (2010)]。これは多体系にランダム性が存在する場合に生じる局在現象である。多体局在(MBL)の系は時間発展で熱化せず、またエンタングルメント・エントロピーが時間の対数関数的に増大するなど、興味深い量子ダイナミクスを示す。実は 16 年前の論文 [22] (K. Kudo and T. D., Phys. Rev. B (2004)) の中で、非可積分相互作用をもつ量子 X X Z 鎖にランダム磁場を加えその強さを次第に大きくすると準位統計がウィーグナー分布からポアソン分布に移行することが数値的に示されていた。現時点で振り返ってみると、この研究は多体局在の先駆的研究とみなすことができるであろう。

このように、孤立量子系の緩和の研究は世界中で注目され、活発に研究されて来た。熱化だけでなく、多体局在などの予想外の側面も明らかにされつつある。

2. 研究の目的

(I) 孤立量子系の緩和の研究が現在脚光を浴びているが、その中でも特に可積分量子系の時間発展は一般化ギブス分布 (GGE) へ緩和するなど、通常の非可積分量子系とは異なる特徴を示し興味深い。しかし、重要な系で時間発展を追跡可能な量子状態は現在僅かしか知られていない。本研究はこの問題を解決するため、任意状態の時間発展導出を目指す。複素束縛解の取扱い、スカラー積公式の改良等を行う。量子ソリトン状態など興味深い状態の時間発展を求め、その特徴を導く。(II) 現実の系には非可積分摂動が存在し、可積分性はある時間スケール内でのみ成り立つ。可積分系に非可換保存量が多数存在する場合、一時的緩和 (prethermalization) が導かれ、保存量が破れると熱化へクロスオーバーする、というシナリオが提案された。さらに、非可積分量子系にランダム性を加えると多体局在 (MBL) が生じ、熱化は阻止される。可解量子 X X Z 鎖に非可積分摂動とランダム磁場を加えて導かれる動的量子相転移を調べ、可積分系との比較を試みる。

3. 研究の方法

(1) ベーテ仮設方程式における複素解であるストリング解の数値的および解析的研究を進展させ、任意の量子状態をベーテ固有状態の和で表し、有限サイズ可積分量子系の時間発展を厳密に導くことを、本研究の第一目標とする。そして、可積分系の物理量演算子の時間発展を、量子ソリトン状態など、多くの興味深い状態に対して厳密に調べ、その特徴を明らかにする。量子 XXZ 鎖に対して任意の初期状態からの時間発展が導かれれば、その意義は大きい。

(i) 量子 XXZ 鎖などの初期値問題：任意の初期状態から、その後の時間発展を導く試み。主に、下向きスピン2個の場合を行う。

(ii) スカラー積公式の解析的な変形による改良、ストリング解の数値的取扱いの改良。

スラブノフ公式をコーシー行列式で割り、複素解でも大きな数値が出ない形にする。

(2) 可解量子 XXZ 鎖に非可積分性とランダム性を加えると、熱的状态(thermal)から多体局在状態(Many-Body Localization, MBL)への動的量子相転移が起きる。系のサイズとランダム性の強度を変えて数値計算し、その相図、特に相の境界線を調べる。可解模型を現実の系と比較する場合、この二つの効果は重要であろう。

(iii) 熱的状态から多体局在 (MBL)への動的量子相転移

量子 XXZ 鎖の準位統計の研究 (Kudo & Deguchi (2004))を見直す。当時14格子点で調べたがサイズを変えて準位統計を求め、有限サイズスケールで動的相図を解析する。

4. 研究成果

(1) スピン1/2の量子 XXZ 鎖にランダム磁場を加えて導かれる臨界的な多体局在相転移において、 XXZ 異方性変数、ランダム磁場の大きさ、そしてシステムサイズの間、ある有限サイズスケーリングの関係が成り立つことを見出した。

(2) スピン1/2の量子 XXZ 鎖におけるギャップ領域での下向きスピン2個のセクターで、具体的に任意の量子状態をベーテ状態の和で表すための基礎的研究を行った。すなわち、模型の変数である XXZ 異方性変数や格子点数 N を変化させて、ベーテ方程式の実解の個数が変化することを、厳密に示した。そして、その量子数を厳密に導いた。この情報は、ベーテ方程式の数値解を求めるために本質的に重要である。

(3) 捻り境界条件下のスピン1/2 XXX 鎖の下向きスピン2個の解の厳密な量子数の導出を議論し、スピン回転の $SU(2)$ 対称性の破れに伴い、新たな解が出現することを解析的に厳密に示した。具体的に新たな解を捻り境界変数を用いて表した。捻り境界条件を用いて $SU(2)$ 対称性を破る場合、新たな解の形も解析的に厳密に表すことができる。この結果を用いて、異方性変数を用いて $SU(2)$ 対称性を破る場合の様子を、ある程度まで予想することができる。異方性変数を用いて $SU(2)$ 対称性を破る場合には解析は非常に難しくなるので、捻り境界条件での研究は重要である。

(4) 捻り境界条件の視点から、特異解を含むベーテ仮設方程式の解に対する固有状態のノルムや形状因子の公式を厳密に導出した。特異解を含む固有状態において、スラブノフが導いたノルムや形状因子公式は、そのままの形では成立しないか、あるいは適用が容易ではない。本研究結果によってはじめて、例えばハーフフィリングにおいて、複素固有状態も含む励起状態における系の時間発展の厳密な議論が可能となる。

(5) スピン1/2の量子 XXZ 鎖におけるギャップ領域での下向きスピン2個のセクターにおいて、ベーテ仮設方程式の実解に対するベーテ量子数を厳密に導いた。この結果、数値的に精密に実解を求めることが可能となった。さらには、下向きスピン2個のセクターに限定はされるが、任意の初期状態をベーテ固有状態の和で表すことが可能となる。その結果、厳密な時間発展を導くことが可能となった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Takashi Imoto, Jun Sato, Tetsuo Deguch	4. 巻 52
2. 論文標題 Exact regimes of collapsed and extra two-string solutions in the two down-spin sector of the spin-1/2 massive XXZ spin chain	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Phys. A: Math. Theor.	6. 最初と最後の頁 35203
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aaf29f	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazue Kudo, Tetsuo Deguchi	4. 巻 97
2. 論文標題 Finite-size scaling with respect to interaction and disorder strength at the many-body localization transition	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 220201 (R)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.97.220201	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 井元隆史、佐藤純、出口哲生
2. 発表標題 Massive-XXZ鎖のtwo down-spin sector における実解に対するBethe 量子数の導出と数え上げ
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会、名古屋大学東山キャンパス
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 出口哲生、井元隆史
2. 発表標題 捻り境界条件下のスピン1/2 XXX 鎖の下向きスピン2個の解の厳密な量子数 II: SU(2)対称性の破れに伴う余分な解の出現と初期値問題
3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会、岐阜大学柳戸キャンパス
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 井元隆史、佐藤純、出口哲生
2. 発表標題 Two-down-spin sector の massive-XXZ鎖のXXX極限に対する解の振る舞いについて
3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会、岐阜大学柳戸キャンパス
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Tetsuo Deguchi, Jun Sato and Eriko Kaminishi
2. 発表標題 Quantum State of a Dark Soliton
3. 学会等名 `Non-equilibrium dynamics' within the programme of `Quantum Paths' (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井元隆史、佐藤純、出口哲生
2. 発表標題 Massive-XXZ鎖のtwo-down-spin sector の実解に対する厳密なBethe 量子数
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 出口哲生、井元隆史
2. 発表標題 量子XXZ鎖の特異解に対応する固有ベクトルのノルムの導出について
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井元隆史、佐藤純、出口哲生
2. 発表標題 ギャップ領域量子XXZ鎖の2-ストリング解(複素束縛解)の崩壊と新しい解の出現: 下向きスピン2個の場合の厳密な解析
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 出口哲生、井元隆史
2. 発表標題 スピン1/XXX鎖の量子ダイナミクスにおける初期値問題とベータ量子数: 下向きスピン2個の場合
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金城佳世、佐藤純、出口哲生
2. 発表標題 リーブ・リニガ模型での2ダークソリトン解の試み: 古典ソリトン解とTG気体での模索
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	工藤 和恵 (Kudo Kazue) (30505574)	お茶の水女子大学・基幹研究院・准教授 (12611)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------