

令和 6 年 6 月 3 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03610

研究課題名（和文）ゲージ・ストリング理論における双対性の代数的記述と可解統計モデルなどへの応用

研究課題名（英文）Algebraic Description of dualities in gauge/string theories and applications to solvable statistical models

研究代表者

松尾 泰 (Matsuo, Yutaka)

東京大学・大学院理学系研究科（理学部）・教授

研究者番号：50202320

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：ゲージ理論とストリング理論の特徴であるS双対性について、その背景にある無限次元対称性である量子トロイダル代数の表現論を詳細に調べることにより明らかにした。特に、S双対性の表現論的な実現、極小モデルの図形的な性質、corner VOAと呼ばれる新しい対称性の具体的な表現を構成した。また、これまでの研究を総括するレビュー論文を出版した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究で詳しく調べた量子トロイダル代数はゲージ理論の双対性をあからさまな形で表したものであり。予想として知られていた4次元超対称ゲージ理論と2次元共形場理論の対応関係の証明に用いられるなど、双対性の数学的な構造を数学的に明白な形で示した点が学術的な意義としてまずあげることができる。

研究成果の概要（英文）：S-duality, a characteristic feature of gauge and string theories, is clarified by a detailed investigation of the representation theory of the quantum toroidal algebra, the infinite dimensional symmetry behind the scene. In particular, we have constructed an explicit representation-theoretic realisation of S-duality, graphical properties of minimal models and a free boson representation of a new symmetry called the corner VOA. We also published a review paper summarising our previous work.

研究分野：ストリング理論と関連する数理論理学

キーワード：ストリング理論 ゲージ理論 双対性 可解系 表現論 q変形代数

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

ストリング理論では点粒子の代わりに紐のダイナミクスを考えるため、通常の素粒子の対称性を記述するリー代数の代わりに紐の振動も含めた無限次元対称性が重要になる。特に Virasoro 代数はストリング理論のゲージ対称性であるのと同時に低次元統計系の臨界点での振る舞いを記述する対称性として活発に研究されてきた。

一方でストリング理論の特徴的な性質として双対性、すなわち強結合と弱結合理論の間の対応関係、があげられる。このような性質が成り立つのは一般には高次元時空においてであったので 2 次元系の対称性である Virasoro 代数との関係は明らかではなかった。

このような状況は 2010 年頃を境に大きく変換した。その機となったのは Alday-Gaiotto-Tachikawa (AGT) による 4 次元理論と 2 次元理論の対応関係である。この提案では 4 次元理論のインスタントン分配関数と 2 次元理論の Virasoro 代数に関連する相関関数の非常に精密な対応関係が予想されたため、双対性を含むような無限次元対称性の拡張が必要となった。このような背景のもとに盛んに研究されるようになった対称性が今回の研究課題である量子トロイダル代数である。この対称性は 90 年代より量子ホール効果などを動機づけとして研究されていたが、数学と物理の境界領域としてある程度研究が進んでいた。上記 AGT 予想ではトロイダル代数が持っている S 双対性と 4 次元と 2 次元の対応関係が本質的に関係づくことにより AGT 予想の数学者による証明を与えることになった。その証明は私のグループにより様々な超対称ゲージ理論に拡大された。

2. 研究の目的

量子トロイダル代数の研究は AGT 予想の証明を通じて大きく進展したが、その本質的な部分である双対性についてはあからさまな形とは程遠いものがあった。双対性は弦理論などへの応用において本質的であり、将来的には量子重力と高次元共形場理論の間の双対性も含めるような形で昇華したい。その意味でトロイダル代数における双対性の構造をより深く理解することが第一の目標である。

次に第 2 の目標としてトロイダル代数の様々なバリエーションを探求することが挙げられる。トロイダル代数の概念自体は基本的なものであり、様々な形で一般化されることが予想されていた。その最も代表的な例としては超対称性、内部対称性などを含む場合が挙げられる。これらはトロイダル代数をさらに広いゲージ理論やストリング理論に応用する際に本質的であることが予想されている。

3. 研究の方法

この研究は理論的、あるいは数学に近い研究であるため、主に関連する分野の研究者たちとコミュニケーションを取りながら発展させるべきものである。私はすでにこの分野の研究者の中でネットワークを組んでおり、協力しながら研究を進めていった。

4. 研究成果

今回の研究では

- (1) S 双対性のさらなる検証。
- (2) Web of W 代数と呼ばれるトロイダル対称性を組み合わせて作られる新しい対称性の詳しい研究。
- (3) Corner VOA と呼ばれるトロイダル代数から還元される新しい代数についてその表現論を詳しく調べた。
- (4) トーラスよりもさらに一般化された曲がった空間に対してトロイダル代数を一般化した。
- (5) これまでの進展をまとめたレビュー論文を執筆した。

について研究し論文の形で発表を行った。

まず(1)については S 双対性を代数だけではなく表現の基底にまで一般化したものであり、位相的ストリング理論に現れる頂点の簡単な表示を与えたものである。

(2)ではトロイダル代数を複数個組み合わせて作られる対称性が Prochazka らにより提案されていたが、その具体的な構成法がわかっていなかったので知られている対称性に帰着する場合についてその詳細を調べたものである。特に、拡張された超対称代数に対応するものについてはこれまでほとんど調べられていなかったため、具体的に極小模型として表現がよくわかっているものについて表現の基底を図式的に示すことに成功した。また、W 代数として知られていた対称性についての極小模型については新たな図式的表示を得ることに成功した。

トロイダル代数自体は非常に大きな対称性であるためその一部を切り出すことにより 2 次元系の対称性と見なすことができるが、最も一般的な形で還元を行ったものが corner VOA と呼ばれる対称性である。(3)では q 変形された corner VOA に対して自由ボソン表現を与えることに成功した。これは従来知られていた三浦変換と呼ばれる手法の一般化を与えるものである。

量子トロイダル代数はある意味 2 次元トーラス上で定義された変換群と捉えることができる。対称性が双対性を持つのは 2 次元トーラスの性質から由来している。これからさらに一般の空間で定義された変換全体のなす対称性の性質について調べることはある意味で自然のように考えられる。(4)ではコセット空間と呼ばれる対称性の高い空間について量子トロイダル代数のような対称性を構成できないか調べている。特に数学的に非自明な構造を与える「中心拡大」について詳しく調べ、拡大された対称性により記述される行列模型が対応するコセット空間上のゲージ理論と同一視できる仕組みを明らかにした。

これらの量子トロイダル代数の研究は発展し成熟してきているが、全体を初学者が学べるようなレビュー論文は書かれていなかった。(5)はそのような目的のために書かれた 200 ページ近い論文であり今後のこの分野の発展の基礎を与えるものになったのではないかと自負している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Yutaka Matsuo, Satoshi Nawata, Go Noshita, Rui-Dong Zhu	4. 巻 1055
2. 論文標題 Quantum toroidal algebras and solvable structures in gauge/string theory	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Physics Report	6. 最初と最後の頁 1-144
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physrep.2023.12.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 K. Harada, Y. Matsuo, G. Noshita and A. Watanabe	4. 巻 4
2. 論文標題 q-Deformation of Corner Vertex Operator Algebras by Miura Transformation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 202
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2021)202	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yutaka Matsuo and Akio Sugamoto	4. 巻 2021
2. 論文標題 Note on a description of a perfect fluid by the Kalb-Ramond field	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 PTEP	6. 最初と最後の頁 12C104
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/ptep/ptab064	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 K. Harada, P. -M. Ho, Y. Matsuo, A. Watanabe	4. 巻 10
2. 論文標題 Dimensional oxidization on coset space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 198
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP10(2020)198	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Sasa, A. Watanabe, Y. Matsuo	4. 巻 2020
2. 論文標題 A note on S-dual basis in free fermion system	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 PTEP	6. 最初と最後の頁 023B02
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptz158	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Koichi Harada and Yutaka Matsuo	4. 巻 1902
2. 論文標題 Plane partition realization of (web of) W -algebra minimal models	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP02(2019)050	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計8件(うち招待講演 8件/うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Yutaka Matsuo
2. 発表標題 A brief survey of quantum toroidal algebra and the connection with the integrability
3. 学会等名 Integrability in String, Field, and Condensed Matter Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 松尾 泰
2. 発表標題 Virasoro 型対称性の変形とその超対称ゲージ理論への新たな応用
3. 学会等名 日本物理学会(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yutaka Matsuo
2. 発表標題 A description of perfect fluid by Kalb-Ramond field and duality with GrossPitaevski
3. 学会等名 Helicity and space-time symmetry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松尾 泰
2. 発表標題 Nambu-bracket and M-theory
3. 学会等名 Space-time topology behind formation of micro-macro magneto-vortical structure manifested by Nambu mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松尾 泰
2. 発表標題 q-Deformation of Corner Vertex Operator Algebras by Miura Transformation
3. 学会等名 RIRT in QFT (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yutaka Matsuo
2. 発表標題 Web of W algebras and their minimal models
3. 学会等名 研究会 "Topological Field Theories, String theory and Matrix Models - 2018" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yutaka Matsuo
2. 発表標題 Plane Partition Realization of (Web of) W-algebra Minimal Models
3. 学会等名 workshop "International Symposium in Honor of Professor Nambu for the 10th Anniversary of his Nobel Prize in Physics" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yutaka Matsuo
2. 発表標題 Plane Partition Realization of (Web of) W-algebra Minimal Models
3. 学会等名 NCTS Annual Theory Meeting 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Y. Matsuo's home page http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~matsuo/
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Workshop New Trends in Integrable Systems 2019	開催年 2019年～2019年
--	--------------------

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------