

令和 6 年 6 月 12 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03623

研究課題名（和文）ゲージ・重力対応に基づいた量子・重力理論のカオス現象の研究

研究課題名（英文）Chaos in classical and quantum gravity based on gauge-gravity correspondence

研究代表者

棚橋 典大（Tanahashi, Norihiro）

中央大学・理工学部・助教

研究者番号：50581089

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：自然界・一般社会にあまねく見られるカオス現象について、古典カオスと量子カオスとの間には隠された対応関係があること、またカオス性の強度には系の詳細によらない普遍的な上限値が存在することが近年予言された。この予言が証明されれば、様々なカオス現象の性質が一挙に明らかになるほか、ブラックホールが持つエントロピーの起源解明という現代物理学の難問解決にもつながりうる。本研究では、古典重力理論と量子場の理論とを結びつけるゲージ・重力対応を活用しつつ、この予言の検証と拡張可能性、およびゲージ・重力対応における動的現象に関する研究を推進した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究期間内に、古典・量子カオスの普遍的性質解明に関する研究、ゲージ・重力対応における動的現象に関する研究、ブラックホール時空における動的現象の解析手法の開発に取り組み、それぞれのテーマについて複数の学術論文を発表し研究集会等を通じてその成果を発信した。これらのテーマは当研究課題に合致したものであるだけでなく、各分野においても重要な研究課題となっている。当研究課題における諸研究の成果から、各分野における発展研究が派生しており、今後学術界・実社会に寄与がもたらされると期待される。

研究成果の概要（英文）：Classical and quantum chaos are ubiquitous phenomena in our world. Recently, it was suggested that a hidden connection between classical and quantum chaos may exist, and also that it was predicted that there is a universal upper bound on the strength of chaos, independent of the system's details. If this prediction is confirmed, it could shed light on the nature of various chaotic phenomena and potentially contribute to clarifying the origin of the black hole entropy, which is one of the longstanding problems in modern physics. In this research project, we try to verify this prediction and also examine its extendability employing the gauge-gravity correspondence, which connects classical gravity theory with quantum field theory. We also discuss dynamical phenomena in the context of gauge-gravity correspondence, which could be useful to study chaotic phenomena in classical and quantum systems.

研究分野：重力理論・宇宙論

キーワード：重力理論 場の量子論 古典・量子カオス ゲージ・重力対応

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

古典力学系におけるカオスとは、系の時間発展が初期条件に鋭敏に依存し、そのために初期状態に関する情報が実効的に失われていく現象のことを指す。この古典カオスに対応するものは量子場の理論における量子カオスであり、物理学・数学・情報学といった幅広い学術分野において近年活発に研究されている。

この古典・量子カオスの研究で重要な役割を果たすのが、古典的な重力理論と量子場の理論との間の対応関係であるゲージ・重力対応である。この対応関係は超弦理論の帰結の一つであり、これに基づいて量子場の理論における量子カオス現象は古典力学系におけるカオスと関係づけられる。また、有限温度の量子場の理論の対応物はブラックホールを伴う重力理論であることが知られている (図1参照)。

この量子カオス現象について、有限温度の場の理論における量子カオスの強度には上限があり、その上限値は系の温度だけで決まる普遍的な値をとるという仮説が近年提唱された(J. Maldacena, S. H. Shenker, D. Stanford, "A bound on chaos", J. High Energ. Phys. (2016) 106)。この仮説にゲージ・重力対応を適用すれば、ブラックホールを伴う古典重力理論についても、そのカオス性の強度には普遍的な上限値が存在する、という予言が得られる。この予言を検証し、カオス現象およびブラックホールにまつわる量子・重力理論の研究を進展させることが研究開始当初の目的であった。

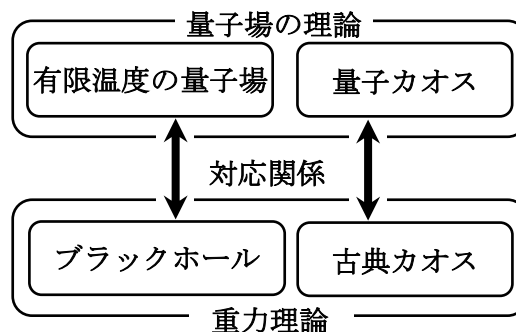


図1：本研究で注目する素粒子理論と重力理論の関係

2. 研究の目的

自然界・一般社会にあまねく見られるカオス現象について、古典カオスと量子カオスとの間には隠された対応関係があること、またその両者について、カオス性の強度には系の詳細によらない普遍的な上限値が存在することが近年予言された。この予言が証明されれば、様々なカオス現象の性質が一挙に明らかになるほか、ブラックホールが持つエントロピーの起源解明という現代物理学の難問解決にもつながりうる。本研究では、古典重力理論と量子場の理論とを結びつけるゲージ・重力対応を活用しつつ、この予言の検証および拡張可能性について考察する。また、量子・古典カオスの普遍的性質に関する研究、およびゲージ・重力対応における動的現象などに関する研究を推進する。

3. 研究の方法

◆ 古典・量子カオスの普遍的性質解明に関する研究

主に以下の2点について研究を行うこととした。

- ・Maldacenaらによって提案されたカオス強度の上限についての仮説は、有限温度系における量子カオス現象に関するものであった。これについて熱力学的な整合性条件を適用することで、カオス強度に系のエネルギーの関数で与えられる上限をつけられる可能性がある。この可能性を追求し、新たなカオスの強度上限を与えられるか、またその応用可能性について議論を行うこととした。

- ・古典カオスの定義は、相空間内における軌道の初期値鋭敏性などに基づいて明確に与えられている。その一方で、量子カオス現象の定義には様々なものが提案されており、注目する系ごとに有用となる定義を与えて研究が行われるのが通例となっている。この点に関して、近年になり Kryolov 複雑性と呼ばれる量が量子系における複雑性およびカオス性の指標として有用なものとなりうるという提案がなされた。そこで、この新たな量が古典・量子カオス現象の強度の指標と

なっているかについて、具体的な計算が可能な古典・量子ビリヤード系におけるカオス現象を用いて検証を行うこととした。

◆ ゲージ・重力対応における動的現象に関する研究

主に以下の2点について研究を行うこととした。

・ゲージ・重力対応に基づいて動的現象やカオス現象を解析するためには、高次元時空中における動的な重力場などを解析するための手法を開発・活用することが必要となる。そこで、高次元時空中の一般的な動的な重力現象を解析するための手法を整理し、その一例として境界を伴う共形場理論 (boundary CFT, BCFT) における境界面での反射現象について解析を行うこととした。

・ゲージ・重力対応を古典重力理論の側から解析する場合、負の宇宙項を伴う反ド・ジッター (AdS) 時空中の場合について、AdS 時空の境界面上で何らかの境界条件を課して解析を行う必要がある。ここで、AdS 時空中でどのような境界条件を課すかが、対応する量子場の理論としてどのようなものかを考えるかに対応していることが知られている。そこで、本研究ではこの境界条件を標準的な Dirichlet 境界条件からより一般的な Robin 境界条件に変更した場合にどのような現象が起こるかについて包括的な解析を行うことにした。

◆ ブラックホール時空中における動的現象の解析手法の開発

上記の項目でも説明したとおり、ゲージ・重力対応におけるカオス現象について古典重力理論の立場から解析を行うためには、動的な重力現象を効率的に取り扱うための理論的な手法を開発する必要がある。特に、有限温度の場の理論に対応するのは古典的なブラックホール時空であり、この時空中における動的な時間発展現象を解析するための手法が構築できると、標準的な手法ではその理論的取扱いが難しい有限温度の場の理論における動的現象について効率的に解析することが可能となる。

ブラックホール時空の動的現象を調べるための代表的な手法は微小振幅の摂動に注目するブラックホール摂動論であり、これを用いることによってブラックホールの周辺領域における重力現象の性質を解明できる。この摂動方程式は注目する摂動場の成分についての複雑な偏微分方程式系で与えられ、そのためその解を求める際には技術的な困難が伴う。ここで、もし摂動方程式系をより少数の変数についての方程式に簡約し、なおかつその方程式を変数分離の方法で解くことが可能ならば、元の方程式系を直接解く場合と比べて大幅に少ない労力で解を構成することが可能となる。このブラックホール摂動論における変数分離法をより多様な場について実現するための研究に取り組み、ゲージ・重力対応における動的現象の解析に応用することを目指した。

4. 研究成果

上述した研究の方法に基づいた研究を進め、その成果を以下の論文にまとめて発表し、研究集会における講演等を通じてその成果の発信を行った。

◆ 古典・量子カオスの普遍的性質解明に関する研究

・ K. Hashimoto, K. Murata, N. Tanahashi, R. Watanabe

"A bound on energy dependence of chaos"

Phys. Rev. D 106, 126010 (2022) [arXiv:2112.11163 [hep-th]]

有限温度の量子系におけるカオス性の強度の指標であるリアプノフ指数が系の温度によって上限づけられるのではないかという予想が Maldacena らによって提案され、様々な見地から検証されてきた。このカオス強度上限仮説を拡張したものとして、リアプノフ指数の系のエネルギーへの依存性の冪には上限が存在するのではないかという仮説を熱力学的整合性などに基づいて提案し、その理論的・実験的傍証を与えた。

・ K. Hashimoto, K. Murata, N. Tanahashi, R. Watanabe

"Krylov complexity and chaos in quantum mechanics"

JHEP 2023 40 (2023) [arXiv:2305.16669 [hep-th]]

量子系におけるカオス（量子カオス）は、そのカオス性をどのように特徴づけるかに任意性がある。本研究では最近提案された新たな量子カオス強度の指標である Krylov 複雑性とそれに付随する量に注目し、その性質を典型的な量子カオス系の一つである量子ビリヤードについて解析した（図 2, 3 参照）。その結果、古典カオスの指標と、量子カオスの指標としてよく用いられる Lanczos 係数の分散および r-ratio と呼ばれる量が強く相関していることが示された。少なくともこの系においては古典カオスと量子カオスとの間に強い関係があること、および Lanczos 係数の分散が量子カオスの忠実な指標として使えることを解明したことが本研究の成果である。

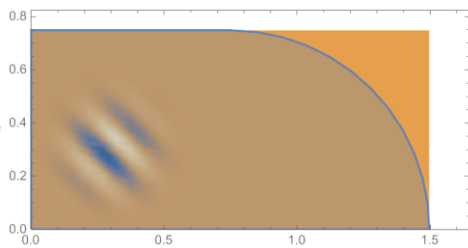


図2：Krylov複雑性の計算に用いた初期波動関数の例。カオスのビリヤード上を運動する点粒子に相当する。

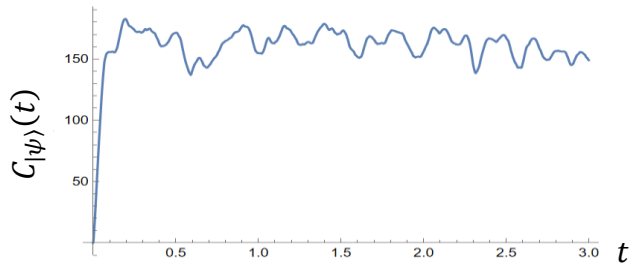


図3：図2の初期波動関数から得られる Krylov 複雑性 $C_{|\psi\rangle}(t)$ の時間依存性。波動関数が時間発展でどの程度複雑化するかを定量化したものの。

◆ ゲージ・重力対応における動的現象に関する研究

・ K. Izumi, T. Shiromizu, K. Suzuki, T. Takayanagi, N. Tanahashi

"Brane Dynamics of Holographic BCFTs"

JHEP 2022 50 (2022) [arXiv:2205.15500 [hep-th]]

境界を持った場の理論(BCFT)における物理現象は、負の宇宙項を持った AdS 時空に張力を持った膜状の物体（ブレーン）が挿入された時空における重力現象と対応していることが知られている（図 4 参照）。この系における重力摂動の振る舞いを系統的に解析するための手法を本研究で与えた。その応用として、BCFT における境界面での反射現象について解析を行い、その結果としてこの系においてゲージ・重力対応が確かに成立していることを示す新たな証拠を得た。

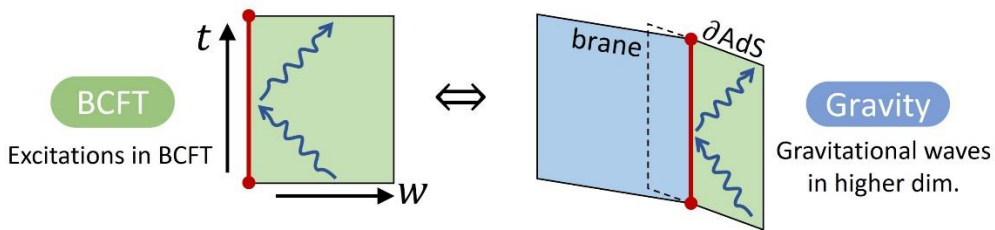


図 4：BCFT とそれに対応する高次元古典重力理論における系。

BCFT の境界に対応して、高次元重力理論においては張力を持った膜状物体（ブレーン）が現れる。BCFT におけるゲージ場の波動は高次元時空中における重力波に対応する。

• T. Harada, T. Ishii, T. Katagiri, N. Tanahashi

"Hairy black holes in AdS with Robin boundary conditions"

JHEP 2023 106 (2023) [arXiv:2304.02267 [hep-th]]

ゲージ・重力対応において、標準的な共形場理論に対応するのは漸近 AdS 時空中の古典重力理論に AdS 境界における Dirichlet 境界条件を与えたものであることが知られている。ここで、共形場理論に multi trace deformation と呼ばれる変形を加えたものは、古典重力理論について Dirichlet 境界条件ではなく Robin 境界条件と呼ばれるより一般的な境界条件を課したものであると考えられている。本研究では、AdS 境界において Robin 境界条件を課した場合にどのような時空が実現されるかについて調べた。特に、電磁場と荷電スカラー場を伴った重力理論について解析を行い、その結果としてこの系においてはスカラー場をまとったブラックホール解が実現される場合があることを解明した。また、温度や境界条件のパラメータを変えた際に、熱的 AdS 時空、ブラックホールを持たないソリトンのようなスカラー場の配位、荷電ブラックホール、スカラー場をまとったブラックホール解の間で熱的な相転移が起きることを示し、その詳細な相構造を本論文で解明した。

◆ ブラックホール時空における動的現象の解析手法の開発

• T. Houri, N. Tanahashi and Y. Yasui

"On symmetry operators for the Maxwell equation on the Kerr-NUT-(A)dS spacetime"

Class. Quantum Grav. 37, 015011 (2019) [arXiv:1908.10250 [gr-qc]]

• T. Houri, N. Tanahashi and Y. Yasui

"Separability of Maxwell equation in rotating black hole spacetime and its geometric aspects"

Advanced Studies in Pure Mathematics 85, 407-416 (2020) [arXiv:1907.08890 [gr-qc]]

• T. Houri, N. Tanahashi and Y. Yasui

"Hidden symmetry and the separability of the Maxwell equation on the Wahlquist spacetime"

Class. Quantum Grav. 37, 075005 (2020) [arXiv:1910.13094 [gr-qc]]

ブラックホールの動的現象はブラックホール摂動論を用いれば解析できるが、一般には摂動方程式は複雑な連立偏微分方程式系となり、その解析には技術的困難が伴う。ここで、摂動方程式が変数分離性を示す場合には、偏微分方程式系を常微分方程式系に簡約でき、容易に解を構成できるようになる。この点について、ブラックホールの隠れた対称性に基づいた新たな変数分離法が近年提案され、定常ブラックホール時空上の電磁場摂動の方程式が変数分離された。この先行研究の成果に基づき、(i) 電磁場摂動の方程式の変数分離性において定常ブラックホール時空の隠れた対称性が果たす役割の解明、および (ii) 定常ブラックホール時空が物質場によって変形されている場合の変数分離性について研究を行い、その成果を上記の論文として発表した。この研究成果に基づき、本手法をより複雑な取り扱いが求められる重力摂動の場合へと拡張する研究を展開している。

上記の他、スカラー・テンソル理論における変数変換とその応用、ゲージ・重力対応における動的現象とその物性系における対応物に関する研究などにも取り組んで論文を発表した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 2件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 橋本幸士、村田佳樹、棚橋典大、渡辺涼太	4. 巻 2023
2. 論文標題 Krylov complexity and chaos in quantum mechanics	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 40 1-40
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP11(2023)040	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 原田知広、石井 貴昭、片桐拓弥、棚橋典大	4. 巻 2023
2. 論文標題 Hairy black holes in AdS with Robin boundary conditions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 106 1-31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP06(2023)106	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 泉 圭介、白水徹也、鈴木健太、高柳 匡、棚橋典大	4. 巻 2022
2. 論文標題 Brane dynamics of holographic BCFTs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 1-50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP10(2022)050	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 成子 篤、齊藤 遼、棚橋典大、山内大介	4. 巻 2023
2. 論文標題 Ostrogradsky mode in scalar-tensor theories with higher-order derivative couplings to matter	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptad049	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 橋本幸士、村田佳樹、棚橋典大、渡辺涼太	4. 巻 106
2. 論文標題 A bound on energy dependence of chaos	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 126010 1-4
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.106.126010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Eugeniy Babichev, 泉 圭介、棚橋典大、山口昌英	4. 巻 2022
2. 論文標題 Invertibility conditions for field transformations with derivatives: toward extensions of disformal transformation with higher derivatives	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 013A01 1-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptab151	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Eugeniy Babichev, 泉 圭介、棚橋典大、山口昌英	4. 巻 25
2. 論文標題 Invertible field transformations with derivatives: necessary and sufficient conditions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Advances in Theoretical and Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 309-325
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/ATMP.2021.v25.n2.a2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 宝利剛、棚橋典大、安井幸則	4. 巻 85
2. 論文標題 Separability of Maxwell equation in rotating black hole spacetime and its geometric aspects	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 407-416
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08510407	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 宝利剛、棚橋典大、安井幸則	4. 巻 37
2. 論文標題 On symmetry operators for the Maxwell equation on the Kerr-NUT-(A)dS spacetime	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Classical and Quantum Gravity	6. 最初と最後の頁 15011
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6382/ab586d	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 宝利剛、棚橋典大、安井幸則	4. 巻 37
2. 論文標題 Hidden symmetry and the separability of the Maxwell equation on the Wahlquist spacetime	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Classical and Quantum Gravity	6. 最初と最後の頁 75005
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6382/ab6e8a	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Stability analysis of Myers-Perry black holes with partially equal angular momenta using separation of variables
3. 学会等名 The 32nd Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan (JGRG32) (国際学会)
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 非等角運動量Myers-Perryブラックホールの変数分離法に基づく安定性解析
3. 学会等名 日本物理学会第78回年次大会
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 非等角運動量Myers-Perryブラックホールの変数分離法に基づく安定性解析
3. 学会等名 第24回「特異点と時空、および関連する物理」研究会
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Krylov complexity and chaos in quantum mechanics
3. 学会等名 APCTP Focus Program "Holography 2023: quantum matter and spacetime" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Invertibility conditions for field transformations with derivatives
3. 学会等名 IBS CTPU-CGA 2023 Workshop on Modified Gravity, Institute for Basic Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Brane Dynamics of Holographic BCFTs
3. 学会等名 日本物理学会2023年春季大会
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 ブラックホール時空の幾何学と流体的記述
3. 学会等名 「混相流」勉強会 (招待講演)
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 非等角運動量 Myers-Perry ブラックホールの重力摂動の新たな変数分離法
3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Brane Dynamics of Holographic BCFTs
3. 学会等名 The 31st Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan (国際学会)
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 高次元回転ブラックホールの新たな重力摂動解析
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 スカラー・テンソル理論における微分を含んだ変換の可逆条件とその応用
3. 学会等名 第22回「特異点と時空、および関連する物理」研究会
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Invertibility conditions for field transformations with derivatives: toward extensions of diffeomorphisms
3. 学会等名 The 30th Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan (国際学会)
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 スカラー・テンソル理論における高階微分を含んだ可逆変換について
3. 学会等名 第2回ブラックホール研究会（招待講演）
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Separability of Maxwell equation in Rotating black hole spacetime and its Geometric aspects
3. 学会等名 KMI workshop "Future Perspective in Cosmology and Gravity" (国際学会)
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 ブラックホール時空で運動する弦のカオスの普遍性
3. 学会等名 中央大学素粒子論研究室セミナー（招待講演）
4. 発表年 2018年～2019年

1. 発表者名 棚橋典大
2. 発表標題 Universality in Chaos of Particle and String Motions near Black Hole Horizon
3. 学会等名 東北大学素粒子論研究室セミナー（招待講演）
4. 発表年 2018年～2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>個人ウェブサイト 論文・講演リスト https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~norihito.tanahashi/publications.html</p> <p>コロナ禍の影響により国内・海外出張計画等に大幅な変更が生じたため、当初の予定より1年分研究期間の延長を行っている。</p>
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	IJCLab, Orsay			