#### 研究成果報告書 科学研究費助成事業

今和 5 年 6 月 2 1 日現在

機関番号: 13901

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2018~2022

課題番号: 18K04195

研究課題名(和文)無限次元性を失わない近似モデルに基づく液体ダイナミクス制御論

研究課題名(英文)Control theory for liquid dynamics based on approximate infinite-dimensional

models

研究代表者

椿野 大輔 (Tsubakino, Daisuke)

名古屋大学・工学研究科・准教授

研究者番号:00612813

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文):本研究は,容器内の液体振動現象であるスロッシングを主な対象として,モード分解や空間離散化ではなく,無限次元性を保ったままの近似的なモデルを用いて,液面のフィードバック制御則設計および壁面における液面分布からの内部状態推定器の設計理論を構築するものである.具体的な成果として,液面運動と容器位置を同時に制御する制御則を設計するためのフィードバック制御則設計法を開発した.また,壁 面の液面分布から内部状態を推定するための状態推定器(オブザーバ)の設計手法を提案した.

研究成果の学術的意義や社会的意義 主にマルチコプタ型ドローンや小型の無人車両ロボット技術が発展し、配送サービスや災害時の物資輸送、火災 の消化活動など、自律移動体による自動配送の実現が現実のものとなっている。このような場合、液体を運ぶ需 要は必然的に発生する、本研究は液体を搬送する際に、容器内で液体が振動する現象であるスロッシングを考慮 しながら安全に搬送するための運動制御技術を提案するものとなっている、制御工学分野における学術的な視点 からは、偏微分方程式と常微分方程式でモデル化されるシステムを同時に制御する問題に対して、新規性の高い 制御系設計手法を提案するものとなっている.

研究成果の概要(英文):This study is aimed at establishing framework of control systems design for liquid sloshing in a tank based on approximate infinite dimensional model. In particular, we deal with feedback control problems for both the displacement of a tank and dynamic behavior of liquid contained in the tank, and problems of estimating free surface distribution. We have proposed a constructive design method for feedback control laws and observers with observation at the wall.

研究分野: システム制御理論

キーワード: システム制御理論 スロッシング 分布定数系 ODE-PDE カスケードシステム フォワーディング

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

### 1.研究開始当初の背景

研究開始当初は,マルチコプター型ドローン(以降単にドローンと記載)や小型の無人車両ロボット技術が発展し,これまでの撮影や調査だけではない,無人配送サービスや災害時の物資輸送,火災の消化活動など,物を運ぶことで達成される作業への利用について実証実験が行われつつあった.このような用途では,液体を搬送する需要が必然的に発生する.しかしながら,ドローンや車両ロボットは小型であることから,容器内の液体の慣性が相対的に大きくなり,その振動がドローンや車両の運動に悪影響を与えることが予想される.そのため,液体運動の能動的な制御や推定技術により,より安全な液体搬送技術を確立する必要があった.

容器内の液体の運動はスロッシングと呼ばれ,例えば宇宙機における液体燃料のスロッシングなど,古くからその挙動の理解と制御は研究の対象であった.スロッシングにおける従来のモデルは特定のモードを取り出したものや,振子などと同一視し,物理定数を実験から同定するメカニカルモデルであった.これらのモデルは,常微分方程式であり扱いやすく,すでに仕様が定まっている場合,挙動の解析やその制御の考察に有効に働いてきた.しかしながら,液体の搬送を考えると,事前にモード関数を求めることやパラメータを同定することは困難である.また,本来の流体の運動方程式は非線形偏微分方程式であり,それらを運動モデルとして理論的な制御系設計や状態推定器の設計を行うには複雑すぎるものになる.

一方,比較的簡単な偏微分方程式で記述されるシステムの制御系設計論が,システム制御理論の分野で2010年頃から急速に発展してきている.そのため,これらの手法を応用することを念頭においたモデルを考えることは有益であると考えられる.

## 2.研究の目的

本研究の目的は,スロッシング現象の制御問題や推定問題に対して,流体力学より得られる方程式を近似したモデルを用いることで,近年発展している偏微分方程式で記述されるモデルに対する制御理論的手法を積極的に利用した制御系設計について考察することである.特に近似モデルとしては,近似前後で本質的に物理量が変化せず,さらにスロッシングが連続体現象であることを考慮して偏微分方程式であるものを用いる.これにより,メカニカルモデルやモード分解モデルとは異なり,モデルにおける状態量と実際に現れる状態量との間に差異が生じないようにする.そして,センサで直接観測が困難な物理量を扱うことを避ける.

## 3.研究の方法

本研究では液面運動に対して,二つの近似モデルを用いて研究を行う.一つはスロッシングの理論解析でよく使用されるポテンシャル流モデルをもとにしたものであり,もう一つは shallow water 方程式をもとにしたものである.

ポテンシャル流モデルでは,速度ポテンシャルが状態量となる.一方,それが満たす方程式は Laplace 方程式であり,領域内部で速度ポテンシャルの時間に関する偏導関数項が存在しない.そのため,この方程式自体は静的な状態拘束に相当することになり,時間的な状態量の変化は境界条件を介して発生する.これは,システム制御理論で通常使用される時間発展型の状態空間表現との対応がよくない.そこで,高さ方向に平均化した速度ポテンシャルを導入し,さらに圧力分布を静水圧分布で代用することで,平均化ポテンシャルを状態量とするモデルとして,容器移動速度が境界条件となる波動方程式が得られる.また,平均化ポテンシャルの時間導関数は液面の波高分布となるため,2で述べた目的に合致するものとなっている.これにより,制御理論的手法を用いることができるようになる.

ポテンシャル流モデルから導かれた近似モデルは,境界条件が容器速度となる.容器の運動自体は力によって駆動されるため,実際の制御を考えると速度が境界に現れるのは好ましくない.そこで,shallow water 方程式に基づいた近似モデルも使用する. Shallow water 方程式モデルは,例えば [Petit and Rouchon, IEEE Trans. Autom. Control, 2002] でスロッシングのモデルとして提案されている.状態量は波高と水平方向速度である.方程式自体は非線形偏微分方程式であるが,平衡状態周りで線形化することでやはり波動方程式が得られる.ただしこの場合の境界条件は加速度となり,結果として得られる制御則は現実的に実現しやすいものとなる.

これらの近似モデルを用いて実施した研究内容は大きく分けて以下のとおりである.

- (1) 矩形容器の場合の容器内スロッシングと容器位置の同時制御則設計
- (2) 3 次元矩形容器, 円筒容器の場合の壁面波高分布からの内部波高分布推定
- (3) (1)を進めるにあたって定式化した PDE フォワーディング手法の発展

## 4. 研究成果

### (1) 矩形容器の場合の容器内スロッシングと容器位置の同時制御則設計

「研究の方法」では液面運動の二つの近似モデルについて述べたが,容器の運動も同時に考える場合は,そこに容器運動のモデルに対応する常微分方程式が追加されることになる.ポテンシャル流モデルを近似した場合は,容器速度を制御入力とする1階の方程式を,shallow water 方程式を線形近似する場合は加速度を入力とする2階の方程式をそれぞれ追加することになる.いずれの場合においても,一つの制御入力が液面運動に関する波動方程式と容器位置に関する常微分方程式に同時に作用するモデルとなる.

このモデルに対して,液面運動と容器位置を同時に安定化するための制御則設計法を提案した.提案する設計法は三つのステップからなる.まずは扱いが困難な波動方程式を安定化する制御則を先に求める.その後,その制御則のもとでの容器位置の定常値に基づいた状態変換を導入する.最後に変換後の状態変数に基づいて設計した常微分方程式部分の安定化制御則を付加することで,容器位置と液面運動を同時に安定化する制御則が得られる.図1に数値シミュレーションの例を示す.同じ条件で容器位置のみの制御(PD 制御)を行った場合,容器位置の制御則に単純に液面運動の制御則を加えた場合,提案手法の3種類を比較している.前者二つでは容器液面運動が平衡状態に収束していないのに対し,提案手法では液面運動,容器位置ともに収束している様子が見て取れる.

なお、ポテンシャル流モデルの場合に、加速度入力にするための制御則の修正や、shallow water 方程式のモデルの場合の制御則の逆最適性についての考察も行なっている.さらに容器位置を表す常微分方程式にある種の非線形性を追加した場合であっても提案した制御則設計法が適用可能であることも確認している.

提案する制御則設計法の考え方はそれ制御工学として新規性の高いものである.これは常微分方程式でモデル化されるシステムに対する非線形制御手法の一つであるフォワーディングの考え方がもとになっている.そこで,この提案する設計法を「PDE フォワーディング」として後で述べる(3)の通り,制御系設計論としての研究へと展開させた.

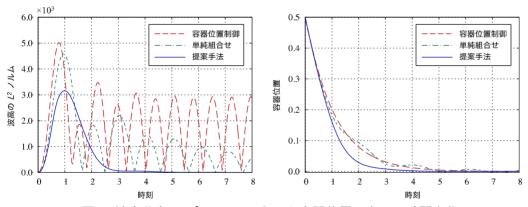


図 1 波高分布の  $L^2$  ノルム  $( \pm )$  と容器位置  $( \pm )$  の時間変化

## (2) 3次元矩形容器,円筒容器の場合の壁面波高分布からの内部波高分布推定

容器の壁面での波高が観測できるとして,内部状態を推定する状態推定器(オブザーバ)設計について考察した.境界値から内部状態を推定する問題は,基本的には先に述べた境界で制御入力が作用する制御問題の双対となるものである.ここでは,偏微分方程式モデルに対する制御系設計法の一つであるバックステッピング法を近似モデルに用いて,3次元矩形(直方体)容器,円筒容器の2種類の場合について考察を行った.

まず,3次元矩形容器の場合は4面ある壁面のうち1面における液面分布が観測できるとしてオブザーバを設計した.近似モデルに対して観測を行う面に平行な方向に Fourier 級数展開を施すことで加算無限個の2次元問題に帰着させ,オブザーバゲインを設計する手法を提案した.また,円筒容器に対しては,円筒壁面の液面分布が計測できるとして内部分布を推定するオブザーバ設計を行った.こちらでも円周方向に Fourier 級数展開することで可算無限個の半径方向の偏微分方程式に関する推定問題に帰着させ,オブザーバゲインを設計する手法を提案した.

どちらの場合も外乱のない理想状態で,推定誤差の収束率を指定できる構成的な設計法となっているが,オブザーバゲインを求めるために,数値的に偏微分方程式を求める必要がある.また,一つの方向のみとはいえ,Fourier 級数展開を行なっているため,実装上解決すべき課題は残っている.特に円筒容器の場合については,オブザーバゲインを求めるための方程式に存在する特異性のため,数値的に解く際にも工夫が必要なものとなってしまっている.

## (3) PDE フォワーディング手法の発展について

液面振動と容器位置の同時制御則設計の際に定式化した PDE フォーワーディングについて,制御系設計手法としてさらに発展させた.スロッシングの制御問題では波動方程式と常微分方程式が現れるが,偏微分方程式の部分が熱方程式や反応拡散方程式などを含む放物型偏微分方程式の場合についての考察を行った.この場合でも PDE フォワーディングを適用することができること,および得られる制御則の逆最適性について明らかにした.さらに,観測出力に時間遅れが存在する線形時不変システムのオブザーバ設計においても,遅れを移流方程式によって表した場合の PDE フォワーディングの適用可能性について考察を行った.その結果,従来知られていたオブザーバゲインの設計法に新たな解釈を与えることに成功した.

以上の成果より,スロッシング現象について制御則や状態推定器(オブザーバ)を近似モデルに設計を行うという点については,十分な成果が得られた.特に,本研究課題で定式化した偏微分方程式と常微分方程式からなるモデルに対する PDE フォワーディング設計は,純粋にシステム制御理論として新規性があり有用なものである.しかしながら,現実のスロッシングにおいて存在する非線形性をどの程度補償できるかという点や実験による検証については,課題を残すこととなった.今後,後者の実験による実証を確実に行い,液体搬送技術を通して社会への貢献へと繋げたい.

#### 5 . 主な発表論文等

「雑誌論文】 計2件(うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件)

「一世心冊又」 日2斤(フラ旦が竹冊又 「斤/フラ国际共有 「仟/フライーノファブピス 2斤)	
1.著者名	4 . 巻
椿野大輔	65
2.論文標題	5 . 発行年
ODE-PDE 結合システムに対する構成的制御則設計 -バックステッピングとフォワーディング	2021年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
システム/制御/情報	317-323
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.11509/isciesci.65.8 317	無
_	
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-
(2014) 2 2 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	

1.著者名	4 . 巻
椿野大輔	57
2.論文標題	5 . 発行年
<b>  狭義上三角常微分方程式系と放物型偏微分方程式のカスケード系に対するフォワーディング設計</b>	2021年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
計測自動制御学会論文集	92 ~ 100
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.9746/sicetr.57.92	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-

# 〔学会発表〕 計15件(うち招待講演 2件/うち国際学会 2件)

1.発表者名 椿野大輔

2 . 発表標題

線形化 shallow water 方程式に基づく2次元矩形容器内液体振動のフィードバック制御

- 3.学会等名 第64回自動制御連合講演会
- 4 . 発表年 2021年
- 1.発表者名 椿野大輔
- 2 . 発表標題

観測遅れが存在する線形時不変システムに対する状態変換を用いたオブザーバ設計における双対性について

- 3. 学会等名 第9回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム
- 4 . 発表年 2022年

1.発表者名 椿野大輔
2 . 発表標題 積分型フィードバックによる波動方程式と線形スカラ方程式の単入力安定化
3.学会等名
第8回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム (MSCS2021)
4.発表年
2021年
1.発表者名
椿野大輔
2.発表標題
2 . 光校標題 流体現象の制御と観測:機械学習の援用から理論的な制御系設計まで
3 . 学会等名 日本鉄鋼協会 計測・制御・システム分野における産学若手交流セミナー(招待講演)
4.発表年
2021年
1.発表者名 椿野大輔
2.発表標題
スロッシング制御に向けた波動方程式とスカラ方程式の単一入力による漸近安定化
0 WAMA
3 . 学会等名 第21回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2020)
4 . 発表年 2020年
۷۷۷ <del>-</del>
1 . 発表者名 新實大河・椿野大輔
2 . 発表標題 近似モデルに基づく円筒容器内低次モードスロッシングの境界観測オブザーバ設計
and NV A Market
3 . 学会等名 SICE中部支部シンポジウム&若手研究発表会2020
4 . 発表年 2020年

1.発表者名
椿野大輔
2 . 発表標題 線形常微分方程式系と熱方程式のカスケード系に対するフォワーディング法
3.学会等名
第64回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCI ' 20)
4.発表年
2020年
1.発表者名
Daisuke Tsubakino, Tiago Roux Oliveira, Miroslav Krstic
2. 発表標題 Extremum Seeking under Distributed Input Delay
3.学会等名
21st IFAC World Congress, 2020(国際学会)
4.発表年
2020年
1.発表者名
椿野大輔
2 . 発表標題 熱方程式を含む線形カスケード系に対する フォワーディング制御器設計
3.学会等名
第7回 制御部門マルチシンポジウム (MSCS 2020)
4.発表年
2020年
1.発表者名
椿野大輔
2 . 発表標題 非線形制御の使い所:UAV 制御と液面振動制御を例題に
3.学会等名
第62回自動制御連合講演会(ワークショップ:制御理論の最前線とその応用)
2019年

1.発表者名
2.光な標題   限界を知ることから始める制御理論のフレキシブルな応用法
TANT CAR O C C IS SAMES O INSIGNATION OF TANTON OF THE SAME OF THE
3.子云寺石   第19回システムインテグレーション部門講演会 (SI 2018)(招待講演)
4.発表年
2018年
1.発表者名
伊藤徳哉,椿野大輔,藤本圭一郎
2. 発表標題
近似モデルに基づく燃料タンク内スロッシングの境界観測オブザーバ設計
3 . 学会等名
第62回宇宙科学技術連合講演会
4 . 発表年 2018年
20104
1.発表者名
Daisuke Tsubakino, Yasuo Sasaki, Naruya Ito
On Feedback Controller Design for Fluid Flows Based on Approximation
3 · チスサロ   第50回流体力学講演会
The second secon
4.発表年
2018年
1 改丰本々
1.発表者名 Daisuke Tsubakino
Daibure ibunariin
2.発表標題 Stabilization of a ways equation and a coaler ODE by a single insut
Stabilization of a wave equation and a scalar ODE by a single input
3.学会等名
The 13th Asian Control Conference(国際学会)
□
1 元·元···

1.発表者名 椿野大輔					
情野人輔 					
2 . 発表標題					
非線形スカラ常微分方程式と 	非線形スカラ常微分方程式と波動方程式の逆最適安定化と液面振動制御への応用				
第65回自動制御連合講演会					
4 . 発表年					
2022年					
〔図書〕 計0件					
〔産業財産権〕					
〔その他〕					
, 1 <u>-</u> 1					
-					
6.研究組織					
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考			
7.科研費を使用して開催した国際研究集会					
〔国際研究集会〕 計0件					
8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況					
共同研究相手国	相手方研究機関				