

令和 3 年 6 月 16 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K11172

研究課題名(和文)代数問題に摂動が及ぼす影響とそれに対処する方法論の研究

研究課題名(英文) Research on the influence of perturbation to algebraic problems and coping methodology for them

研究代表者

関川 浩 (Sekigawa, Hiroshi)

東京理科大学・理学部第一部応用数学科・教授

研究者番号：00396178

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：代数問題において、多項式の係数などが誤差を含むと解が不安定となることがある。そういった場合に係数を摂動した際の影響を調べる研究、関連する適切な問題を設定する方法の研究、設定した問題を効率的に解く数式処理アルゴリズムを構築する研究を行った。さらに、信頼性を損うことなく構築したアルゴリズムを効率化する安定化手法の利用法について研究した。主な成果は以下である。(1)ある条件を満足する連立代数方程式において根が係数に関して連続であることの証明、(2)値が誤差を含む場合のブラックボックス多項式の補間アルゴリズム、(3)安定化手法および安定化手法に計算履歴を合わせて利用する方法の有効性の確認。

研究成果の学術的意義や社会的意義

計算機により数学的な計算を行う方法には数値計算と数式処理の二つがある。数値計算は計算が高速かつ、入力データに誤差があっても計算可能だが、結果の保証が必要である。数式処理は結果は信頼できるが、計算が低速であり、誤差のある入力は受け付けない。本研究の成果は、信頼性の高い数式処理を基礎に、数値計算、数式処理双方の長所を合わせ持つ計算方法を確立する一歩となるものである。こういった計算方法は様々な分野における数学的な計算に利用できる可能性を秘めている。

研究成果の概要(英文)：Some algebraic problems can be unstable if they contain errors, for example, in the coefficients of polynomials. In such cases, we carried out research on the influence of perturbations of coefficients, methods for posing stable related problems, and algorithms that efficiently solve the posed problems. Furthermore, we studied the application of the stabilization techniques that make the constructed algorithms more efficient. Our main results are as follows: (1) The continuity of the roots of simultaneous algebraic equations satisfying some conditions with respect to the coefficients. (2) Algorithms for interpolation of black-box polynomials whose values contain errors. (3) Confirmation of the effectiveness of the stabilization techniques and a log method based on the techniques.

研究分野：数値数式融合計算

キーワード：摂動 誤差 安定性 代数方程式 多項式 数値数式融合計算 安定化理論

### 1. 研究開始当初の背景

計算機により数学的な計算を行う方法には数値計算と数式処理の二つがある。数値計算の典型例は方程式を解く Newton 法で、適当な初期値からスタートして近似計算（浮動小数点数を用いた計算）を用い、反復計算を実行して近似解の精度を上げて行くものである。長所は、近似計算を利用するので計算速度が速く、メモリもそれ程必要としないこと、入力データ（多項式の係数や行列の成分など）に誤差があっても計算の実行が可能なこと、反復計算のため、途中で打ち切っても意味のある出力が得られることなどである。短所は、近似計算を用いるため、出力がどれくらい信頼できるか（誤差がどの程度であるか）については別途、誤差解析などによる保証が必要なことである。一方、数式処理の典型例は二つの多項式の GCD（最大公約多項式）を求める Euclid の互除法で、誤差のない正確な計算を用い、有限ステップで終了する代数的な計算を行う。長所は、正確な計算を利用するため正確な出力が得られることである。短所は、計算の速度が遅いこと、メモリの使用量が多くなること、正確な計算を前提としたアルゴリズムのため入力データに誤差があると結果が無意味なものになる恐れがあること、最後まで計算しないと意味のある出力が得られないことである。表 1 に両計算方法の比較を示す。そこにある「融通性」とは、入力データに誤差のある場合や計算を中断した場合でも近似解が得られることを意味する。表 1 から分かる通り、数値計算と数式処理は、お互い、長所短所が相補的になっている。

表 1：数値計算と数式処理の比較

計算方式	速度	メモリ	信頼性	融通性
数値計算	高	少	別途保証が必要	高
数式処理	低	多	高	低

### 2. 研究の目的

現在、科学技術計算には数値計算を主に用いる。その理由は「1. 研究開始当初の背景」に記述した通り、数式処理には以下の二つの短所があるからである。

- I. 正確な計算を用いるため計算量が多いこと（速度が遅いこと、メモリの使用量が多いこと）。
- II. 入力データおよび用いる計算は正確という前提から等号判定による条件分岐が存在するため、誤差を含むデータが入力された場合、計算結果が正しい答から掛け離れたものになる恐れがあること。

とくに短所 II は、実問題の入力データは誤差を含むことが普通なので、実用上、対処が必要となる。

したがって、本研究ではまず、短所 II の克服、すなわち、融通性のある数式処理の実現を目標とする。この目標が達成されれば、信頼性の高い数式処理によって実問題を扱うことが可能となり、学術的のみならず応用上の意義も大きい。なお、計算機の性能向上（CPU の高速化、メモリの高速化・大容量化）により、短所 I は以前ほどには問題にならなくなってきているとはいえ、それでも数値計算よりも計算量が多いことに変わりはない。よって、短所 I の克服も合わせて考えていくこととする。

### 3. 研究の方法

研究代表者らのグループは、効率のよい数式処理、誤差を含むデータも扱える数式処理を目指して、

- 「誤差を含む代数問題に対する信頼性の高い数値数式融合計算の研究」（平成 21～23 年度科学研究費補助金基盤研究 (C) 採択課題、以下、「採択課題 1」と略記）
- 「誤差を含む代数問題に対する数値数式融合計算の研究」（平成 24～26 年度科学研究費補助金基盤研究 (C) 採択課題、以下、「採択課題 2」と略記）
- 「代数問題に対する摂動の影響の研究」（平成 27～29 年度科学研究費補助金基盤研究 (C) 採択課題、以下、「採択課題 3」と略記）

において研究を進めてきた。採択課題 1 では、誤差を含むデータを入力とする代数問題が不安定な場合、すなわち、係数の摂動がどんなに小さくても解が劇的に変わる場合（代数方程式の実根の数など）、そのまま計算した結果には意味がないので、関連する適切な問題を再設定し、その問題を解くアルゴリズムを、数式処理を基本として構築した（「2. 研究の目的」の短所 II の克服）。さらに、数値数式融合計算（数式処理に数値計算を利用する計算手法）とくに安定化理論を用いることにより、数式処理の信頼性を損なうことなく計算の効率化を目指した（「2. 研究の目的」の短所 I の克服）。採択課題 2 では、問題が不安定か否かを判定し、採択課題 1 では扱わなかった不安定ではない場合（以下、安定な場合という）に、安定性解析（注目している性質が保たれるような係数の摂動限界を評価すること）を行うことを新たな課題として追加した。採択課題 3 では、採択課題 1、2 を遂行した結果得られた知見により、「最近接問題」を考えることにより、適切な問題が統一的に再設定できることを利用して研究を進めた。

ここで、問題が安定、不安定とはどういうことかを詳しく説明する（これは問題を解くアルゴ

リズムとは独立な、問題そのものが持つ性質である)。問題が安定とは、入力データの摂動に対して解が連続的に変化する状態をいう。たとえば、1 次方程式  $ax = b$  ( $a \neq 0$ ) を解く問題は、解  $b/a$  が  $a$ 、 $b$  に関して連続だから安定である。一方、問題が不安定とは、入力データの摂動に対して解が不連続に変化する状態をいう。たとえば、2 次方程式  $x^2 - 2x + 1 = 0$  の実根の数を求める問題を考える。すべての係数が正確なら実根の数は 1 (重複度も込めて数えれば 2) である。簡単のため 1 次、2 次の係数を固定して考えると、定数項が 1 よりわずかも大きければ実根は 0 個だからこの問題は不安定である。よって、定数項 1 に誤差がある場合、「実根の数はいくつか」という問題に対し、確定した一つの値を答えることができない。しかし、誤差の範囲が既知なら (定数項は 0.999 以上 1.001 以下など) 解が確定する、元の問題に密接に関連した問題を設定可能である。たとえば、問題が不安定な場合、誤差の範囲内に存在するすべての方程式を考えたとき、持ち得る実根の数の最大値、最小値はいくつか、実根の数が  $m$  個 ( $m$  は与えられた自然数) となることはあるか、といった問題は入力データに誤差のない問題であり (誤差ではなくパラメータのある問題とみなせばよい) しか、確定的な解が存在する。すなわち、問題が不安定、かつ、入力データが誤差を含む場合でも、目的 (誤差のある中で何を求めたいのか) に応じて適切な問題を再設定すれば数式処理で扱うことが可能となる (パラメータ入りの問題は数式処理が得意とするところである)。

また、問題が安定な場合でも、誤差がどの程度までなら解が連続的に変化するか (たとえば、実根の数が 0 のままであるか) その限界を求めるとい、数式処理で扱える問題を設定可能であり、応用上も重要である。なぜなら、誤差限界を知らない状況で、誤差を含む入力データに対しアルゴリズム (数式処理とは限らない) を実行した場合、解が連続的に変化する範囲内に入力データが収まっているか否か不明なため、出力が真の解の近似となっているか否か判断できないからである。

問題の再設定には個々の問題の特性が利用できるのは当然だが、可能であれば統一的方法論があることが望ましい。そのような方法論の一つとして、最近接問題について説明する。最近接問題とは、着目している性質を持たない入力に対し、その性質を持つような、与えられた入力にもっとも近い対象を探す問題である。たとえば、問題が不安定な場合の例として GCD に関わる問題を挙げる。今、GDD が 1 次以上である二つの多項式が、係数に含まれる誤差のため互いに素な多項式  $f$ 、 $g$  になったとする。このとき、 $f$ 、 $g$  それぞれの誤差範囲内に存在する多項式  $p$ 、 $q$  の GCD は最高何次となり得るかは、20 年程前より考えられてきた問題だが、持つべき GCD の次数を変えて最近接問題を解いた結果の多項式が誤差範囲内に収まるか否かを調べることでより解答可能である。問題が安定な場合の例も挙げておく。係数に誤差を含む多項式  $f$  と  $g$  について、係数を正確とみなしたときに互いに素である場合、 $f$ 、 $g$  それぞれの誤差範囲内に存在する多項式  $p$ 、 $q$  を任意に取ったとき、いつでも  $p$  と  $q$  は互いに素であるか、という問題は自然である (誤差が十分に小さければ必ず互いに素)。この問題は、 $f$ 、 $g$  にもっとも近く (目的に応じて距離の測り方は変わる) GCD が 1 次以上となる多項式の対  $p$ 、 $q$  までの距離が分かればよい。つまり、「互いに素」の否定である「GCD が 1 次以上」という性質に注目すれば、問題が安定な場合の誤差限界を求める問題も「最近接問題」ととらえることが可能である。

以上の状況を踏まえ、「2. 研究の目的」に記述した目標を達成するため、各代数問題に対し、以下の二つの課題に分けて研究を進めることとした。

【課題 1】具体的な代数問題に対する摂動の影響の理論的な解析。

【課題 2】課題 1 を利用した問題の再設定とそれを解く数式処理アルゴリズムの構築。さらに、数式処理に近似計算を利用する計算手法、とくに安定化理論を用いたアルゴリズムの効率化。

さらに、課題 1、2 の研究を通して得られた知見をまとめるものとして以下の課題を設定した。

【課題 3】種々の問題に対する課題 1、2 の知見を利用した問題再設定の方法論の構築。

代数問題としては主に非線形の代数方程式を中心として、広く代数に関わる問題を扱うこととする。代数方程式を中心とするのは、代数方程式は理論上、応用上ともに重要であるが、連立一次方程式に関わる問題、一変数代数方程式の一部の問題を除き、本研究の立場から見て、十分な結果が得られているとはいえないからである。

#### 4. 研究成果

研究成果を 6 項目に分けて記述する。各項目冒頭のカッコ内に、その成果が課題 1 ~ 3 のどれに対応するものであるかを示す。

- (1) (課題 1) 多変数多項式系がグレブナ基底をなす場合 (雑誌論文 11、15、学会発表 13、14、15)、ボーダー基底をなす場合 (雑誌論文 6、学会発表 6、7、9) のそれぞれについて、多項式系がさらにいくつか条件を満たす場合に、多項式系の共通零点 (連立代数方程式の解) が係数の摂動に対して安定となることを定性的に示すことができた。なお、まったく一般の多変数多項式系の場合にはこの性質は成り立たない。
- (2) (課題 1) メビウス変換の凸結合について、係数の摂動に関して種々の性質が定性的、定量的にどう変化するかを示した (学会発表 2)。

- (3) (課題1、2) 指定した複数の点(雑誌論文14、学会発表12)あるいは指定した領域内のどこか一点で値が0となる多項式(雑誌論文10、学会発表18)で、与えられた多項式に一番近いもの(最近接多項式)を求める問題について、最近接多項式を構成するアルゴリズムや最近接多項式までの距離を明示的に表現する式を得た。
- (4) (課題1、2) 入力を与えると出力が得られるブラックボックスとして与えられている多変数多項式を具体的に式の形で表す問題に対し、ブラックボックスの出力が誤差を含む場合に頑健なアルゴリズムを複数種類提案し、計算機実験により有効性を確認した(雑誌論文1、4、5、8、9、学会発表5、8、10、16、17、19)。
- (5) (課題2) 課題2においてアルゴリズムを効率化するために使用する安定化理論およびそれに関連した手法に関して以下の成果を得た。3次元凸包構成アルゴリズムに安定化理論を適用して種々の条件下で計算機実験を行って有効性を確認した(学会発表1)。さらに、同アルゴリズムに対して安定化理論に基づく計算履歴法(ISCZ法)を適用し、厳密計算並びに素朴近似計算に対する優位性を確認した(学会発表3)。また、計算履歴法を最短ベクトル問題に適用して有効性を確認した(雑誌論文12)。
- (6) 代数系に関わる問題(分類その他)に、本研究課題に関わる数式処理の成果を利用した(雑誌論文2、3、7、13、学会発表4、11)。

なお、課題3(問題再設定の方法論の構築)について、雑誌論文、学会発表という形の成果はないが、上記の通り課題1、2に関する知見はかなり蓄積されたので、問題再設定は以前よりも系統立って行うことが可能になったといえる。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計15件（うち査読付論文 7件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 近藤和希、関川浩	4. 巻 2159
2. 論文標題 疎多項式補間に関するrobustな計算手法及びアルゴリズム	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 143 ~ 148
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 成澤翔大、白柳潔	4. 巻 2159
2. 論文標題 A型量子群の既約最高ウェイト加群の結晶基底とHiveモデル	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 149 ~ 158
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kobayashi Yuji, Shirayanagi Kiyoshi, Tsukada Makoto, Takahashi Sin-Ei	4. 巻 -
2. 論文標題 A complete classification of three-dimensional algebras over $\mathbb{R}$ and $\mathbb{C}$ 温故知新 (visiting old, learn new)	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Asian-European Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 2150131-1 ~ 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S179355712150131X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 近藤和希、関川浩	4. 巻 27
2. 論文標題 Robustな疎多項式補間アルゴリズム	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 35 ~ 38
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kondo Kazuki, Sekigawa Hiroshi	4. 巻 53
2. 論文標題 Robust computation methods for sparse interpolation of multivariate polynomials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 ACM Communications in Computer Algebra	6. 最初と最後の頁 130 ~ 133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3377006.3377018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sato Yosuke, Sekigawa Hiroshi, Fukasaku Ryoya, Nabeshima Katsusuke	4. 巻 11989
2. 論文標題 On Parametric Border Bases	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 10 ~ 15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-43120-4_2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shirayanagi Kiyoshi, Kobayashi Yuji, Takahasi Sin-Ei, Tsukada Makoto	4. 巻 48
2. 論文標題 Three-dimensional zeropotent algebras over an algebraically closed field of characteristic two	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 1613 ~ 1625
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2019.1691579	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 近藤和希, 関川浩	4. 巻 25
2. 論文標題 中国剰余定理を用いたsparse interpolation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 22 ~ 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 近藤和希、関川浩	4. 巻 2138
2. 論文標題 Robustな疎多項式補間	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 73 ~ 80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 若月雄麻、関川浩	4. 巻 2138
2. 論文標題 指定された領域に零点を持つ最近接多項式について	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 81 ~ 86
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Sato Yosuke, Fukasaku Ryoya, Sekigawa Hiroshi	4. 巻 -
2. 論文標題 On Continuity of the Roots of a Parametric Zero Dimensional Multivariate Polynomial Ideal	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proc. 43rd International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC2018)	6. 最初と最後の頁 359 ~ 365
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3208976.3209004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nagashima Hiroki, Shirayanagi Kiyoshi	4. 巻 52
2. 論文標題 Effect of the interval-symbol method with correct zero rewriting on the -LLL algorithm	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ACM Communications in Computer Algebra	6. 最初と最後の頁 24 ~ 31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3282678.3282679	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shirayanagi Kiyoshi, Takahasi Sin-Ei, Tsukada Makoto, Kobayashi Yuji	4. 巻 46
2. 論文標題 Classification of three-dimensional zeropotent algebras over the real number field	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 4663 ~ 4681
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2018.1448852	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 若月雄麻、関川浩	4. 巻 25
2. 論文標題 複数の点での値が指定された場合の最近接多項式	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 67 ~ 70
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 佐藤洋祐、深作亮也、関川浩	4. 巻 25
2. 論文標題 パラメトリックな連立代数方程式の根の連続性について II	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 87 ~ 89
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 奥田和樹、白柳潔
2. 発表標題 3次元凸包構成の安定化について
3. 学会等名 第29回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2020年



1. 発表者名 若菜魁、関川浩
2. 発表標題 メビウス変換の凸結合
3. 学会等名 第29回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 奥田和樹、白柳潔
2. 発表標題 ISCZ法の3次元凸包構成への適用
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 成澤翔大、白柳潔
2. 発表標題 A型量子群のExtremal weight moduleの結晶基底とHiveモデル
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kazuki Kondo, Hiroshi Sekigawa
2. 発表標題 Robust computation methods for sparse interpolation of multivariate polynomials
3. 学会等名 44th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yosuke Sato, Hiroshi Sekigawa, Ryoya Fukasaku, Katsusuke Nabeshima
2. 発表標題 On Parametric Border Bases
3. 学会等名 Mathematical Aspects of Computer and Information Sciences 2019 (MACIS2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤洋祐、関川浩、深作亮也、鍋島克輔
2. 発表標題 パラメトリックな代数方程式の根の連続性とBorder Basisとの関係
3. 学会等名 第28回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 近藤和希、関川浩
2. 発表標題 Robustな疎多項式補間アルゴリズム
3. 学会等名 第28回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤洋祐、関川浩、深作亮也、鍋島克輔
2. 発表標題 パラメトリックな連立代数方程式の根の連続性とBorderBasisとの関係II
3. 学会等名 日本数式処理学会2019年度基礎理論分科会 & システム分科会合同研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 近藤和希、関川浩
2. 発表標題 疎多項式補間に関するrobustな計算手法及びアルゴリズム
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 成澤翔大、白柳潔
2. 発表標題 A型量子群の最高ウェイト既約加群の結晶基底とHiveモデル
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若月雄麻、関川浩
2. 発表標題 複数の点での値が指定された場合の最近接多項式
3. 学会等名 第27回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 佐藤洋祐、深作亮也、関川浩
2. 発表標題 パラメトリックな連立代数方程式の根の連続性について II
3. 学会等名 第27回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yosuke Sato, Ryoya Fukasaku and Hiroshi Sekigawa
2. 発表標題 A canonical representation of continuity of the roots of a parametric zero dimensional multi-variate polynomial ideal
3. 学会等名 24th Conference on Applications of Computer Algebra (ACA2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yosuke Sato, Ryoya Fukasaku and Hiroshi Sekigawa
2. 発表標題 On Continuity of the Roots of a Parametric Zero Dimensional Multivariate Polynomial Ideal
3. 学会等名 43rd International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤和希、関川浩
2. 発表標題 中国剰余定理を用いた sparse interpolation
3. 学会等名 日本数式処理学会2018年度基礎理論分科会 & システム分科会合同研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤和希、関川浩
2. 発表標題 Robustな疎多項式補間
3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若月雄麻、関川浩
2. 発表標題 指定された領域に零点を持つ最近接多項式について
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) Computer Algebra Theory and its Applications
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤和希、関川浩
2. 発表標題 計算誤差を抑える疎多項式補間アルゴリズム
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2019
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	白柳 潔  (Shirayanagi Kiyoshi)  (80396176)	東邦大学・理学部・教授   (32661)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------