

令和 5 年 6 月 16 日現在

機関番号：32414

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K11196

研究課題名(和文)母数に線形不等式制約条件があるときの推定量の改良問題

研究課題名(英文)Improvement of linear inequalities constrained parameters estimators

研究代表者

渡辺 元宗(張元宗)(WATANABE, Genso)

目白大学・社会学部・客員研究員

研究者番号：40227343

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文):2次元以上のポアソン分布の母数またはmultiplicative Poissonモデルに従う2元分割表におけるポアソン母数に対して、標準化された誤差2乗和の損失関数の下で、指定した正の値、あるいは最小値を含め順序統計量に縮小するような広い推定量のクラスを構築、不偏推定量を改良するための条件を与えた。その結果をポアソン分布の母数にsimple tree order制約条件がある場合のisotonic regression推定量を改良し飽和モデルについて、basis等の概念を新たに導入、basisを基に定まる行比、列比により計算される推定度数に向けて縮小する推定量を構築に応用、MLEを改良した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

母数に制約条件、特に線形不等式制約条件がある場合の推定問題は数多く、古くから様々な研究がある。制約条件の下での最尤推定量(RMLE)が自然であるように思われるが、特に母数の数が多い場合には、正規分布の平均の推定問題でも、問題の次元、制約条件の数、推定する平均の線形関数に対して、未解明の部分が大きい。本研究では、まず正規分布の平均に線形不等式制約が存在する場合について状況を解明すること、ポアソン分布の場合でRMLEを改良すること、および、制約条件下での予測分布の推定量の改良問題を明らかにすることが数理統計決定理論上に意義がある。

研究成果の概要(英文):In estimating ($p \geq 2$) independent Poisson means, under the normalized squared error loss. We propose new classes of dominating estimators using prior information pertinently. Further, simultaneous estimation of Poisson means under order restriction is treated and estimators which dominate the isotonic regression estimator are proposed for some types of order restrictions. Shrinkage estimation of Poisson means is also considered when observations are given in the form of a two-way contingency table. Assuming a multiplicative Poisson model, estimators which shrink to the specified values or an order statistic in one dimension and in two dimensions are considered and are shown to dominate the MLE. Further, assuming the full model, shrinkage to the multiplicative model is devised to improve upon the unbiased estimator. Shrinkage is made after determining the basic cells so that the observed frequency is not smaller than the estimated frequency for each of the other cells.

研究分野：数理統計、決定理論

キーワード：shrinkage estimator order statistics multiplicative Poisson predictive density alpha-divergence stochastic dominance Pitman's closeness

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

母数に制約条件、特に線形不等式制約条件がある場合の推定問題は数多く、古くから様々な研究がある。制約条件の下での最尤推定量 (RMLE) が自然であるように思われるが、特に母数の数が多い場合には、その推定量が制約条件を無視した不偏推定量 (UE) を改良するとは限らないし、また、同時推定問題として考えると RMLE 自身を改良する推定量が構成できることが知られている。正規分布の平均の推定問題でも、問題の次元、制約条件の数、推定する平均の線形関数により、改良が出来ない場合があることが知られているが、未解明の部分が多い。本研究では、まず正規分布の平均に線形不等式制約が存在する場合について状況を解明することを一つの目的とする。さらに、ポアソン分布の場合で RMLE を改良すること、および、制約条件下での予測分布の推定量の改良問題も研究課題とする。

母数に線形不等式制約条件が存在する推定問題が数多く考えられるが、母平均に関する代表的な線形制約条件として 非負性 simple order simple tree order 傘型順序制約が挙げられる。このような場合の統計的推定について、古くから様々な研究が進められてきている。それらの研究成果は Barlow et al. (1972)、Robertson et al. (1988)、Silvapulle & Sen (2005) や van Eeden (2006) にまとめられている。

制約条件を満たす最尤推定量 (RMLE) は、制約を無視した最尤推定量あるいは不偏推定量 (UE) と比較して、いつでも改良になるとは限らず、線形不等式制約条件の場合でも、問題の次元、制約本数、さらに推定する線形関数によりさまざまな状況が起こる。

これまでの研究を調査することにより、下記の2つの問題を規定する要因 (改良が可能となる制約式の本数と次元数) が存在することがわかる。

制約式の本数：線形不等式制約が2本ある場合の正規母平均の線形関数の推定に関しては、任意の係数に対して、RMLE は常に不偏推定量を改良することが示されている (Rueda & Salvador (1995)) が、3本以上の場合については、十分には議論されていない。

次元の問題：独立な非負の正規母平均の線形関数の推定問題に関して Shinozaki & Chang (1999)、Fernandez et al. (2000)、Kubokawa et al. (2011, 2012) は制約条件を満たす最尤推定量 (RMLE) が制約条件を考慮しない不偏推定量 (UE) より良くなるための必要十分条件は次元が4以下であることを示した。しかし、リスクの評価が複雑になることもあって、simple order や simple tree order という単純な状況ですら、次元により改良の可能性がどのように変化するかについて明解な結果が得られていない。

以上のことから、本研究課題の主要な目標を、母数に線形不等式条件がある場合の改良が可能となる制約式の本数および次元数の問題の解明とする。

2. 研究の目的

正規分布の母平均の推定問題を含めて、母数に線形不等式制約条件が存在するとき、対象とする推定量を改良する可能性を上記の2つの要因とからめて統計的決定理論の立場から追究することが本研究の目的である

3. 研究の方法

下記の事前研究結果を鑑みながら、次元数及び線形不等式制約条件の本数により推定量の改良可能性が大きく変化するという問題の解明方法を探求する。

(1) 非負制約のある正規母平均の線形関数の推定に関して、任意の線形関数に対しRMLEがUEを改良するための次元に関する条件を明確な形で与えた(Shinozaki & Chang, 1999)

(2) 2つの正規分布の母平均と分散双方に順序制約がある場合の推定量の改良問題を取り上げ、大きい分散に対応する母平均の推定については、順序制約条件を考慮しない推定量が確率優越性の意味で改良されることを示した。しかし、小さい分散に対応する母平均の推定については、分散についての順序制約を考慮しない推定量が平均2乗誤差MSEの意味でも一様に改良されないことを示した。また、2つの母平均の同時推定問題については、改良が可能であることを示した。さらに、Pitman Closeness 評価基準の下でも、同様な結果が成り立つことを示している(Chang & Shinozaki, 2011, 2012, 2015)。

(3) 順序制約が存在するときの2つの相関がある正規変量の母平均の推定問題について、確率優越性及びPitman Closeness 評価基準の下で、RMLEがHwang & Peddada(1994)が提案した推定量よりも優れていることを明らかにした。さらに、MSE 評価基準の下で、母平均の線形関数の推定において、RMLEがHwang & Peddada(1994)が提案した推定量を改良するための係数に関する必要十分条件を導いた(Chang, Fukuda & Shinozaki, 2017)。

4. 研究成果

1) 2019年に2つ以上のポアソン分布の母平均の同時推定に対して、標準化された誤差2乗和の損失関数の下で、指定した正の値、あるいは最小値を含め順序統計量に縮小するような広い推定量のクラスを構築し、不偏推定量を改良するための条件を与えた。それらの結果を制約条件がある場合の isotonic regression 推定量を改良する縮小推定量の開発に応用し、simple tree order の下での isotonic regression 推定量の改良、さらに、より一般的な isotonic regression 推定量の改良を与えている。

Chang Yuan-Tsung, Shinozaki Nobuo (2019). New types of shrinkage estimators of Poisson means under the normalized squared error loss, COMMUNICATIONS IN STATISTICS—THEORY AND METHODS, VOL.48, NO. 5, 1108–1122. <https://doi.org/10.1080/03610926.2018.1423699>

2) 2020 年には母数に不等式制約条件がある場合の正規分布あるいは t 分布を想定した分布の推測において、代入法を用いるとき、 α -Divergence 損失関数の下で、Pitman closeness を評価の基準として、2014 年に確率優越評価基準で得た結果 (2 つの正規母平均と分散に対して、両方に順序制約がある場合、大きい分散を持つ母平均の分布推測に対して、制約条件を満たす推定量を代入することで、制約条件を満たさない推定量を代入した推測分布より確率的に精度がよくなる。) より広い結果 (t 分布を含んだ分布のクラス) を得た。

Chang Yuan-Tsung, Shinozaki Nobuo, William E. Strawderman (2020). Pitman closeness domination in predictive density estimation for two-ordered normal means under α -divergence loss. *Japanese Journal of Statistics and Data Science* 3,1-21. <https://doi.org/10.1007/s42081-019-00043-1>.

3) 2022年にmultiplicative Poisson モデルに従う2元分割表におけるポアソン母数の同時推定の研究を行い、行毎にあるいは列毎に指定した正の値、最小値を含め順序統計量に縮小する推定量の積 (2重縮小) を構築し、最尤推定量を改良するための十分条件を与えた。提案した推定量の相対的な改良度合を確認するための数値計算も行った。また、飽和モデルについて、connectedness、basis等の概念を新たに導入し、basisを基に定まる行比、列比により計算される行と列とが独立な場合の推定度数に向けて縮小する推定量を構築し、最尤推定量を改良するための条件を与えた。推定量を構築するためのアルゴリズム及び数値例を挙げ、通常の期待度数に向けて縮小する推定量に近い数値的結果が得られることを示した。

Chang Yuan-Tsung and Shinozaki Nobuo (2022) Simultaneous estimation of Poisson means in two-way contingency tables”, *Japanese Journal of Statistics and Data Science* 5, 577–628. <https://doi.org/10.1007/s42081-022-00169-9>

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Steland Ansgar, Chang Yuan-Tsung	4. 巻 2
2. 論文標題 Jackknife variance estimation for general two-sample statistics and applications to common mean estimators under ordered variances	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 173-217
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00034-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Shih Jia-Han, Konno Yoshihiko, Chang Yuan-Tsung, Emura Takeshi	4. 巻 53
2. 論文標題 Estimation of a common mean vector in bivariate meta-analysis under the FGM copula	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Statistics	6. 最初と最後の頁 673-695
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/02331888.2019.1581782	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki & William E. Strawderman	4. 巻 Online first Article
2. 論文標題 Pitman Closeness Domination in Predictive Density Estimation for Two ordered Normal means under -Divergence Loss	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 1
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00043-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki	4. 巻 5
2. 論文標題 New types of shrinkage estimators of Poisson means under the normalized squared error loss	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics-Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 1108-1122
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2018.1423699	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki & William E. Strawderman	4. 巻 3
2. 論文標題 Pitman Closeness Domination in Predictive Density Estimation for Two Ordered Normal Means under -Divergence Loss	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 1- 21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00043-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ansgar Steland & Chang Yuan-Tsung	4. 巻 40
2. 論文標題 High-Confidence Nonparametric Fixed-Width Uncertainty Intervals and Applications to Projected High-Dimensional Data and Common Mean Estimation.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Sequential Analysis	6. 最初と最後の頁 97-124
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/07474946.2021.1847966	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jia-Han Shiha, Yoshihiko Konno, Yuan-Tsung Chang and Takeshi Emura	4. 巻 online
2. 論文標題 A class of general pretest estimators for the univariate normal mean	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Statistics-Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2021.1955384	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nanami Taketomi, Hirofumi Michimae, Yuan-Tsung Chang, Takeshi Emura	4. 巻 10
2. 論文標題 A Meta Analysis for Simultaneously Estimating Individual Means with Shrinkage, Isotonic Regression and Pretest	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Axioms	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/a15010026	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nanami Taketomi, Hirofumi Michimae, Yuan-Tsung Chang, Takeshi Emura	4. 巻 15
2. 論文標題 meta.shrinkage: An R Package for Meta-Analyses for Simultaneously Estimating Individual Means	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Algorithms	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/a15010026	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki	4. 巻 5
2. 論文標題 Simultaneous estimation of Poisson means in two-way contingency tables	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 577-628
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-022-00169-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計6件(うち招待講演 0件/うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Chang Yuan-Tsung & Shinozaki Nobuo
2. 発表標題 A Wilder Class of Estimators of Positive Normal Means,
3. 学会等名 ERCIM 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Chang Yuan-Tsung & Shinozaki Nobuo
2. 発表標題 A New Aspect of Estimation of Positive Normal Means, Individual and Simultaneity
3. 学会等名 IMS-APRM 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki and William E. Strawderman
2. 発表標題 Pitman Closeness Domination in Predictive Density Estimation for Two Ordered Normal Means Under alpha-Divergence Loss
3. 学会等名 ERCIM 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jia-Han Shih, Yoshihiko Konno, Chang Yuan-Tsung, Takeshi Emura
2. 発表標題 A class of general pretest estimators for the normal means
3. 学会等名 Ecosta 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Chang Yuan-Tsung, Nobuo Shinozaki and William E. Strawderman
2. 発表標題 Pitman Closeness Domination in Predictive Density Estimation for Two Ordered Normal Means Under alpha-Divergence Loss
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 張 元宗、篠崎信雄
2. 発表標題 Simultaneous estimation of Poisson means in two-way contingency tables under normalized squared error
3. 学会等名 2021年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	篠崎 信雄 (Shinozaki Nobuo) (70051886)	慶應義塾大学・理工学部(矢上)・名誉教授 (32612)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------