

令和 4 年 6 月 2 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K03649

研究課題名(和文) 余剰次元カシミアエネルギーの最小化によるクォーク・レプトン世代構造の解明

研究課題名(英文) Elucidation of the quark and lepton flavor structure by minimizing Casimir energy in extra dimensions

研究代表者

坂本 真人 (Sakamoto, Makoto)

神戸大学・理学研究科・准教授

研究者番号：30183817

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：素粒子標準模型におけるクォーク・レプトンに関する残された謎として、「世代数問題」「質量階層性問題」「世代混合問題」がある。これらを統一的に解決する有力な模型として、余剰次元模型がある。余剰次元模型とは、4次元時空以外に余剰な空間(余剰次元)をもつ理論のことで、余剰次元はそのサイズがあまりに小さいため、観測にかかっていないというものである。我々は余剰次元として、1次元量子グラフをもつ余剰次元模型を考察し、上に述べた問題の解決が可能であることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

素粒子標準模型は、ヒッグス粒子の発見にともなって、我々の宇宙を支配する(現時点における)最も基本的な理論としての地位を確かなものとした。しかし、標準模型には様々な謎/問題が残されており、標準模型が最終理論だとは考えられていない。多くの素粒子物理学者は標準模型を越えた理論が存在すると考えており、その理論を明らかにすることが、素粒子物理学者の次の使命である。標準模型を越えた理論の候補はいくつかあるが、そのうちの1つに余剰次元模型がある。余剰次元模型は、弦理論の低エネルギー領域での有効理論と考えられており、我々は余剰次元模型の観点から、標準模型に残された問題の解決を目指した研究を行っている。

研究成果の概要(英文)：The remaining mysteries concerning quarks and leptons in the Standard Model are the "generation number problem," the "mass hierarchy problem," and the "generation mixing problem. The extra-dimensional model is a promising model to solve these problems in a unified manner. The extra-dimensional model is a theory that has an extra space (extra dimension) other than the 4-dimensional spacetime, and that the extra dimension is so small that it is not observed. We consider an extra dimensional model with a one-dimensional quantum graph as an extra dimension and show that it is possible to solve the above problems.

研究分野：素粒子理論

キーワード：標準模型 余剰次元 場の量子論 クォーク・レプトン 世代数問題 質量階層性問題 世代混合問題

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

2012 年のヒッグス粒子発見によって、素粒子標準模型に含まれる全ての粒子が見つかった。素粒子物理の次なる課題は、標準模型の背後に控える、より基本的な理論(以下「標準模型を越えた理論」とよぶ)を明らかにすることである。標準模型を越えた理論に対する手掛かりは、標準模型に残された多くの謎あるいは問題にあると考えられる。そこで重要となるのは、どの謎/問題が最も本質的な手掛かりなのかを見極めることである。ここは、研究者によって意見が分かるところである。

標準模型に残された謎/問題の中で、申請者が標準模型を越えた理論の手掛かりとして重要と考えるものは、クォーク・レプトンに関する以下の 4 つの未解決問題である。

°1) 左右非対称問題: 標準模型において、左巻き (left-handed) クォーク・レプトンと右巻き (right-handed) クォーク・レプトンで、相互作用が異なるのはなぜか?

°2) 世代数問題: 標準模型には、なぜ 3 世代分のクォーク・レプトンが存在するのか? 世代の起源は何か? なぜ 3 世代なのか?

°3) 質量階層性問題: クォーク・レプトンの世代間の質量には、指数関数的階層性が存在するのはなぜか?(たとえば、u, c, t クォークの質量比は、 $\mu : m_c : m_t = 0.00001 : 0.07 : 1$ である。)

°4) 世代混合問題: クォークは(最近の実験ではレプトンも)弱い相互作用を通じて世代間の転移/混合が起こる。混合の起源および混合角の値は何から決まっているのか?

これらの問題に対して個別の解決を目指した研究は数多く存在する。しかし、°2) の世代数問題を含めた 4 つの問題すべてを・統一的に解決する試みはほとんどない。クォーク・レプトンに関するこれら 4 つの問題 °1) ~ °4) はお互い密接に関係しており、1 つの理論の枠組みの中で統一的に解決されるべきものと申請者は考えている。そこで、本研究課題の核心をなす学術的「問い」の 1 つ目は、

°I) 上記の 4 つの問題 °1) ~ °4) を統一的に解決する、標準模型を越えた理論/モデルは何か? である。本研究課題の核心をなす学術的「問い」の 2 つ目は、以下のものである。

°II) クォーク・レプトンに関して標準模型に含まれるパラメータ(質量、世代数、混合角等)の値を、系のダイナミクスから決めることができるか?

2. 研究の目的

余剰次元をもつ高次元理論を用いて、上で述べた「研究課題の核心をなす学術的「問い」I), II)」に対する(1つの)答を与えることが本研究目的である。

(1)研究課題の核心をなす学術的「問い」°I) に対する我々のアプローチ

申請者は過去 18 年に渡って、標準模型に残された問題 °1) ~ °4) の解決に向けて、余剰次元をもつ高次元理論の観点から研究を続けてきた。(余剰次元とは、4 次元ミンコフスキー時空以外の空間(線分、円周、トーラス、球面等)を指す。)これまでの申請者の研究から、標準模型に残された問題 °1) ~ °4) は余剰次元の“幾何学”と密接に関係があり、その対応を以下のように示すことに成功した。

°1)左右非対称性 \Leftrightarrow 余剰次元における左右非対称性

- °2)世代数 \Leftrightarrow 余剰次元のトポロジカル数
- °3)質量階層性 \Leftrightarrow 余剰次元波動関数の幾何学的局在化
- °4)世代間混合 \Leftrightarrow 余剰次元波動関数の幾何学的重なり

これらの研究成果を基に、我々は °A) 点状相互作用をもつ余剰次元模型を提唱した。この模型では、余剰次元の幾何学パラメータを調整することによって、クォーク・レプトンの特徴付けるパラメータ(世代数、質量、混合角等)の実験値を再現できた。このように、「研究課題の核心をなす学術的「問い」 °1)」に対する我々の答は、「余剰次元模型」である。

(2)研究課題の核心をなす学術的「問い」 II) に対する我々のアプローチ

本研究で鍵となるポイントは、上で述べた次の対応関係である。

クォーク・レプトンの特徴付けるパラメータ \Leftrightarrow 余剰次元の幾何学量

つまり、クォーク・レプトンの特徴付ける量(世代数、質量、混合角等)は、余剰次元の幾何学量によって説明可能ということである。しかし、不満な点は、点状相互作用の位置や数、種類といった余剰次元の幾何学量が実験値を再現するように・手・で決められた点である。これだと、クォーク・レプトンの世代構造を単に余剰次元の幾何学構造に置き換えたにすぎないという批判もありうる。実際、古典レベルでは、それらは自由パラメータなので理論の枠組みからは決まらない。しかしながら、

我々の模型では、量子論的カシミアエネルギー(真空エネルギー)を最小化する真空配位から点状相互作用のパラメータ(余剰次元の幾何学)が決まり、クォーク・レプトンの実験値(世代数、質量、混合角等)をダイナミカルに説明できると期待出来る。これが「研究課題の核心をなす学術的「問い」 II)」に対する我々の答であり、これを確かめることが本研究の目的である。

3 . 研究の方法

本研究計画は、これまでの研究に基づいて立案されている。また、5次元フェルミオンを1つだけ含むときのカシミアエネルギーの計算は、投稿中の論文 (“Dynamical generation of fermion mass hierarchy in an extra dimension”, Y. Fujimoto, T. Miura, K. Nishiwaki, M. Sakamoto, arXiv:1709.05693 [hep-th], 2017) で既に済ませており、この予備研究の結果に基づいて、この研究計画は立てられている。この論文において、点状相互作用の位置の関数としてカシミアエネルギーを最小化する配位を求めた結果、点状相互作用が等間隔に並ぶ配位がもっともエネルギーを小さくし、この配位は我々の余剰次元模型でクォークの質量階層性を定性的に説明することがわかった。

この予備研究に基づき、本研究計画は下の流れにしたがって行われる予定である。

- (1) 模型の設定を行う。まず初めは、我々の論文で用いられた模型のセットアップで出発する。(後の(5)で模型の修正/拡張を検討する。)
- (2) (1)で与えられた模型のカシミアエネルギーを計算する。まず初めの課題は、点状相互作用をもつ余剰次元模型に対して、様々な物質場によって生成される量子論的真空エネルギー、すなわち、カシミアエネルギーを計算することである。計算手法は確立しており、申請者と研究分担者ともこれまでの研究で熟知している。
- (3) 課題(2)で求めたカシミアエネルギーを最小化する配位を求める。本研究計画でもっとも時間を要するのが、この課題(3)である。カシミアエネルギーは、点状相互作用のパラメータ (位

置、数、種類)のみならず、余剰次元の形、物質場の数や種類に大きく依存する。また、カシミアエネルギーはそのままでは解析的に取り扱える表式になっておらず、数値解析可能な表式にもっていった多変数関数に対する最小化を実行する必要がある。この解析のために、設備備品費に計上したパソコンと数値計算ソフトが使われる。

(4) (3)で余剰次元のパラメータが決まれば、我々の論文の値を再現しているかを確認する。本研究課題の最終目標は、我々の余剰次元模型に関して点状相互作用のパラメータをすべて決定し、研究目的欄で述べたクォークの世代構造を余剰次元の真空配位から説明可能かどうかを確認することである。

(5) 研究が当初計画通りに進まないときの対応: 本研究計画は、これまでの研究に基づいて立案されている。また予備研究では、カシミアエネルギーの最小化による点状相互作用の位置は、定性的に望ましい傾向にある。しかし、本研究で考察する余剰次元模型に対して定量的にうまくいく保証はない。その場合は、余剰物質場の導入、点状相互作用の数や次元を増やすなどの模型の修正/拡張、さらには模型を「 \circ A) 点状相互作用をもつ余剰次元模型」から「 \circ B) 一様磁場中の余剰次元模型」に変更することによってうまくいくかを探りたい。

4. 研究成果

(1) 1つ目の研究実績は以下のものである。1次元余剰次元をもつ5次元理論において、クォーク・レプトンの質量階層性をダイナミカルに生成する模型の構築に成功したことである。我々の模型において、余剰次元上の点状相互作用の位置がクォーク・レプトンの質量階層性に対して重要な役割をもつ。これら点状相互作用の位置は、我々の模型において真空エネルギーの最小化によって決まる。そして、真空エネルギーはカシミアエネルギーを計算することによって得られる。我々の模型の特筆すべき点の1つは、スカラー場の真空期待値が余剰次元依存性をもつことである。その依存性は余剰次元方向に対して指数関数的な振る舞いをもつことが明らかになった。我々の模型のこの指数関数的依存性が、クォーク・レプトンの質量階層性を導くことが示唆された。もう1つの研究業績は、量子グラフ上での5次元ディラックフェルミオンの研究である。量子グラフは、任意の数の線分と頂点からなる1次元グラフからなる量子力学系のことを指す。量子グラフ上で量子論における要請を満たすために、頂点でどのような境界条件、あるいは、接続条件が許されるかが、我々の研究で明らかになった。この研究により、量子グラフ上の5次元ディラックフェルミオンを考え、4次元有効理論を求めることによって、4次元カイラルフェルミオンがいくつ現れるを明らかになった。また、この研究によって、5次元理論で余剰次元として量子グラフを考えることによって、素粒子標準模型に残された謎、すなわち、世代数問題の解決を与える可能性があることがわかった。

(2) 2つ目の研究実績は次のものである。標準模型における世代数問題を解決する余剰次元模型として、量子グラフを1次元余剰次元にもつ5次元余剰次元模型と一様磁場中の2次元オービフォールドを余剰次元にもつ6次元余剰次元模型における、カイラルゼロモードについて考察した。標準模型における世代数は、余剰次元模型におけるカイラルゼロモードの数に対応している。そこで、上記に挙げた余剰次元模型におけるカイラルゼロモードの数について、一般的な枠組みのもとで調べ上げることに成功した。この解析によって、クォーク・レプトンを3世代もつ量子グラフ上の余剰次元模型の完全なリストを得ることができた。ただし、この解析結果によると、クォーク・レプトンを3世代もつ模型は、当初想定していたよりもかなり広いパラメ

ータ空間をもつことが明らかになった。また、量子グラフのもつ位相不変性の観点から、ベリー位相について詳しく調べた。その結果、量子グラフのパラメータ空間には、モノポールやインスタントンなどのトポロジカルな配位が、ベリー位相の接続として現れることが明らかになった。特に、インスタントン配位をベリー位相としてもつモデルは、これまでほとんど知られていなかったため、我々の結果は非常に興味あるものである。この成果については、論文として発表予定である。また、一様磁場中のオービフォールドモデルに関しては、昨年度からの研究の継続で、カイラルゼロモードの数と渦度の対応関係を与える公式を明らかにした。この公式は我々が初めて与えたものである。また、この公式で磁場がない場合を、Atiyah-Singer 指数定理として証明することに成功した。

(3)3 つ目の研究実績は以下のものである。余剰次元として「1次元量子グラフ」および「一様磁場のかかった2次元オービフォールド」をもつ高次元理論を考察した。1次元量子グラフはグラフ上の量子力学系で、1次元系で最も広いクラスを与える。したがって、量子グラフを余剰次元としてもつ5次元モデルは、1次元余剰次元をもつ高次元モデルの最も広いクラスを与えることになる。我々は量子グラフのもつ位相不変性に注目して、5次元フェルミオンを考え、量子グラフにおける境界条件を詳しく解析した。その結果、驚くことに、物性系でのトポロジカル物質におけるAZ対称類と間に密接な対応があることが明らかになった。これは全く予想外のことであった。余剰次元側では時空のもつ対称性による境界条件の分類が、トポロジカル物性における0次元ハミルトニアン分類と完全に対応していることがわかった。もう1つの研究は、一様磁場中の2次元オービフォールドモデルにおける指数定理の解明である。これまでの我々の研究で、Atiyah-Singerの指数定理は、一様磁場中のオービフォールドモデルでは拡張される必要があることが示唆されていた。そこで我々は、このモデルに対してAtiyah-Singerの指数定理を導くために、トーレース公式を用いて T^2/Z_2 オービフォールドモデルを解析し、指数定理を求めることに成功した。その結果、指数は磁束だけでなく、固定点における渦度によって与えられることが明らかになった。この結果は、オービフォールドモデルには特異点が存在しているため、通常のAtiyah-Singer指数定理が成り立っておらず、拡張する必要があることを示唆していると考えられる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 5件/うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Makoto Sakamoto, Maki Takeuchi and Yoshiyuki Tatsuta	4. 巻 102
2. 論文標題 Zero-mode counting formula and zeros in orbifold compactifications	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 025008-1, 23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.102.025008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Makoto Sakamoto, Maki Takeuchi and Yoshiyuki Tatsuta	4. 巻 103
2. 論文標題 Index theorem on T^2/Z_N orbifolds	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 025009-1, 19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.103.025009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Yukihiro Fujimoto, Tomonori Inoue, Makoto Sakamoto, Kazunori Takenaga and Inori Ueba	4. 巻 52
2. 論文標題 5d Dirac fermion on quantum graph	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Physics A	6. 最初と最後の頁 1-13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab4859	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Fujimoto Yukihiro, Hasegawa Kouhei, Nishiwaki Kenji, Sakamoto Makoto, Takenaga Kazunori, Tanaka Pedro Hugo, Ueba Inori	4. 巻 2019
2. 論文標題 Dynamical generation of quark/lepton mass hierarchy in an extra dimension	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptz118	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Yukihiro Fujimoto, Kouhei Hasegawa, Kenji Nishiwaki, Makoto Sakamoto, Kentaro Tatsumi and Inori Ueba	4. 巻 D99
2. 論文標題 Extended supersymmetry with central charges in higher dimensional Dirac action	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 065002-1 ~ 11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.99.065002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kato Mitsuhiro, Sakamoto Makoto, So Hiroto	4. 巻 2018
2. 論文標題 A lattice formulation of the $\mathcal{N}=2$ supersymmetric SYK model	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 121B01-1 ~ 5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/pty128	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Fujimoto Yukihiro, Hasegawa Kouhei, Nishiwaki Kenji, Sakamoto Makoto, Tatsumi Kentaro, Ueba Inori	4. 巻 51
2. 論文標題 Extended supersymmetry in Dirac action with extra dimensions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 435201 ~ 435201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aadea2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計18件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 竹内万記
2. 発表標題 一様磁場のかかった T^2/Z_N オープンフォルド模型のゼロモードと渦度の関係
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 竹内万記
2. 発表標題 Relation between zero modes and winding numbers at fixed points on T^2/Z_N orbifold
3. 学会等名 String and fields 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 竹内万記
2. 発表標題 T^2/Z_N オービフォールド模型における指数定理
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井上奉紀
2. 発表標題 量子グラフがもつパラメータ空間におけるモノポール
3. 学会等名 素粒子若手オンライン研究会2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 上場一慶
2. 発表標題 量子グラフにおけるBerry位相とインスタントン
3. 学会等名 素粒子若手オンライン研究会2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井上奉紀
2. 発表標題 量子グラフがもつパラメータとBerry 位相
3. 学会等名 瀬戸内サマーインスティテュート2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 上場一慶
2. 発表標題 Instantons and Berry's connections on quantum graph
3. 学会等名 String and fields 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Inoue
2. 発表標題 Monopole and Berry's phase in quantum graph
3. 学会等名 Strings and Fields 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 上場一慶
2. 発表標題 Instantons and Berry's connections on quantum graph
3. 学会等名 KEK Theory Workshop 2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井上奉紀
2. 発表標題 量子グラフ上の離散の変換と拡張された超対称性
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井上 奉紀
2. 発表標題 量子グラフ上の5次元ディラック場
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田中ベドロ
2. 発表標題 余剰次元模型におけるクォーク・レプトン世代構造のダイナミカルな生成機構
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tomonori Inoue
2. 発表標題 5d Dirac fermion on quantum graph
3. 学会等名 Strings and Fields 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Pedro Tanaka
2. 発表標題 Dynamical generation of quark/lepton mass hierarchy in an extra dimension
3. 学会等名 Strings and Fields 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井上 奉紀
2. 発表標題 量子グラフの境界条件がもつパラメータ空間の位相的構造
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 竹内万記
2. 発表標題 Index theorem on magnetized T^2/Z_N orbifolds
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Inori Ueba
2. 発表標題 Extended quantum-mechanical supersymmetry in Dirac action with extra dimensions
3. 学会等名 Strings and Fields 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 上場 一慶
2. 発表標題 高次元ディラック場における拡張された量子力学的超対称性の構造
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	藤本 教寛 (Fujimoto Yukihiro) (40732946)	大分工業高等専門学校・一般科理系・准教授 (57501)	
研究分担者	竹永 和典 (Takenaga kazunori) (50379294)	熊本保健科学大学・保健科学部・教授 (37409)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------