

令和 4 年 6 月 22 日現在

機関番号：32649

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K12811

研究課題名（和文）非期待効用関数の資産価格理論への応用

研究課題名（英文）Applications of non-expected utility to asset pricing theory

研究代表者

重田 雄樹 (Shigeta, Yuki)

東京経済大学・経済学部・准教授

研究者番号：90793331

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,200,000 円

研究成果の概要（和文）：本研究では、非期待効用理論のポートフォリオ理論、資産価格理論への応用を検討した。研究成果は大まかに分けて、（1）高次の不確実性を忌避する曖昧性回避を加味したポートフォリオ理論の検証、（2）各時点の効用間の加重比率を定める時間選好率が通常とは異なるモデルにおける資産価格理論とポートフォリオ理論への含意の検証、となる。前者においては、データからの分布の推定精度が良好ではない時に曖昧性回避が有効であることや、一種の損失回避との観測的同値性を得た。後者においては、時間選好率が内生的に定まるモデルの提案とその検証、そして時間的非整合性を加味したモデルの検証を行っている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

上記の研究成果により、投資選択理論や資産価格理論における非期待効用理論の重要性が明らかとなった。特に、本研究課題の成果により従来の古典的ファイナンス理論では再現できないような投資家の特性を意思決定モデルを介することで描写することに成功しており、投資促進制度の是非やその事後評価等において、有効な手段となりうることを期待される。また、当該研究課題で得られた成果を応用することで、現在の資産価格理論では決定打となる説明が得られていないアノマリーの検証が可能になることが期待される。

研究成果の概要（英文）：In this research project, I have conducted several applications of non-expected utility theory to portfolio theory and asset pricing theory. The aims and results of this research project are divided into two parts: ambiguity aversion and a model with time-varying subjective discount rates. In the former, I found that an optimal portfolio with ambiguity aversion tends to have good performances in empirical backtests and numerical simulations if we do not have sufficient data to estimate probability distributions. Further, I also found the observational equivalence of ambiguity aversion and some types of loss aversion. In the latter, I investigated the continuous-time model with endogenously time-varying subjective discount rates and the continuous-time model with time inconsistency.

研究分野：金融・ファイナンス

キーワード：非期待効用理論 ポートフォリオ理論 資産価格理論

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

本研究では、非期待効用関数のポートフォリオ理論ならびに資産価格理論における応用について、理論研究と実証研究を行った。非期待効用関数とは、ファイナンス研究で従来用いられてきた期待効用関数と呼ばれる意思決定基準に基づかない効用関数のことである。

### 2. 研究の目的

非期待効用関数に従う投資家が存在する場合のポートフォリオ選択や均衡資産価格を考察することにより、既存理論では説明できなかった資産価格についての事象が説明できる可能性がある。またここで考察される理論は、合理的な投資家を前提とした古典的ファイナンス理論と、市場の情動的な非効率性を強調する行動経済学的な考えの両方の側面を持つため、双方の理論を統合する新たな研究の嚆矢となることが期待される。

### 3. 研究の方法

理論的アプローチに基づき、投資家の意思決定を描写する数理モデルを構築することと、実データによる構築したモデルの定量的検証の二つを行った。

理論的アプローチでは、経済学・ファイナンスにおいて一般的な、投資家の意思決定モデリングである効用最大化問題を定式化している。この定式化では、微分方程式で特徴づけられる連続時間モデルと、差分方程式で特徴づけられる離散時間モデルの2つがあるが、本課題では導入する効用関数の特性に合わせてモデルを選択している。

定量的検証においては、実際の株式データや数値シミュレーションを用いて、最適ポートフォリオの有効性の検証を行っている。

### 4. 研究成果

本研究課題の成果は大別して下記の4つの項目としてまとめられる。

#### (1) 曖昧性回避を加味した投資家のポートフォリオの選択の定量的検証

本研究では、投資家のポートフォリオ選択問題において、曖昧性回避と呼ばれる概念を導入した場合に、投資パフォーマンスがどのように変化するかを、実際の株式データを用いた定量分析と数値シミュレーションによって検証している。曖昧性回避とは、確率そのものがわからないイベントを伴う選択肢を忌避する性質のことである。現実の投資の意思決定において、将来の資産収益率等の確率分布は未知であり、過去のデータ等により推定することが要求される。よって、現実の投資の意思決定においては確率が必ずしも明確でないようなイベントを伴う選択を行う必要があることから、曖昧性回避の概念によるモデル化が有効となりうる。

本研究で得られた結果として、a) 投資できる資産の数が多い時、もしくは b) 資産収益率の平均・分散の推定に用いるデータ数が少ない時に、曖昧性回避を加味した最適ポートフォリオの投資パフォーマンスが、他の既存の最適ポートフォリオと比較した際に、良好であることが分かった。a) と b) は、投資対象となる資産収益率の確率分布の推定精度が悪化する状況であり、そのような状況において曖昧性回避を考慮したポートフォリオの投資パフォーマンスが良好であることは、ある意味自然な結果となっている。本研究は Shigeta (2019) としてまとめられている。

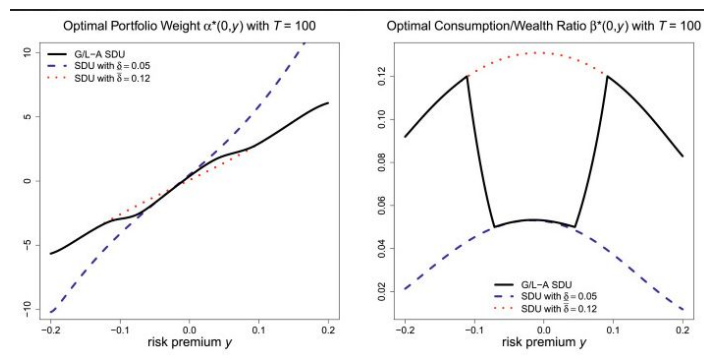
#### (2) 時間選好率が内生的に変動する投資家の意思決定モデル

本研究では、投資家の動的な消費と投資の意思決定問題において、時間選好率が内生的に変動する場合の意思決定モデルを考察した。時間選好率とは、主体の効用を経時的に割り引く際の割引率のことを指し、現在と将来の消費の評価の軽重を決定するパラメータの一つである。本研究においては、Wakai (2008) で提案された、内生的に時間選好率が変動する離散時間の意思決定モデルを連続時間モデルとして表現し、応用として消費・投資の意思決定問題がどのように通常と異なるかを検証した。Wakai (2008) では、将来の継続価値を表す効用と現在の消費から得られる効用の差によって計算される効用利得と効用損失により、内生的に時間選好率が変動する効用関数が提案されている。この効用関数では、効用損失に比べ、効用利得の方がより大きく割り引かれることから、一種の損失回避的傾向を表現している。

本研究で得られた成果として、最適な消費関数やポートフォリオ投資関数が滑らかではなくなるというものがある(図1)。通常の効用関数を最大化する投資・意思決定問題では、最適な消費・ポートフォリオの関数は滑らかな関数となる場合が多い。一方で、本研究で提案したモデルにおいては、時間選好率が変動する境界点において、最適消費・ポートフォリオ関数の滑らかさが失われている。この滑らかさが失われる現象は、状態変数の経路が連続であっても発生することから、本研究で提案している効用関数の独自性を明瞭に表現したものとなる。また、この滑らかさが失われる現象の程度の強さは、時点間代替弾力性と呼ばれるパラメータが1を上回る時により顕著になることも分かった。時点間代替弾力性とは、異なる時点における消費の代替弾力

性のことを指し、このパラメータが大きいほど投資家は現在の消費を将来の消費に代替することが容易となる。時間選好率は最適な消費系列の時点間のばらつきを決定するものであるから、時点間代替弾力性が高いほど、内生的な時間選好率の変動の影響を大きく受ける結果は自然なものである。本研究は Shigeta (2020a)としてまとめられている。

図 1



### (3) 時間的非整合性を加味した投資家の意思決定モデル

本研究では、投資家の動的な消費と投資の意思決定問題において、現在において最適な選択肢が将来において必ずしもそうではないという時間的非整合性を導入している。具体的には、Laibson (1997)で導入されている離散時間 - モデルを連続時間モデルとし、さらにリスク選好と時間選好を分離することが可能な再帰的効用関数のフレームワークを加えている。従来の - モデルでは、リスク選好と時間選好の分離がなされておらず、妥当なリスク態度と時間的非整合性による時点間の消費配分の大きな効果が両立できなかった。本研究では連続時間における再帰的効用関数に - モデルを組み合わせることで、上記の二つを両立することに成功した。また、時点間代替弾力性が1を上回るか、そうではないかで、自身の時間的非整合性を認識している個人の消費とそうではない個人の消費の大小関係が逆転することを見出している。また、上記の意思決定モデルに基づいた資産価格モデルを構築しその検討を行っている。これらの結果は Shigeta (2020b)としてまとめられており、現在査読付き学術雑誌に投稿中である。

### (4) 投資家の意思決定における曖昧性回避概念と Expectation-Based, Reference-Dependent Preferences 概念の比較

本研究では、投資家の意思決定問題において、曖昧性回避と Expectation-Based, Reference-Dependent Preferences (以降 EBRDP) の比較を行っている。EBRDP は、Kőszegi and Rabin (2007)で提案されている、損失回避を考慮した概念である。EBRDP では、参照点を基準として利得と損失を定め、利得と損失では効用に対する寄与度が異なるものとなっている。また、EBRDP の特徴的な点として、従来においては外生的に与えられることが多かった参照点が内生的に定まる構造となっている。

本研究においては、曖昧性回避と EBRDP の離散時間モデルをそれぞれ構築し、静学的な意思決定と動学的な意思決定の双方で比較を行った。まず、静学的な意思決定においては、曖昧性回避と EBRDP は観測的に同値であることが分かった。一方で、動学的な意思決定においては、最適消費関数は上記二つの選好で異なるものの、最適ポートフォリオ関数は、標準的な効用からの逸脱が小さい時には、上記二つの選好で観測的に同値となることが分かった。しかしながら、当該研究は、EBRDP の最適消費・ポートフォリオ関数の最適性について数学的に更なる検討が必要であることが判明したため、現在も研究を継続中である。

### 参考文献

- Shigeta, Y., "Ambiguity Matters If You Invest in Many Assets." (2019). Available at SSRN: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3110403>.
- Shigeta, Y., "Gain/loss asymmetric stochastic differential utility." (2020a). *Journal of Economic Dynamics and Control*. Article number 103975.
- Shigeta, Y., "Quasi-Hyperbolic Discounting under Recursive Utility and Consumption-Investment Decisions." (2020b). Available at SSRN: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3672999>.
- Kőszegi, B., and M. Rabin. "Reference-Dependent Risk Attitudes." (2007) *American Economic Review*, 97(4): 1047-1073.
- Laibson, D. "Golden eggs and hyperbolic discounting." (1997) *Quarterly Journal of Economics*, 112(2): 443-478.
- Wakai, K. "A model of utility smoothing." (2008) *Econometrica*, 76(1): 137-153.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Shigeta Yuki	4. 巻 118
2. 論文標題 Gain/loss asymmetric stochastic differential utility	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Economic Dynamics and Control	6. 最初と最後の頁 103975 ~ 103975
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jedc.2020.103975	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 Comparison of Max Min Expected Utility and Expectations Based Reference Dependent Preference in Static and Dynamic Portfolio Choice
3. 学会等名 日本ファイナンス学会第28回大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 Quasi-Hyperbolic Discounting under Recursive Utility and Consumption-Investment Decisions
3. 学会等名 東京経済大学応用ミクロ経済学セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 An Equilibrium Asset Pricing Model with Naive Diversification
3. 学会等名 2019年度第5回一橋大学経営管理研究科金融研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 Gain/Loss Asymmetric Stochastic Differential Utility
3. 学会等名 日本ファイナンス学会第27回大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 An Equilibrium Asset Pricing Model with Naive Diversification
3. 学会等名 横浜国立大学・南山大学共同ファイナンス・ワークショップ
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 重田雄樹
2. 発表標題 Ambiguity matters if you invest in many assets
3. 学会等名 日本ファイナンス学会第26回大会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------