

令和 6 年 6 月 17 日現在

機関番号：12301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K11152

研究課題名（和文）実験計算量理論の確立と展開

研究課題名（英文）Experimental Computational Complexity Theory - Its Establishment and Development

研究代表者

天野 一幸（Amano, Kazuyuki）

群馬大学・情報学部・教授

研究者番号：30282031

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：さまざまな計算モデルに対して、所望の計算を実現するのに必要なリソースを見積もる手法の開発を目指す問題は、その重要性に反して、新たな進展を得ることが難しいテーマでもある。これに対し、研究代表者がこれまで追求してきた、計算機を用いた解析を積極的に取り入れるアプローチを、実験計算量理論と名付け、そのより広範な適用を目指し研究を行った。その結果、特に、段数の小さな論理回路モデルに対して、新たな回路の構成や、回路サイズの上下界に対する、数多くの重要な進展を得ることに成功した。これらの成果は、本研究が追及してきたアプローチにより初めて可能となったものが多く、その広い有効性が確認できた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年の計算機の高速化は著しいが、要求される計算の大規模化はこれを上回るスピードで進んでいる。それゆえ、これら計算の効率化の限界点を明らかにすることのできる手法の開発は非常に重要である。本研究では、このような計算量理論分野のさまざまな問題に対して、計算機による大規模計算による解析を中核的に含む手法を追求し、その広範な有用性を確認することができた。また、得られた成果の多くは、その核心的部分に、人間には着想困難な発見が含まれるものとなっており、計算機と人間の協調による数学の更なる発展をも予感させるものである。

研究成果の概要（英文）：Computational complexity theory, which aims to develop methods for estimating the amount of resources required to achieve the desired computation on various computational models, is an important yet challenging field in which new advances are difficult to achieve. We have pursued an approach that employs computational analysis, which we named Experimental Computational Complexity Theory, and conducted research aimed at its broader application. As a result, significant advancements were made, particularly in constructing Boolean functions and establishing upper and lower bounds on the size of a small depth Boolean circuit. All these achievements were made possible for the first time through the approach pursued in this research, confirming its methodological effectiveness.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：計算量理論 計算複雑さ P vs. NP問題 回路計算量 計算機援用 しきい値回路

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

理論計算機科学分野の中でも挑戦的課題とされる、計算複雑さの下界導出問題は、長年に渡る精力的研究にも係わらず、中心的課題の多くは未解決のままである。例えば、P 対 NP 問題に対する有望なアプローチの一つとされる、回路計算量理論は、1980 年代に、単調論理回路や定数段数論理回路に対する指数関数的下界を導出するなど、著しい進展を見せたものの、その後の進展はやや緩やかである。2000 年ごろより、特に、現在知られる手法の限界点を明らかにしようとする研究が盛んになり、既存手法の限界点も見えつつある状況となっている。新たな展開に向け、これまでなかった解析手法の開発が熱望されている。従来多く用いられてきた離散数学的アプローチに加え、連続系の数学を取り入れた手法や、情報理論的手法を用いたアプローチ等、さまざまな試みが行われている。一方で、これが計算機を対象とする学問であるにもかかわらず、その解析自身に計算機を積極的に用いようとする動きは盛んとは言いがたい。本研究は、この視点に立ち、これまで代表者が追及してきた、計算機援用型手法による計算量理論へのアプローチの確立と展開を目指すものである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、計算量理論分野の中でも最も挑戦的であるとされる計算複雑さの下界導出手法の開発に向け、従来の数学的理論を駆使する手法に大規模な計算機実験的手法を融合させた方法論を新たに「実験計算量理論」として確立し、計算限界の解明に関する諸問題へ展開することである。

「実験」と「理論」という、一見相反するアプローチを、大規模計算による計算困難さの核となる離散構造の抽出とその理論的定式化や、計算進捗度を表す理論的尺度の導入と計算機を用いた解析などの形で融合する。具体的なターゲットとして、深層学習などの機械学習の限界をとらえる「しきい値素子論理回路」、および、超メニーコア計算機の計算困難性をとらえる「論理式モデル」等に特に焦点をあて、得られる成果の積極的な公開をも通じて、計算複雑さの解析に計算機援用型手法の新たな潮流を生み出すことを目指す。

3. 研究の方法

本研究は、数学理論的アプローチと、計算機実験的アプローチを高度に融合させた、「実験計算量理論」の開発を通じて、計算複雑性に関する様々な現象の解明を目指すものである。これに向けて、特に、(i) さまざまな計算問題に内在する離散構造と、その計算複雑さの関係の解明、および、(ii) 計算過程における計算進捗の度合いを表す尺度の開発を通じた計算複雑さの証明手法の開発、の 2 点のアプローチに重点を置き研究を進めることとした。

また、一般の回路計算量に関する超多項式下界の証明は、ただちに $P \neq NP$ を導くので、より現実的で、かつ重要なターゲットである、(i) 深層学習等のニューラルネットワークに基づく機械学習の計算困難性をとらえることができる定数段数しきい値素子論理回路(TC0 モデル)、および、(ii) 超メニーコア計算機における計算困難性をとらえることができる論理式モデル(NC1 モデル)、の 2 つのモデルに焦点をあてて研究を行う計画とした。

本研究計画の初期段階においては、計算困難な論理関数は、その内部に計算困難さの核ともいえるべき数理的構造を持つとの視点から、その種の構造の抽出、および理論的定式化を試みる。この際には、様々な条件を記述した最適化問題による定式化と、得られる問題の計算機による評価を通じた高精度化を図るものとした。

計画研究中段以降は、初段の研究で得られる成果を、より広範な計算モデルに拡張することを試みる。また、例えば、論理回路の合成においては、近年急激な進展が見られる機械学習のフレームワークによる実際の回路構築、および、得られた回路の解析を試みる。これら大規模な計算機実験を通じて、計算困難性を特徴付ける性質の発見や、その理論的定式化を目指して深い検討を行う。このような広範なアプローチから計算複雑性に迫ることで、実験計算量理論としての方法論の確立を目指すこととした。

4. 研究成果

本研究を通じて、主に回路計算量に関する様々な成果を得ることができた。特に 2 段、あるいは、3 段といった小さな段数の論理回路の性質に関して多くの成果が得られた。これに関する主要な成果は以下の 3 点である。

1. 2段の論理回路において、多数決関数を始めとする、いくつかの基本的な関数を計算する際の複雑さについて新たな知見が数多く得られた。所望の論理回路の構築を整数計画問題として定式化し、これを大規模な計算機実験によって解くことを通じて、多くの具体的な構成法を得ることに成功し、次に、得られた回路を一般化し理論的な正当性の証明を与えることで、汎用的な結果へと拡張することができた。得られた構成法は、例えば各素子の入次数において既知のものより優れている。また、一般化の過程を通じて得られた洞察をもとに、この種の回路の構成と、グラフ理論で広く研究される拡張グラフのある種の一般化との間に等価性があることを明らかにすることに成功した。所望のパラメータを充足する拡張グラフを具体的に構成することは一般的に困難であることから、本研究によって得られた回路の更なる効率化の困難性を示唆するものと解釈できる。

2. 2段のしきい値素子からなるしきい値論理回路モデルにおいて、内積関数を計算する際の計算量に関する新たな評価手法を得た。特に、特殊なタイプのしきい値素子を用いた回路の構成を計算機により求め、これを一般化する手法を開発し、内積関数に対する回路サイズの新たな上界を得ることに成功した。また、制約を設けたしきい値回路に対する回路サイズの下界導出を線形計画問題の求解へと帰着する手法を開発し、これを通じて、これまで知られるものより優れた下界を導出することに成功した。更には、決定リストで特徴付けられる具体的関数の多項式しきい値重みに関するタイトな下界を導出するという、20年来の未解決問題を解決することができた。

3. 3段の論理回路において多数決関数を計算する場合、最適な回路は、単調、すなわち、否定リテラルを用いない構造となることが強く予見されていた。本研究を通じて、この予想の反証に繋がり得る回路が存在することを初めて発見した。すなわち、否定リテラルを用いることで、最適と予想される単調3段論理回路のサイズよりも小さなサイズの論理回路を構成し得ることを明らかにした。また、内積関数を計算する3段論理回路のサイズに対する新たな上界を与えることにも成功した。これらは、小さな変数の最適な回路の計算機による探索と、理論的一般化を組み合わせた手法により、始めて実現したものである。

これらいずれの成果も、計算機を用いた実験的アプローチと、その理論的一般化という、本研究課題が追求してきた実験計算量理論的アプローチにより初めて可能となったものである。すなわち、個々の成果のみならず、その研究の枠組み自身を確立させることができた点が、本研究の最も大きな成果とも言える。

また、回路計算量に関する上記の成果に加えて、開発した計算機援用型手法による周辺分野への展開も行うことができた。例えば、数学分野で1世紀に渡る未解決問題となっているコラッツ予想について、その収束までの平均ステップ数に対する新たな下界を示したことや、整数を単位整数、和演算、および、積演算を用いて表す際の表現長で定義される整数複雑さに関して、2進3進混合展開と呼ぶ展開法に限定したときの新たな上下界を得たことなどが、本研究により得られた重要な成果である。

以上の成果を、合計11編の英文論文、および、約20件の学会発表等を通じて公表することができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Kazuyuki Amano	4. 巻 283
2. 論文標題 Depth-Three Circuits for Inner Product and Majority Functions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of ISAAC 2023, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 7:1 - 7:16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2023.7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 AMANO Kazuyuki	4. 巻 E106.A
2. 論文標題 Lower Bounds on the PTF Weight of ODD-MAXBIT Function	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1189 ~ 1190
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.2022DML0003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kimura Kento, Amano Kazuyuki, Nakano Shin-ichi	4. 巻 13595
2. 論文標題 Escape from the Room	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of COCOON 2022, LNCS	6. 最初と最後の頁 232 -241
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-22105-7_21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano	4. 巻 248
2. 論文標題 Integer Complexity and Mixed Binary-Ternary Representation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of ISAAC 2022, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 29:1 - 29:16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2022.29	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 KIMURA Kento, AMANO Kazuyuki, ARAKI Tetsuya	4. 巻 E104.D
2. 論文標題 On the Minimum Number of Pieces for Two-Dimensional Anti-Slide Using T-Tetrominoes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Information and Systems	6. 最初と最後の頁 355 ~ 361
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transinf.2020FCP0007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano	4. 巻 12038
2. 論文標題 On the Size of Depth-Two Threshold Circuit for Inner Product Mod 2 Function	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 LNCS (Proc. of 14th Int. Conf. on Language and Automata Theory, LATA 2020)	6. 最初と最後の頁 235-247
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-40608-0_16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano and Shin-ichi Nakano	4. 巻 E103-D-3
2. 論文標題 An Approximation Algorithm for 2-dispersion Problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEICE Trans. Inf. & Syst. (Special issue on Foundations of Computer Science)	6. 最初と最後の頁 506-508
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transinf.2019FCP0005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano and Shoma Tate	4. 巻 269
2. 論文標題 On XOR Lemmas for the Weight of Polynomial Threshold Functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Information and Computation	6. 最初と最後の頁 104439:1-11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ic.2019.104439	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano and Yoshinobu Haruyama	4. 巻 29-1
2. 論文標題 On the Number of p4-tilings by an N-omino	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Journal of Computational Geometry and Applications (IJCGA)	6. 最初と最後の頁 3-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218195919400016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano	4. 巻 117
2. 論文標題 Depth Two Majority Circuits for Majority and List Expanders	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 LIPIcs (Leibniz International Proceedings in Informatics)	6. 最初と最後の頁 81:1 - 81:13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.MFCS.2018.81	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Amano and Masafumi Yoshida	4. 巻 E101-A-9
2. 論文標題 Depth Two (n-2)-Majority Circuits for n-Majority	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1543 - 1545
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.E101.A.1543	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 田島 大也, 天野 一幸
2. 発表標題 Knights Exchange Puzzleの一般化に関する研究
3. 学会等名 電子情報通信学会 東京支部学生会 研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 内田 明良, 天野 一幸
2. 発表標題 1次元セルオートマトンのルール30の解析
3. 学会等名 電子情報通信学会 東京支部学生会 研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 木村 健斗, 天野 一幸
2. 発表標題 2x2x1ピースを用いたアンチスライドの充填率の上界
3. 学会等名 2022年度冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 篠原 広佑, 荒木 徹也, 天野 一幸
2. 発表標題 パズル「しろなべ」の計算複雑性
3. 学会等名 2022年度冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kento Kimura and Kazuyuki Amano
2. 発表標題 Upper Bounds on the Minimum Number of Pieces for Anti-slide Packing
3. 学会等名 The 24th JCDCG ³ (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 木村 健斗、高橋 篤生、荒木 徹也、天野 一幸
2. 発表標題 分散処理によるTopswopsの最大手数発見
3. 学会等名 情報処理学会、アルゴリズム研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kazuyuki Amano
2. 発表標題 On the size of depth-two threshold circuits for the inner product mod 2 function
3. 学会等名 The 14th-15th International Conference on Language and Automata Theory and Applications (LATA 2020 & 2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kazuyuki Amano
2. 発表標題 Lower bounds for the total stopping time of $3x+1$ iterates revisited
3. 学会等名 電子情報通信学会、コンピューテーション研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 木村 健斗、天野 一幸、荒木 徹也
2. 発表標題 T-テトロミノを用いた平面アンチスライドパズルの最少ピース数について
3. 学会等名 2020年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 横川 拓哉, 尾島 康浩, 天野 一幸
2. 発表標題 多数決関数を計算する2段の多数決回路における総入次数の上下界
3. 学会等名 2019年度冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 只木 莉緒奈, 天野 一幸
2. 発表標題 SATソルバーによる複数の折り方を持つ箱の展開図の探索
3. 学会等名 情報処理学会 第176回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 天野 一幸
2. 発表標題 数理計画を用いた閾値回路の計算複雑さの解析
3. 学会等名 情報処理学会 第176回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 木村 健斗, 天野 一幸, 荒木 徹也
2. 発表標題 アンチスライドパズルの解析
3. 学会等名 電子情報通信学会 コンピューテーション研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 尾島 康浩, 横川 拓哉, 天野 一幸
2. 発表標題 多数決関数を計算する2段の多数決回路
3. 学会等名 電子情報通信学会 コンピューテーション研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kazuyuki Amano, Shin-ichi Nakano
2. 発表標題 Away from Rivals
3. 学会等名 the 30th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 木村 健斗, 天野 一幸
2. 発表標題 凹凸のあるピースにおけるアンチスライドパズルの解析
3. 学会等名 組み合わせゲーム・パズルプロジェクト(CGP) 第14回研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤 大河, 天野 一幸
2. 発表標題 ポリオミノの isohedral タイリング数の解析
3. 学会等名 情報処理学会 第171回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kazuyuki Amano, Shin-ichi Nakano
2. 発表標題 An Approximation Algorithm for the 2-Dispersion Problem
3. 学会等名 電子情報通信学会 コンピューテーション研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 木村健斗, 天野一幸
2. 発表標題 アンチスライドパズルの解析
3. 学会等名 日本OR学会SSOR2018
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関