

令和 4 年 6 月 24 日現在

機関番号：12401

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K13147

研究課題名（和文）数学者によるモデリングの漸次的進行を支える原場面の機能に関する実証的研究

研究課題名（英文）An empirical study of functions of Gen-Bamen in mathematical modelling by mathematicians

研究代表者

松崎 昭雄 (Matsuzaki, Akio)

埼玉大学・教育学部・准教授

研究者番号：10533292

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,400,000円

研究成果の概要（和文）：モデリングにおける数学の臨界について、「Grundvorstellungen」に着目すると、数学を前提とした、数学的トピックや数学的モデルの状況について確認しておくことが検討課題となる。また、数学者が扱う数学のモデルを区別することが検討課題となることを指摘した。
数学者を被験者とするモデリング調査から得られたデータをもとに、原場面を変数として採用した応用反応分析マップから、数学に関係する原場面の1つを帰結として最終的結果が導かれていたものの、被験者の専門である解析学に直接関わる数学に関係する原場面ではなかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題の核心をなす問いである「モデリングにおける数学の臨界はどこまでなのか」に対して、現実に関係する原場面と数学に関係する原場面を区別することで、数学の臨界を射程に入れた議論が可能となる。現行学習指導要領の小学校算数科と中学校数学科の解説には、中央教育審議会答申で示された「算数・数学の問題発見・解決の過程」が、算数・数学の学習のイメージとして掲載されている。【現実の世界】の部分を含む過程と【数学の世界】に含まれる過程を意識することは、算数・数学の指導者にとって必要である。さらに言えば、算数・数学科における問題解決において意識すべき世界の規定として、本研究課題が貢献することが期待できる。

研究成果の概要（英文）：In this study I discuss criticality of mathematics in modelling. Focusing on 'Grundvorstellungen' it is a issue to check status of mathematical topics and/or mathematical models. In addition, it is a issue to distinguish mathematical models treated by mathematicians. From the mathematician's mathematical modelling displayed by applied analysis mapping, it is able to see a node of a component based on mathematical experiences lead final result.

研究分野：数学教育学

キーワード：原場面 モデリング Grundvorstellungen

1. 研究開始当初の背景

現実世界の課題場面からの問題設定を通じた数学的解決では、数学化の過程を経ることになる。数学化の過程には、モデル化過程 (Blum, 1999) が内包されており、解決過程の漸次的進行の相として捉えていくことが必要である。しかし、実際には解決過程の漸次的進行にともなうモデルの変容は、解決過程の中で生成される各モデルの帰結として捉えるより他なく、相として捉えることが困難である (Blum & Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2007; Stillman, 1996; Stillman & Galbraith, 1998)。そこで、解決過程の漸次的進行を捉えるための着想として、原場面を導入した (松崎, 2001, 2008, 2015)。そして、解決過程の漸次的進行を視覚化するための手段として、教育目標の分析、解答記述などをもとにした誤答分析、学習の質的評価の手立てとして用いられている課題分析マップ (Stillman, 1996) を援用し、原場面を変数として採用し、解決過程の進行を視覚化する方法として、応用反応分析マップ (Applied response analysis mapping) を考案した (松崎, 2008; Matsuzaki, 2011)。

モデリング・サイクルには、数学の世界と数学の世界の残り (rest of the world) が示されている (Blum, 1983; Blum & Leiß, 2007)。モデリング研究では、このようなサイクルをもとに議論を展開しているが、そもそもモデリングを規定する根幹である数学の臨界について議論は十分なされていない (図1)。本研究課題の核心をなす問いは「モデリングにおける数学の臨界はどこまでなのか」というものである。解決過程の実際を視覚化する方法である応用反応分析マップには、解決者の原場面を反映させている。現実に関係する原場面と数学に関係する原場面を区別することで、数学の臨界を射程に入れたモデリングの議論が可能となる。

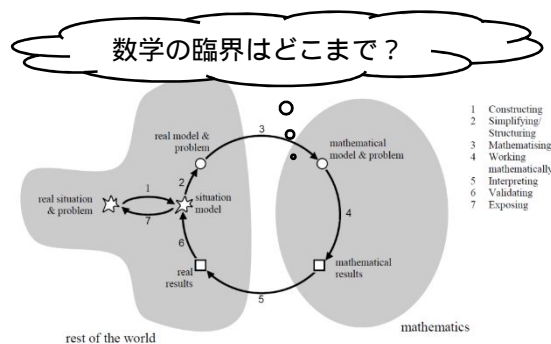


図1 Modelling cycle
(Blum & Leiß, 2007, p.225)

本研究課題では、数学者を被験者とするモデリング調査を実施し、モデリングの規定の根幹である数学の臨界を明らかにすることで、モデリング研究の新たな展開を目指している。管見によれば、現実世界の課題場面からの問題設定やモデリング研究において、数学者を被験者とする調査は国内外の数学教育研究で行われていない。モデリング・サイクルには数学の世界と数学の世界の残り (rest of the world) という2つの世界が示されているけれども、根幹である数学の臨界について議論はなされていない。本研究課題の核心をなす問いである「モデリングにおける数学の臨界はどこまでなのか」に対して、現実に関係する原場面と数学に関係する原場面を区別することで、数学の臨界を射程に入れた議論が可能となる。

現行学習指導要領の小学校算数科と中学校数学科の解説には、中央教育審議会答申で示された「算数・数学の問題発見・解決の過程」が、算数・数学の学習のイメージとして掲載されている (文部科学省, 2018)。【現実の世界】の部分を含む過程と【数学の世界】に含まれる過程を意識することは、算数・数学の指導者にとって必要であることは言うまでもない。さらに言えば、算数・数学科における問題解決において意識すべき世界の規定として、本研究課題が貢献することが期待できる。

2. 研究の目的

研究目的は、現実世界の課題場面からの問題設定を通じたモデリングにおいて、解決者である数学者が想起する原場面の機能を分類・整理することである。

(1) 現実世界の課題場面からの問題設定を通じたモデリングの漸次的進行の様相を明らかにする。現実世界の課題場面からの問題設定を取り上げる場合、解決者が設定する問題や解決のアプローチは多様であり、成功的な問題解決ばかりではない。当然、モデリング・サイクルに示されている解決過程は、理想的な解決過程や成功的な問題解決の過程であって、実際の解決過程の様相とは異なる。近年のモデリング研究では、場面モデルを組み入れたモデリングを参照することが多く、場面モデルの重要性が指摘されている (Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2007)。場面モデルは数学の世界の残りにのみ位置しているが、原場面は数学の世界にも位置するものもある。つまり、原場面は、場面モデルの射程を広げ、モデリングの実際をより詳細に捉えることを可能にした。そして、モデリングの記述的枠組みとして、考案した応用反応分析マップにより、解決過程に対する原場面の関与を視覚化することに成功した (Matsuzaki, 2011, 2014)。

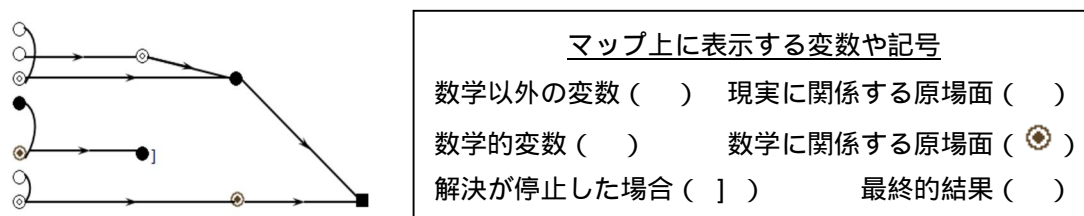


図2 A typical applied response analysis map (Matsuzaki, 2011, p.500)

(2) これまでの研究で、中後期フッサー現象学の方法のうち、志向性と「ノエシス・ノエマ」構造に注目して、モデリングにおいて原場面に着目する意義について哲学的考察を行った。そして、原場面の機能として、ノエシスの側面である作用とノエマ的側面である対象の総合的な働きである地平機能と、過去のノエシスを振り返る働きである反省機能を同定した。そして、これらの原場面の機能について、モデリングの漸次的進行に対する影響について考察した。これまでの研究で、原場面の役割については考察してきているが、解決過程の漸次的進行を支える原場面の機能については十分捉えきれていない。これまで実施してきたモデリング調査の結果より、解決者が解決に用いる数学は、各被験者が有しているであろう数学的知識・技能を超えて適用されることはない。数学者を被験者とするモデリング調査を実施することで、特に、数学に関連する原場面の役割を視点とした、原場面の機能について補完していく。

3. 研究の方法

研究方法は、数学者にモデリング調査に協力頂き、発話思考法による問題解決を依頼し、再生刺激法により事後インタビューを実施する。得られたデータをもとに、原場面を変数として採用した応用反応分析マップを作成し、質的分析を行う。被験者は、解析学を専門とする埼玉県内国立大学教員 NY である。

4. 研究成果

(1) 本研究課題の核心をなす問い「モデリングにおける数学の臨界はどこまでなのか」に対し、ドイツの Werner Blum が関わる図式を参照して、検討すべき課題について考察をおこなった。「Grundvorstellungen」は、「現実性に関連して証明すること」のはじまりとなる数学的モデルに連なるものであり、数学的トピックにまつわる個々のモデラーにとってのイメージに起因する

ものである。数学を前提とした、数学的トピックや数学的モデルの状況について確認しておくことが検討課題となる。モデル化の漸次的進行に関与する場合がある場面モデルや場面の心的表象に着目すると、各モデラーの経験への配慮が必要となる。これから、モデリングにおける数学の臨界を特定していく際、「数学者にとって数学の研究はリアル（例えば、西郷（2018）は動的なものとして表現している）であったりもする」（松崎, 2019, p.48）ため、数学者が扱う数学のモデルを区別することが検討課題となることを指摘した。

(2) 数学者 NY を被験者としてモデリング調査を実施した。数学者 NY には、発話思考法による問題解決を依頼し、再生刺激法により事後インタビューを実施した。そして、第1回目モデリング調査から得られたデータをもとに、原場面を変数として採用した応用反応分析マップを作成した（図3）。作成した応用反応分析マップから、問題解決に複数の原場面が関与し、数学に関係する原場面の1つを帰結として最終の結果が導かれていたものの、被験者の専門である解析学に直接関わる数学に関係する原場面ではなかった。

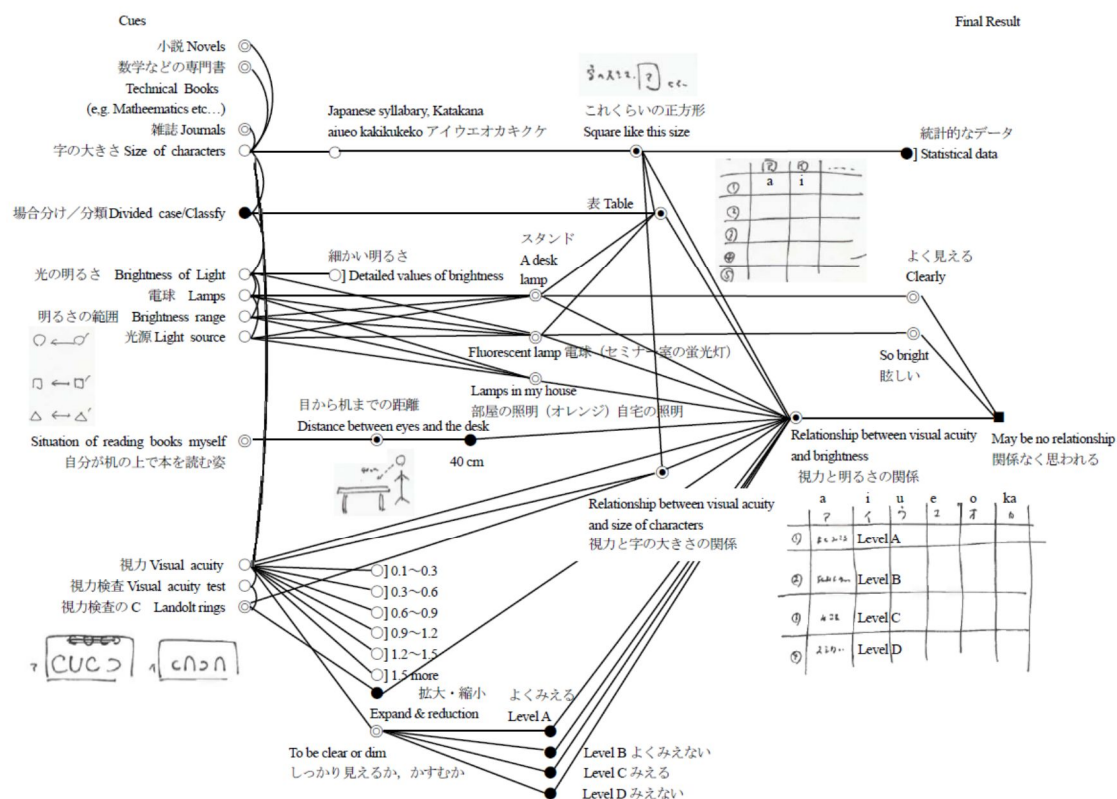


図3 第1回目モデリング調査から得られたデータにもとづく数学者 NY の応用反応分析マップ (Matsuzaki, 2019)

< 引用文献 >

松崎昭雄(2019)「モデリングにおける数学の臨界を議論する上での諸課題 - Werner Blum が関わる図式における『Grundvorstellungen』や場面モデルに着目して - 」日本数学教育学会『第7回春期研究大会論文集』, pp.43-48

Matsuzaki, A. (2019, July). A mathematician's modelling progress displayed with applied response analysis mapping, Oral Presentation at the 19th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications. Government of the Hong Kong Special Administrative Region of the People's Republic of China.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kazuhiko Imai & Akio Matsuzaki	4. 巻 7
2. 論文標題 How do lower secondary school students sharing the models tackle in collaborative modelling using ICT? Focusing on a modelling lesson with digital textbook and GeoGebra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Research on Mathematics and Science Education	6. 最初と最後の頁 11-20
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計14件（うち招待講演 2件/うち国際学会 3件）

1. 発表者名 松崎昭雄
2. 発表標題 モデリング・サイクルにもとづく中学校数学科授業に関する一考察 - 「小指ギャップ」の研究授業の構想と実際に焦点をあてて -
3. 学会等名 日本数学教育学会第8回春期研究大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松崎昭雄
2. 発表標題 数学的モデリングにおける児童・生徒の思考を視覚化する方法 - 原場面への着目と応用反応分析マップの援用を通じて -
3. 学会等名 数学教育学会2020年度秋季例会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 本間太陽・松崎昭雄
2. 発表標題 「Grundvorstellungen」の誘発と干渉に関する一考察 - 静岡県内国立大学理系学部学生対象の数学ワークショップを事例として -
3. 学会等名 2021年度第25回数学教育学会大学院生等発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松崎 昭雄
2. 発表標題 モデリングにおける数学の臨界を議論する上での諸課題 - Werner Blumが関わる図式における「Grundvorstellungen」や場面モデルに着目して -
3. 学会等名 日本数学教育学会第7回春期研究大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 本間太陽・松崎昭雄
2. 発表標題 統計的確率に対する「Grundvorstellungen」の役割 - さいころの目の出方を例とした調査をもとに -
3. 学会等名 2020年度第24回数学教育学会大学院生等発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 今井彦彦・松崎昭雄
2. 発表標題 協働的モデリングを促進する対立・止揚の成立条件の検証 - 中埜肇氏の「弁証法の理想形」にもとづいて -
3. 学会等名 2020年度第24回数学教育学会大学院生等発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Akio Matsuzaki
2. 発表標題 A Mathematician's Modelling Progress Displayed with Applied Response Analysis Mapping
3. 学会等名 19th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松崎 昭雄
2. 発表標題 摂動に着目したモデルとデータの相違 - 「桜の開花予想」の指導を再考する事例を通して -
3. 学会等名 日本数学教育学会第6回春期研究大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菅原 悠平・並木 惇・松崎 昭雄
2. 発表標題 ジェスチャーによるロボット操作における数学的モデリングの調査に関する一考察 - 小学生対象のワークショップを事例として -
3. 学会等名 2018年度数学教育学会夏季研究会（関東エリア）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 波形 政輝・並木 惇・菅原 悠平・松崎 昭雄
2. 発表標題 ジェスチャーによるロボット操作を取り入れた小学生対象のワークショップの実践報告
3. 学会等名 2018年度数学教育学会夏季研究会（関東エリア）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 並木 惇・菅原 悠平・松崎 昭雄
2. 発表標題 ジェスチャーによるロボット操作におけるモデリングに関する一考察（2） - 大学生を対象とした実験授業を事例として -
3. 学会等名 日本科学教育学会第42回年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akio Matsuzaki
2. 発表標題 Premising Data Analysis Using Technology from the Perspective of Mathematics
3. 学会等名 The 4th International Science, Mathematics and Technology Education Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 並木 惇・松寄 昭雄
2. 発表標題 ジェスチャーによるロボット操作におけるモデリングの調査に関する一考察 - 現職教員を対象とした数学ワークショップを事例として -
3. 学会等名 2019年度第23回数学教育学会大学院生等発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Taiki Suzuki & Akio Matsuzaki
2. 発表標題 Geometric Reasoning with Dynamic Mathematical Software: Method by Gerolamo Cardano with GeoGebra and Its Explanations with Codes
3. 学会等名 The 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 松寄 昭雄	4. 発行年 2018年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 192
3. 書名 原場面に着目した数学的モデリング能力に関する研究 - フッサール現象学の方法と応用反応分析マップを援用して -	

〔産業財産権〕

〔その他〕

埼玉大学教育学部松崎昭雄研究室
<http://park.saitama-u.ac.jp/~matsuzaki/>
令和2年度馬場奨励賞（学生優秀発表論文賞）を受賞
http://www.saitama-u.ac.jp/news_archives/2021-0325-1510-9.html
埼玉大学教育学部松崎昭雄研究室
<http://park.saitama-u.ac.jp/~matsuzaki/>
令和元年度数学教育学会馬場奨励賞（学生優秀発表論文賞）を受賞
http://www.saitama-u.ac.jp/news_archives/2020-0326-1558-9.html

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------