様 式 Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９ （共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　５ 年　５ 月 １０ 日現在

機関番号：３２６５７
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2018～2022
課題番号：１８Ｋ１１１８３

研究課題名（和文）計算困難な組合せ最適化問題への多方面からのアプローチ

研究課題名（英文）Various Approaches to Computationally Hard Combinatorial Optimization Problems

研究代表者
陳　致中（Chen, Zhi-Zhong）

東京電機大学・理工学部・教授

研究者番号：００２４２９３３

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,500,000円

研究成果の概要（和文）：計算困難な組合せ最適化問題を解くための効率的なアルゴリズムを設計・解析・実装した。具体的には、「生物系統樹のrSPR距離問題」、「生物系統樹の最少葉数除去問題」、「メトリック最大三角形パッキン問題」、「グラフのkパス分割問題」、「テスト付きスケジューリングの最小合計処理時間問題」などを研究対象とした。それぞれの問題について、以前知られていた最良なアルゴリズムよりよい性能を達成するアルゴリズムを新たに設計できた。アルゴリズムの性能を理論的に解析するだけではなく、アルゴリズムをプログラミング言語で実装して実世界のデータとシミュレーションデータの両方を用いてその性能を理論と実践の両面から評価した。

研究成果の学術的意義や社会的意義
対象とした組合せ最適化問題（「生物系統樹のrSPR距離問題」、「生物系統樹の最少葉数除去問題」、「メトリック最大三角形パッキン問題」、「グラフのkパス分割問題」、「テスト付きスケジューリングの最小合計処理時間問題」、など）それぞれについて、以前知られていた最良なアルゴリズムよりよい性能を達成する新しいアルゴリズムを設計できたので、当該分野の発展に貢献できたと言える。特に、一部の問題は実世界において重要な応用を持っているので、本研究で設計したアルゴリズムを実装して得たプログラムは実世界の現場で使われて社会に貢献する可能性を秘めている。

研究成果の概要（英文）：We designed, analyzed, and implemented efficient algorithms for computationally hard combinatorial optimization problems. The concrete targeted problems include the following: the rSPR distance problem of rooted binary phylogenetic trees, the maximally balanced connected graph tripartition problem, the minimum leaf-removal center problem of rooted binary phylogenetic trees, the metric maximum triangle packing problem, the k-path partition problem of directed graphs, the minimum total completion-time problem of job scheduling with testing, and so on. For each of the problems, we succeeded in designing new algorithms that outperform the previous bests. For most of our designed problems, we not only rigorously analyzed their theoretical performance, but also implemented them into computer programs and compared their performance against the previous bests with both practical datasets and simulated ones.

研究分野：Combinatorial Optimization

キーワード：組合せ最適化問題　近似アルゴリズム　randomizedアルゴリズム　固定パラメータアルゴリズム　オンラインアルゴリズム　発見的手法　NP困難性

１．研究開始当初の背景

本研究で下記の計算困難な組合せ最適化問題を選定して研究の対象とした。それぞれの研究背景は以下の通りである。

(1) **生物系統樹の rSPR 距離問題：**2 本の生物系統樹 T_1 と T_2 が与えられたとき、それらから最小本数の枝を切って同じ森にしたい問題である。その最小本数が T_1 と T_2 の rSPR 距離である。この問題の NP 困難性は 1996 年に Hein らによって証明された。その後、多くの近似アルゴリズムと固定パラメータアルゴリズムがこの問題のために提案された。その中で最良の近似アルゴリズムが近似率 2 を達成する。また、ほとんどの近似アルゴリズムが実装され、実際のデータに対する性能評価も盛んに行われてきた。さらに、本研究者によって提案された既知の近似アルゴリズムが rSPR 距離の上界だけでなく、下界も出力できる。その下界を用いることによって厳密解を求めるための固定パラメータアルゴリズムの計算速度を上げることができることが知られていた。

rSPR 距離問題と密に関係している問題として交差数問題がある。rSPR 距離問題と有向グラフの feedback 頂点集合問題の（近似または厳密）アルゴリズムを利用すれば生物系統樹の交差数問題を解くための（近似または厳密）アルゴリズムを設計できることが以前から知られていた。

(2) **中心生物系統樹問題：**2 本以上の生物系統樹 $T_1, \ldots, T_k$ が与えられたとき、それらから一部の葉を切って結果の木をすべて含むような生物系統樹を１本構築したい。$T_1, \ldots, T_k$ から切られた葉の合計個数を最小化する問題（AST-LR）と $T_1, \ldots, T_k$ の中で最も多く切られる葉の個数を最小化する問題（AST-LR-d）がある。これは 2017 年に Chauve らによって提起された。Chauve らが両方の問題の NP 困難性を証明し、それらを解くための固定パラメータアルゴリズムを提案した。

(3) **メトリック最大三角形パッキング問題：**重み付き完全グラフ G が与えられたとき、G の頂点集合をサイズ３の部分集合に分割して、同じ部分集合にある頂点間の辺の重みの合計を最大化したい問題である。この問題の NP 困難性が古くから知られていた。そのため、この問題の近似アルゴリズムが多く提案された。その中で最もよい近似率を達成するものは本研究者によって 2009 年に提案されたものである。

(4) **有向グラフの k-パス分割問題：**有向グラフ G が与えられたとき、その頂点集合をサイズ k 以下の部分集合に分割したい問題である。ただし、各部分集合の全頂点が 1 本の有向パスで繋がっていなければならなく、かつ、部分集合の個数を最小化しなければならない。k=2 の場合、この問題は最大マッチング問題と同じなので、多項式時間アルゴリズムで解ける。一方、k が 3 以上である場合、この問題の NP 困難性が古くから知られていた。そのため、この問題の近似アルゴリズムも盛んに研究されてきた。k=3 の場合、以前の最良な近似アルゴリズムが近似率 21/16 を達成する。また、k が 4 以上の場合、以前の最良な近似アルゴリズムが近似率 k/2 を達成する。

(5) **グラフの k-連結平衡分割問題：**重み付きグラフ G が与えられたとき、G の頂点集合を k 個の部分集合に分割して、各部分集合が連結グラフを導出し、かつ、部分集合の重み間に大差がないようにしたい問題である。最適化したい指標として２つが考えられる。１つは部分集合の最小重みを最大化するもので、もう１つは部分集合の最大重みを最小化するものである。前者で定義された問題は Max-Min-k-BGP で、後者で定義された問題は Min-Max-k-BGP で表される。両方の問題とも k が 2 以上である場合でさえ NP 困難である。Chataigner らは 2007 年に、k=3 か 4 でかつ入力グラフが k-連結である場合を考えて、近似率 2 を達成するアルゴリズムを設計した。また、Chlebikova が 1996 年に、Max-Min-2-BGP を解くための近似アルゴリズムで近似率 4/3 を達成するものを設計した。

(6) **テスト付きスケジューリング問題：**n 個のジョブ $J_1, \ldots, J_n$ が与えられる。各ジョブ J_i のテスト時間 t_i と処理時間の上限 u_i が知られているが、その厳密な処理時間 p_i が不明である。各ジョブ J_i についてテストするか否かを決定する必要がある。ジョブ J_i をテストすればその分 t_i 時間がかかるが、そのテスト後 p_i 時間で処理を完了できる。一方、ジョブ J_i をテストしなければ、その処理に u_i 時間がかかる。また、すべてのジョブについてテストするか否かを決めた後、m 台のマシンへの割り当ておよび各マシン上での実行順序を決めなければならない。目的は、全ジョブの処理時間の合計を最小化することである。この問題は 2018 年に Durr らによって提起された。Durr らは m=1 かつすべてのジョブのテスト時間が 1 である場合を解くためのアルゴリズムを２つ設計した。その１つは競合比 2 の決定性アルゴリズムで、もう１つは期待競合比 1.7453 の randomized アルゴリズムである。

その後、Albers らが 3 つのアルゴリズムを設計した。1 つ目は m=1 の場合を解くもので競合比 4 を達成するものである。2 つ目は m=1 の場合を解くもので期待競合比 3.3794 を達成するものである。3 つ目は m=1 かつ preemption が許される場合を解くもので競合比 2φを達成するものである（ここで、φは黄金比である）

２．研究の目的

１で述べた各問題について研究を行い、以前の最良なアルゴリズムよりよい性能を達成する新しいアルゴリズムを設計・解析・実装する。次に、各問題についてその研究目的を述べる。

(1) **生物系統樹の rSPR 距離問題：**まず、rSPR 距離問題の新しい近似アルゴリズムを複数設計して実装する。その後、結果のプログラムをツールとして交差数問題を解くためのプログラムに組み込む。結果として、rSPR 距離問題乃至交差数問題を解くための近似または厳密なプログラムを得て、以前の最良な近似または厳密なプログラムよりよい性能を達成するプログラムを得る。

(2) **中心生物系統樹問題：**Chauve らによって設計された AST-LR を解くための固定パラメータアルゴリズムに不備があることが本研究者によって見つかったので、新しい固定パラメータアルゴリズムを設計する。また、AST-LR と AST-LR-d の数理モデルを設計して実装し、その速度の高速化手法および固定パラメータアルゴリズムとの計算速度の比較を行う。

(3) **メトリック最大三角形パッキング問題：**最大三角形パッキング問題の近似アルゴリズムが以前からいくつか知られていたが、そのメトリックな場合専用の近似アルゴリズムはまだ知られていない。そこで、本研究でそのような近似アルゴリズムを初めて設計することを目指す。

(4) **有向グラフの k-パス分割問題：**この問題の近似アルゴリズムが近年設計されたが、本研究でよりよい近似率を達成する新しい近似アルゴリズムを設計する。k の値が大きい時と小さい時に分けて、別々にアルゴリズムを設計して解析する。

(5) **グラフの k-連結平衡分割問題：**一般的な場合の近似アルゴリズムの設計がかなり困難そうであるので、まず各頂点の重みが 1 である場合を解くための近似アルゴリズムを設計して解析する。その後、k の値が小さい場合を解くための近似アルゴリズムを設計して解析する。

(6) **テスト付きスケジューリング問題：**まず、preemption が許されない場合のアルゴリズムを設計して解析する。その次に、preemption が許される場合のアルゴリズムを設計して解析する。また、各ジョブのテスト時間が 1 である場合により良い競合比を達成するアルゴリズムを設計できるかを考える。さらに、randomness がアルゴリズムの設計に有用かを調べる。

３．研究の方法

１で述べた問題はすべて組合せ最適化問題ではあるが、それらに類似性がほとんどないのでそれらの解決手法が異なる。それぞれの解決手法を次に述べる。

(1) **生物系統樹の rSPR 距離問題：**この問題を解くための近似アルゴリズムが複数存在する。理論的に最良の性能を達成するのは本研究者によって 2018 年に設計されたものである。それ以外に本研究者によって 2016 年に設計されたものがある。後者の性能は理論的には前者より劣るが、実際のデータセットに対して逆になる場合もしばしばある。そのため、両方を実装してよりよい解を出力するようなプログラムを作成する。結果のプログラムは前者だけに基づいて作成されたものよりよい性能を達成する可能性もある程度出てくる。さらに、モンテカルロ木探索を利用してすべての近似アルゴリズムの性能を改善する。

　次に、rSPR 距離問題の近似アルゴリズムをツールとして用いて交差数問題の近似アルゴリズムを設計する。その設計で有向グラフ上の feedback 頂点集合問題を解く必要があり、その問題の整数線形計画モデルを用いて解決する。

　反復深化探索を利用して交差数問題の厳密なアルゴリズムを設計して実装する。その設計で探索木の枝刈りに有効な下界を利用しなければならない。rSPR 距離の下界が交差数の下界でもあるので、本研究者によって発見された rSPR 距離の下界を交差数の下界として利用する。また、探索木の各ノードから子供を作る際、その順序を丁寧に定めて計算の速度を上げるようにする。探索の速度をさらに上げるためには、Java の Fork/Join フレームワークを利用する

(2) **中心生物系統樹問題：**Chauve らによって設計された AST-LR を解くための固定パラメータアルゴリズムに不備が見つかったので、新しいアイディアを利用する。まず、Aho らが 1981 年に設計した関連問題のアルゴリズムを使って入力の木集合から部分木の特定な集合を見つける。その特定な部分木の集合を利用して入力の木集合から少数の葉からなる集合 S を見つける。どの解においてもＳの要素を１つ以上入力の木集合から削除しなければならないという性質を利用して、AST-LR の固定パラメータアルゴリズムを設計する。

　残念ながら、我々の新しい固定パラメータアルゴリズムも Chauve らによって設計された AST-LR-d を解くための固定パラメータアルゴリズムも実用的になりそうにない。そのため、本研究で AST-LR と AST-LR-d の整数線形計画モデルを設計して実装することで、最適解を求めるためのプログラムを開発する。そのモデルに制約条件が膨大にあるので、その解決に長い時間がかかってしまう。よって、その厳密モデルから一部の制約条件を削除したモデルを利用する。結果の緩和モデルが必ずしも正しい解を出力しないが、その出力解の値が厳密モデルの解の値の下界になるので、その下界を厳密モデルに組み込むことによって厳密モデルの解決速度を上げることができる。また、緩和モデルを解くことによって得られた解を、厳密モデルを解くときの初期解として使えば計算速度を上げることがで

きそうである。

(3) **メトリック最大三角形パッキング問題：**まず、入力グラフGから最大重みサイクルカバーCを求める。Cの重みが最大三角形パッキングの重みの上界となるので、Cの重みをあまり失わずにCをGの三角形パッキングに変換すればよい。実際には、Cを３つの三角形パッキング T_1, T_2, T_3 に変換する。T_1, T_2, T_3 を直感的に理解するには、ある特定の最適解 B を考える。B に属する三角形を balanced と unbalanced の 2 種類に分ける。ここで、B のある三角形 t が balanced であるとは、t の辺の最小重みが最大重みの（ある予め定めておいた）定数倍以上であるときをいう。T_1 は B 内に unbalanced 三角形の合計重みの割合が大きいときにいい性能を発揮する。T_2 は B 内の三角形のうちCの同じサイクルに現れる頂点間の辺を使わないものの合計重みが B の重みと比較してあまり小さくならないときにいい性能を発揮する。T_3 は T_1 と T_2 の性能がわるいときにいい性能を発揮するように設計される。その分、T_3 の設計が複雑になり、randomness を必要とする。T_1 と T_3 の計算には最大マッチング問題のアルゴリズムを活用し、T_2 の計算には動的計画法を活用する。

(4) **有向グラフの k-パス分割問題：**まず、k が 7 以上である場合を考える。この場合、入力グラフGから最大パスサイクルカバーCを求めてから、Cを k-パス分割に変換する。Cを k-パス分割に変換する際、Cの短い連結成分から辺を一部削除すると損失の割合が大きいが、Cの長い連結成分から辺を一部削除しても損失の割合が小さい。よって、Cの短い連結成分を外部につなぐための最大パスサイクルカバーC'を求めて、C'の辺を活用してCの短い連結成分をより長いパスに繋いでいく。ならし解析を用いて、結果のアルゴリズムの近似率を解析する。

　次に、k が小さい場合を考える。この場合、辺を 1 本も持たない n 本のパスからなるパス分割を初期解とし、増大ウォーク（最大マッチングのアルゴリズムで活用された増大パスに類似したもの）を使用してより多くの辺を持ったパス分割に増大していく。増大ウォークの計算には深さ優先探索を拡張して利用する。増大終了後のパス分割にある頂点数 2 以下の連結成分の個数が最適なパス分割にある頂点数 2 以下の連結成分より多くはないことを示せばよい。

(5) **グラフの k-連結平衡分割問題：**まず、入力グラフの各頂点の重みが 1 である場合を考え、分割後の連結成分の最大サイズを最小化することを目的とする。この場合、入力グラフGの任意の解(V_1,V_2,V_3)から出発して、よりよい解に改善していく。便宜上、V_1, V_2, V_3 のサイズが小さい順になっていると仮定する。解(V_1,V_2,V_3)を改善するには、Merge と Pull と呼ばれる 2 つの操作を定義して適用する。Merge 操作は V_3 が G の頂点を半分以上含めていてかつ V_1 と V_2 の間を結ぶ辺が G に存在するときに行うものである。Merge 操作によって、V_1 と V_2 が 1 つの集合にまとめられ、代わりに V_3 が 2 つの適当な集合に分割される。Pull 操作は V_3 が G の頂点を半分以上含めていてかつ V_3 のある部分集合 U を V_1 または V_2 に移動しても解になるときに行うものである。Pull 操作によって、V_3 から U の頂点が V_1 または V_2 に移動される。Merge と Pull 操作を適用できなくなるまで、解(V_1, V_2, V_3)にその 2 操作を適用していく。これで $k=3$ の場合の近似解が得られる。その解から出発して、さらに分割を繰り返していけば $k>3$ の場合の近似解を得ることができる。特に、$k=4$ の場合、さらに数種類の操作を定義して、任意の解(V_1,V_2,V_3,V_4)に繰り返して適用していけば、割といい性能の解を最終的に得ることができる。

　次に、Min-Max-3-BGP を考える。入力グラフ G が 2 連結である場合、2 連結ではないがちょうど 2 つの 2 連結成分を持つ場合、2 連結ではなく 3 つ以上の 2 連結成分を持つ場合に分けてそれぞれアルゴリズムを設計する。1 番目の場合が 2 番目と 3 番目の基本となるので、ここで 1 番目の場合についてのみ述べる。この場合のアルゴリズムは G の最大重みの頂点 v_1 を見つけて v_1 の重みが G の重みの 2/5 以上かをチェックする。もし 2/5 以上であれば、G が 2 連結なので$(V_1,V_2,\{v_1\})$の形を持ったよい近似解を簡単に求めることができる。さもなければ、２分割$(\{v_1\},V-\{v_1\})$から出発してそれを次の操作 Pull2 で改善していく。G の頂点の中で２番目に大きい重みを持つものを v_2 とする。現在の２分割(V_1,V_2)に Pull2 操作を適用するには、V_2 の重みが G の重みの半分以上でかつ V_2 のある頂点 u を V_1 に移動しても正しい２分割のままで V_1 の重みと u の重みの２倍の和が元の V_2 の重み未満でなければならない。Pull2 操作によって、u は V_2 から V_1 に移動される。Pull2 操作が適用できなくなるまで、正しい２分割(V_1,V_2)に Pull2 操作を繰り返して適用していく。最終回の繰り返しで得た２分割(V_1,V_2)から 3 分割$(\{u\},V_1,V_2-\{u\})$を得て近似解とする。

(6) **テスト付きスケジューリング問題：**まず、オフライン時の最適解の下界を見出す。自明な下界$(\min\{u_1, t_1+p_1\} + \ldots + \min\{u_1, t_1+p_1\})$以外に、もう 1 つの下界を証明する。その後、4 つのアルゴリズムを設計する。これらのアルゴリズムでは、３つの定数パラメータα, β, γを予め定めておき、u_j が t_j のα倍以下のときにジョブ j をテストしないが、その他の時にテストする。アルゴリズムの実行中、３つのリスト T, U, E をいつも保持する。アルゴリズムの開始時、T はテストするジョブのリスト、U はテストしないジョブのリスト、E は空のリストである。T に属するジョブはいつもそのテスト時間の短い順に、U に属するジョブはいつもその処理時間の上限の短い順にソートされているように保つ。T から先頭のジョブを取り出してテストした後、そのジョブをすぐに処理せず E に追加する。E に追

加されたジョブ J_j はその厳密な処理時間 p_j の小さい順にソートされているように保つ。アルゴリズムは毎回の繰り返しで、T, U, E の先頭ジョブ J_b, J_s, J_e を見て、それぞれ βt_b, u_s, $\gamma(t_e+p_e)$を計算して、最も小さい値を達成するほうをそのリストから取り除いて、その時点で負荷が最も小さいマシンに割り当てて処理する。

(7)　確率アルゴリズムの場合、確率分布関数 f をうまく選んで、各ジョブ J_j について確率 $f(u_j/t_j)$でテストするようにする。

４．研究成果

１で述べた各問題について、次のような結果を得ることができた。

(1) **生物系統樹の rSPR 距離問題：**まず、新しく開発した rSPR 距離問題の近似アルゴリズムは従来のものよりよい近似解を出力することを確認できた。特に、モンテカルロ木探索が近似解の改善に有効であることを明らかにした。また、新しく開発した交差数問題の近似アルゴリズムは従来のものよりよい近似解を出力するだけでなく、多くの場合最適解を出力することも確認できた。さらに、新しく開発した交差数問題の厳密なアルゴリズムは実験で用いたデータセットに対して、従来のものより 82 倍以上の速さを達成することを確認できた。

(2) **中心生物系統樹問題：**Chauve らによる AST-LR のアルゴリズムに不備があることを指摘した後、その代わりとなる新しい固定パラメータアルゴリズムを提案できた。新しいアルゴリズムの計算時間は $O((4q-2)^q m^2 n^2)$である。ここで、m は入力木の本数で、n は各木の葉の個数で、q はパラメータである。また、AST-LR と AST-LR-d の整数線形計画モデルを設計して、最適化ソフト Gurobi で実装した。その実装で緩和モデルと warm-start を活用して計算速度の向上を目指した。結果のプログラムの性能を比較するために、AST-LR より簡単な問題の固定パラメータアルゴリズムを設計して実装した。２つのプログラムの性能を実際のデータセットで比較した結果、整数線形計画モデルをうまく利用したほうがはるかに高速であることを確認できた。

(3) **メトリック最大三角形パッキング問題：**期待近似率 $0.66768-\varepsilon$ を達成する randomized 近似アルゴリズムを設計した。ここで、ε は任意の正の実数である。また、そのアルゴリズムは n 個の頂点を持った入力グラフに対して、$O(n^3)$時間内に終了する。そのアルゴリズムの脱ランダム化はまだ実現されていないが、微変更すれば pairwise 独立性に制限できそうなので、伝統的な方法で脱ランダム化できると思われる。

(4) **有向グラフの k-パス分割問題：**まず、k が３以上の場合、近似率 0.5k を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は O(nm)である。ここで、n と m はそれぞれ入力グラフの頂点数と辺の本数である。また、k=3 の場合、近似率 13/9 を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は $O(n^2m)$である。さらに、k が７以上の場合、近似率(k+2)/3 を達成近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は O(nm log n)である。

(5) **グラフの k-連結平衡分割問題：**まず、入力グラフの各頂点の重みが 1 である場合に絞って研究を行った。結果として近似率 k/2 を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は O(nm)である。ここで、n と m はそれぞれ入力グラフの頂点数と辺の本数である。特に、k=4 という追加条件の下で、近似率 24/13 を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は $O(n^2m)$である。

　次に、Min-Max-3-BGP と Max-Min-3-BGP に絞って研究を行った。Min-Max-3-BGP については、近似率 1.5 を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は $O(n^2m)$である。また、Max-Min-3-BGP については、近似率 5/3 を達成する近似アルゴリズムを設計できた。そのアルゴリズムの計算時間は $O(n^3m)$である。これらの結果は Max-Min-k-BGP と Min-Max-k-BGP について得られた初の非自明なものである。

(6) **テスト付きスケジューリング問題：**４つのアルゴリズムを設計できた。１つ目は、競合比 2ϕを達成するアルゴリズムである。２つ目は、各ジョブのテスト時間が 1 である場合を解くものである。その競合比は m が 5 以上であれば$(\phi+0.5(\phi+1)(1-1/m)$であるが、m が５未満であれば$(\phi+1)$である。３つ目は、preemption を許す場合を解くものである。その競合比は m が 3 以上であれば(3.5−1.5/m)であるが、m が 3 未満であれば 3 である。最後のアルゴリズムは randomized アルゴリズムである。その期待競合比は m が 37 以上であれば(0.0382+2.7925(1−0.5/m))であるが、m が 37 未満であれば 2.7925 である

以上の通り、どの問題についても以前の最良なアルゴリズムよりよいものを設計できた。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計13件（うち査読付論文　13件／うち国際共著　13件／うちオープンアクセス　0件）

１．著者名 Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, G. Lin, Y. Xu, and A. Zhang.	４．巻 83
２．論文標題 Approximation Algorithms for Maximally Balanced Connected Graph Partition	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Algorithmica	６．最初と最後の頁 3715--3740
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00453-021-00870-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, G. Lin, L. Wang, and A. Zhang.	４．巻 41
２．論文標題 A randomized approximation algorithm for metric triangle packing	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	６．最初と最後の頁 12--27
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10878-020-00660-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 A. Zhang, Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, and G. Lin	４．巻 82
２．論文標題 Improved Approximation Algorithms for Path Vertex Covers in Regular Graphs	５．発行年 2020年
３．雑誌名 Algorithmica	６．最初と最後の頁 3041-3064
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00453-020-00717-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Zhi-Zhong Chen, Y. Harada, Y. Nakamura, and Lusheng Wang	４．巻 17
２．論文標題 Faster Exact Computation of rSPR Distance via Better Approximation	５．発行年 2020年
３．雑誌名 IEEE ACM Trans. Comput. Biol. Bioinform.	６．最初と最後の頁 916-929
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TCBB.2018.2878731	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 S. Yuasa, Zhi-Zhong Chen, B. Ma, and L. Wang	4．巻 786
2．論文標題 Designing and Implementing Algorithms for the Closest String Problem	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Theoretical Computer Science	6．最初と最後の頁 32-43
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.tcs.2018.05.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, G. Lin, L. Wang, Y. Chen, and D. Wang	4．巻 81
2．論文標題 Approximation Algorithms for the Maximum Weight Internal Spanning Tree Problem	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Algorithmica	6．最初と最後の頁 4167-4199
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00453-018-00533-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, F. Deng, and L. Wang	4．巻 50
2．論文標題 Identifying Duplications and Lateral Gene Transfers Simultaneously and Rapidly	5．発行年 2022年
3．雑誌名 Journal of Bioinformatics and Computational Biology	6．最初と最後の頁 2150033
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0219720021500335	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 G. Chen, Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, G. Lin, T. Liu, and A. Zhang	4．巻 44
2．論文標題 Approximation Algorithms for the Maximally Balanced Connected Graph Tripartition Problem	5．発行年 2022年
3．雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6．最初と最後の頁 1753-1773
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10878-020-00544-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, S. Ueta, J. Li, and Lusheng Wang	4．巻 27
2．論文標題 Computing a Consensus Phylogeny via Leaf Removal	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Journal of Computational Biology	6．最初と最後の頁 175-188
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1089/cmb.2019.0269	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 M. Etemadi1, M. Bagherian1, Zhi-Zhong Chen, and L. Wang	4．巻 19-S(1
2．論文標題 Better ILP Models for Haplotype Assembly	5．発行年 2018年
3．雑誌名 BMC Bioinformatics	6．最初と最後の頁 11-21
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1186/s12859-018-2012-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, Y. Harada, and L. Wang	4．巻 35
2．論文標題 An Approximation Algorithm for Maximum Internal Spanning Tree	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6．最初と最後の頁 955-979
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10878-017-0245-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, Y. Harada, E. Machida, F. Guo, and L. Wang	4．巻 734
2．論文標題 Approximation Algorithms for the Scaffolding Problem and Its Generalizations	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Theoretical Computer Science	6．最初と最後の頁 131-141
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.tcs.2017.03.042	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Zhi-Zhong Chen, Q. Feng, C. Shen, J. Wang, and L. Wang	4．巻 15
2．論文標題 Algorithms for Pedigree Comparison	5．発行年 2018年
3．雑誌名 IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics	6．最初と最後の頁 422-431
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TCBB.2016.2550434	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕　計6件（うち招待講演　0件／うち国際学会　6件）

1．発表者名 Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, C. Kennedy, G. Lin, Y. Xu, and A. Zhang.
2．発表標題 Approximation Algorithms for the Directed Path Partition Problems
3．学会等名 International Joint Conference on Frontiers of Algorithmics（国際学会）
4．発表年 2021年

1．発表者名 K. Yamada, Zhi-Zhong Chen, and L. Wang.
2．発表標題 Better Practical Algorithms for rSPR Distance and Hybridization Number
3．学会等名 The 19th Workshop on Algorithms in Bioinformatics（国際学会）
4．発表年 2019年

1．発表者名 Zhi-Zhong Chen, S. Ueta, J. Li, and Lusheng Wang.
2．発表標題 Computing a Consensus Phylogeny via Leaf Removal
3．学会等名 The 15th International Symposium on Bioinformatics Research and Applications（国際学会）
4．発表年 2019年

１．発表者名 Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, G. Lin, L. Wang, and A. Zhang.
２．発表標題 A Randomized Approximation Algorithm for Metric Triangle Packing
３．学会等名 The 13th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Y. Chen, Zhi-Zhong Chen, G. Lin, Y. Xu, and A. Zhang.
２．発表標題 Approximation Algorithms for Maximally Balanced Connected Graph Partition
３．学会等名 The 13th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Zhi-Zhong Chen
２．発表標題 Finding a Center Tree of Phylogenetic Trees via Leaf Removal
３．学会等名 2018 IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine（国際学会）
４．発表年 2018年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関