

令和 4 年 6 月 3 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K04200

研究課題名(和文) 錐計画に基づく非負システムの制御理論構築

研究課題名(英文) Construction of Control Theory for Positive Systems Using Conic Programming

研究代表者

蛭原 義雄 (Ebihara, Yoshio)

九州大学・システム情報科学研究所・教授

研究者番号：80346080

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、錐計画に基づいた線形非負システムの解析・設計理論の先鋭化を目的とした。一般の(非負とは限らない)線形システムの解析を行う上では、半正定値行列で構成される錐上の最適化問題である半正定値計画が有効であることがよく知られている。しかしながら、非負システムの解析を行う上では、その非負性から、共正値行列で構成される錐上の最適化問題である共正値計画を採用するほうが自然であると考えられる。本研究ではこのような観点からおもに共正値計画に基づく非負システムの解析条件・設計条件を導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非負システムとは、非負の入力と非負の初期状態に対して、状態と出力が常に非負になるという性質を有する動的システムである。このような入力・状態・出力の非負性は、資源、エネルギー、製品、化学物質といった“負の値を取り得ない物理量”のやりとりを表すダイナミクスにおいて普遍的に現れる。本研究ではとくに、非負値信号の取り扱いにおいて有効であるものの、制御理論分野ではあまりその有用性が知られていない共正値計画という特殊な最適化問題を利用し、非負システムの解析と設計に関して理論的な成果を獲得した。

研究成果の概要(英文)：In this study we develop conic-programming-based analysis and synthesis of linear positive dynamical systems. In dealing with the analysis and synthesis of general (non-positive) linear dynamical systems, the effectiveness of the semidefinite programming problem (SDP) is widely recognized where an SDP is an optimization problem over the positive semidefinite cone. However, when dealing with the analysis and synthesis of positive systems with strong positive properties, it is natural to employ the copositive programming problem (COP) where a COP is an optimization problem over the copositive cone. From this view point, we mainly derived COP-based analysis and synthesis conditions for positive systems in this study.

研究分野：制御理論

キーワード：錐計画 非負システム 制御系の解析と設計

### 1. 研究開始当初の背景

非負システムとは、非負の入力と非負の初期状態に対して、状態と出力が常に非負になるという性質を有する動的システムである(図1)。このような入力・状態・出力の非負性は、資源、エネルギー、製品、化学物質といった“負の値を取り得ない物理量”のやりとりを表すダイナミクスにおいて普遍的に現れるものであり、非負システム理論は経済学や社会システム工学、生物学といった多彩な分野で重要な研究対象になっている。とくに2010年頃から、制御理論分野において非負システム理論と凸最適化理論の親和性が認識されるようになり、非負システムの解析・設計理論に関する研究が新たな注目を集めていた。

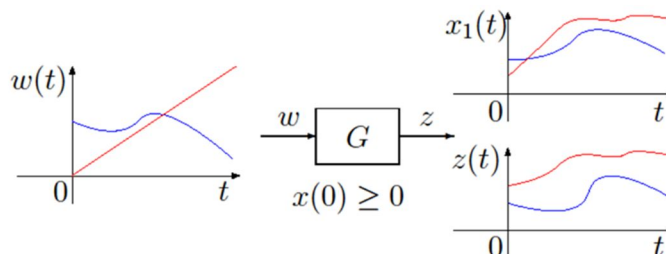


図1：非負システムの入出力特性

### 2. 研究の目的

本研究では、錐計画に基づいた非負システムの解析・設計のための理論構築を目的とした。非負システムには、上記のようにそのダイナミクスを表す信号に強い非負性がある。そこで本研究では、まずこの非負性をうまく利用することで、通常の(非負とは限らない)システムに対しては取り扱いが難しい解析・設計に関する問題が、非負システムに対してはどの程度求解可能になるかを明らかにすることを目的とした。さらに非負値信号の取り扱いにおいて有効であるものの、制御理論分野ではあまりその有用性が知られていない共正值計画という特殊な最適化問題を利用し、非負システムの解析と設計に関して新たな理論的成果を得ることを目的とした。

### 3. 研究の方法

本研究は制御理論・最適化理論に関する研究であるため、おもに関連分野の論文を調査しながら研究を行った。とくに錐計画に関しては、関連分野の専門家の意見を聞きながら最適化分野の最新の成果を本研究に活用するよう努めた。

### 4. 研究成果

#### (1) 共正值計画を用いた非負システムの解析

通常の(必ずしも非負とは限らない)線形システムの安定性、 $H_2$  ノルム、 $H_\infty$  ノルムは、半正定値錐上の凸最適化問題である半正定値計画を用いることで(厳密に)評価することができる。本研究では、対象を非負システムに限定すれば、(図2に示すように半正定値錐よりも広い)共正值錐上の凸最適化問題である共正值計画を用いても、これらを(厳密に)評価することが可能であることを明らかにした。一方、線形システムのインパルス応答のピーク値を、半正定値計画を用いて厳密に計算することは難しく、その上界値の計算手法のみが提案されている。本研究においては、対象を非負システムに限定すれば、共正值計画(より詳しくは、図2に示すように共正值錐を半正定値錐と非負値錐の Minkowski 和で内側から近似することで導かれる、取り扱いの容易な最適化問題)を用いることで、半正定値計画を用いる場合よりもよい(真値に近い)上界値を算出できることを明らかにした。

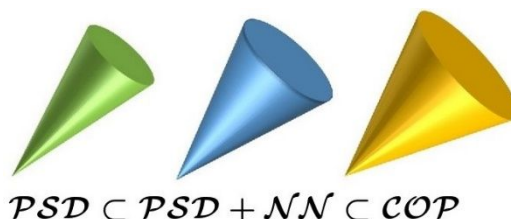


図2：半正定値錐 PSD, 半正定値錐と非負値錐の Minkowski 和 PSD+NN

および共正值錐 COP の包含関係

(2)非負システムの  $L_q/L_p$  Hankel ノルム解析

連続時間線形時不変システムの  $L_2/L_2$  Hankel ノルムは、過去入力の  $L_2$  ノルムと未来出力の  $L_2$  ノルムの比の上限として定義されるものであり、線形時不変システムのモデル低次元化などにおいて重要な役割を果たしている。さらにこの  $L_2/L_2$  Hankel ノルムの自然な拡張として、過去入力を  $L_p$  ノルム、未来出力を  $L_q$  ノルム ( $p, q=1, 2, \dots$ ) で評価した  $L_q/L_p$  Hankel ノルムに関する研究も進められている。しかしながら、一般の線形時不変システムにおいては、 $p, q$  の組み合わせによっては  $L_q/L_p$  Hankel ノルムの計算が困難になるという課題があった。本研究では、対象を非負システムに限定すれば、これらの課題(の一部を除いたもの)を解消することができ、 $L_q/L_p$  Hankel ノルムを容易に計算できることを明らかにした。また、離散時間線形時不変システムの  $L_q/L_p$  Hankel ノルムに関して、対象を非負システムに限定することで同様の結果が得られることを明らかにした。さらにこの結果を、図3に示すような切り替えを有する非負システムの  $L_q/L_p$  Hankel ノルムの解析にまで拡張できることを明らかにした。

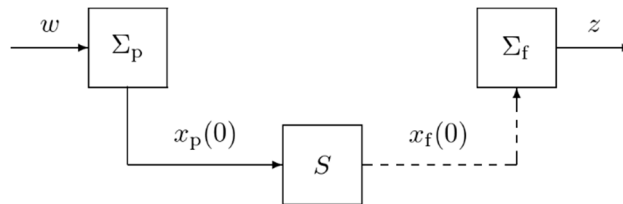


図3：切り替えを有する非負システム

(3)共正値計画を用いた一般の(非負とは限らない)ダイナミカルシステムの解析

本研究では非負システムを対象とし、その非負性を利用して一般の線形時不変システムでは成立しえないような“強い”結果を導くことを目的として研究を行った。そのような結果を導く上では、非負値信号をいかにうまく取り扱うかが重要になるが、本研究によって非負値信号の取り扱いに関して十分な知見が得られた。そこで本研究の後半では、一般の(非負とは限らない)線形時不変システムに対して、入力を非負値に限定した場合の  $L_2$  誘導ノルム(以下、 $L_2+$ 誘導ノルムと略記)の解析に関して検討を行った。非負システムに関しては、その非負性から通常の  $L_2$  誘導ノルムと  $L_2+$ 誘導ノルムは一致する。しかしながら、一般の線形時不変システムに関しては、 $L_2+$ 誘導ノルムは  $L_2$  誘導ノルムよりも小さくなり、この性質を用いることで解析や設計の保守性を低減できると考えられる。実際にこの知見は、代表者が現在研究を進めている再帰型ニューラルネットワークの(保守性を低減した)安定性解析手法の開発において重要な役割を果たしている。

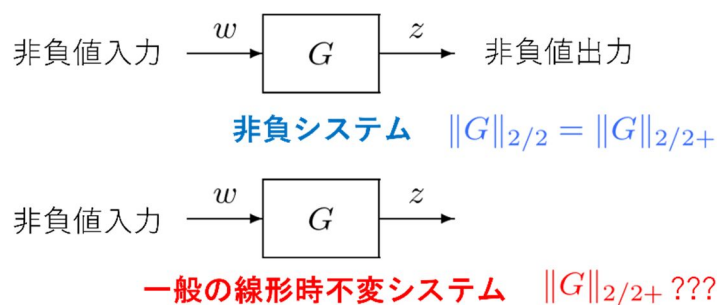


図4：入力を非負値に限定した  $L_2$  誘導ノルム ( $L_2+$  誘導ノルム) の解析

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 志賀亮介, 加藤光樹, 蛸原義雄, 萩原朋道	4. 巻 57
2. 論文標題 離散時間非負システムのIq/lp Hankel ノルム解析	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 計測自動制御学会論文集	6. 最初と最後の頁 128 ~ 137
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.9746/sicetr.57.128	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Zhu Bohao, Lam James, Ebihara Yoshio	4. 巻 31
2. 論文標題 Input-output gain analysis of positive periodic systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Robust and Nonlinear Control	6. 最初と最後の頁 2928 ~ 2945
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/rnc.5438	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ebihara Yoshio, Sebe Noboru, Masubuchi Izumi, Waki Hayato, Kanno Masaaki, Tsubakino Daisuke	4. 巻 32
2. 論文標題 Construction of Externally Positive Systems and Order Reduction for Discrete-Time LTI System Analysis	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers	6. 最初と最後の頁 284 ~ 293
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5687/iscie.32.284	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kato Teruki, Ebihara Yoshio, Hagiwara Tomomichi	4. 巻 4
2. 論文標題 Analysis of Positive Systems Using Copositive Programming	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 444 ~ 449
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2019.2946620	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ebihara Yoshio, Zhu Bohao, Lam James	4. 巻 4
2. 論文標題 The Lq/Lp Hankel Norms of Positive Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 462 ~ 467
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2019.2952622	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ebihara Yoshio	4. 巻 63
2. 論文標題 H2 Analysis of LTI Systems via Conversion to Externally Positive Systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Automatic Control	6. 最初と最後の頁 2566 ~ 2572
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TAC.2017.2767704	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ebihara Yoshio, Waki Hayato, Magron Victor, Mai Ngoc Hoang Anh, Peaucelle Dimitri, Tarbouriech Sophie	4. 巻 62
2. 論文標題 L2 induced norm analysis of discrete-time LTI systems for nonnegative input signals and its application to stability analysis of recurrent neural networks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 European Journal of Control	6. 最初と最後の頁 99 ~ 104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ejcon.2021.06.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 本岡駿人, 蛭原義雄	4. 巻 35
2. 論文標題 非負値入力に対するL2 誘導ノルムの解析と再帰型ニューラルネットワークの安定性解析への応用	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 システム制御情報学会論文誌	6. 最初と最後の頁 29 ~ 37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 3件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Ebihara Yoshio, Peaucelle Dimitri, Arzelier Denis
2. 発表標題 The Hankel-type Lq/Lp Induced Norms of Positive Systems Across Switching
3. 学会等名 The 21th IFAC World Congress ( 国際学会 )
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ebihara Yoshio, Waki Hayato, Magron Victor, Mai Hoang, Peaucelle Dimitri, Tarbouriech Sophie
2. 発表標題 l2 Induced Norm Analysis of Discrete-Time LTI Systems for Nonnegative Input Signals and Its Application to Stability Analysis of Recurrent Neural Networks
3. 学会等名 The 18th European Control Conference ( 国際学会 )
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 加藤光樹, 蛭原義雄, 萩原朋道
2. 発表標題 離散時間リフティングと IQC に基づく Lur ' e 系のロバスト性能解析
3. 学会等名 第 8 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ebihara Yoshio
2. 発表標題 L1-induced Norm Analysis of Positive Systems and Its Application
3. 学会等名 計測自動制御学会制御部門研究賞（木村賞）受賞記念講演（実施されず）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ebihara Yoshio, Peaucelle Dimitri, Arzelier Denis
2. 発表標題 The Hankel-type Lq/Lp Induced Norms of Positive Systems Across Switching
3. 学会等名 The 21th IFAC World Congress (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Y. Ebihara
2. 発表標題 Control Synthesis under Positivity Constraint: Beautiful Results and Challenging Issues
3. 学会等名 The 6th International Conference on Positive Systems (POSTA2018), Hangzhou, China (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Ebihara
2. 発表標題 L1-Induced Norm Analysis of Positive Systems and Its Application to Stabilization of Large Scale Interconnected Positive Systems
3. 学会等名 The 57th IEEE Conference on Decision and Control, Miami Beach, FL, USA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Ebihara
2. 発表標題 H2 State-Feedback Synthesis under Positivity Constraint: Upper and Lower Bounds Computation of the Achievable Performance
3. 学会等名 The 16th European Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Homepage of Yoshio Ebihara  
<https://ctrl.ees.kyushu-u.ac.jp/~ebihara/index.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	LAAS CNRS			
中国	The University of Hong Kong			