

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 28 日現在

機関番号：50101

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2022

課題番号：18K13186

研究課題名（和文）アフリカ諸国における数学のメタファーの解明

研究課題名（英文）Unraveling the Metaphors of Mathematics in African Countries

研究代表者

須藤 絢（Sudo, Shun）

函館工業高等専門学校・一般系・准教授

研究者番号：90780693

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：アフリカ諸国の低い数学学力の背景には数学的概念理解に必要なメタファーを意識した学習がなされていないのではないかと仮説のもと、正負の数の加減を取り上げ調査・分析をしてきた。その結果、正負の数の加減の習熟には、数を直線上の点とみることが出来るメタファーの形成が必要不可欠である。数直線への理解や、その見積もりが大きく影響していることが分かった。その中でも数直線の両端や真ん中を見積もる能力が重要であることが明らかになった。また、発達心理学分野における数概念の基盤を作ると言われる心的数直線を定量化する心的数直線課題を援用した調査・分析から、心的数直線の形成がなされていない可能性が示唆された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

工業化を目指す多くのアフリカ諸国において低い数学学力は喫緊の課題である。同時に、わが国の国際協力においてアフリカ諸国に対する理数科教育は重点的に取り組まれている分野である。本研究成果の社会的意義としては、アフリカ諸国に対し、その低い数学学力の背景の一端を明らかにし、アフリカ諸国の数学教育への一助となることである。学術的意義としては、わが国の国際数学教育協力分野の研究において、これまでにない視点であるメタファーや心的数直線といった観点からの研究を実施し、生徒の概念理解の様相を定量的に明らかにする方法を提示できたことである。

研究成果の概要（英文）：Based on the hypothesis that the low level of mathematical achievement in African countries may be due to a lack of metaphorical learning necessary for understanding mathematical concepts. Therefore, we have conducted research and analysis on the addition and subtraction of positive and negative numbers. As a result, it was found that understanding and estimation of the number line, which is essential for the formation of a metaphor in which numbers can be realized as points on a straight line, have a significant impact on the learning of addition and subtraction of positive and negative numbers. The ability to estimate the ends and middle of a number line was found to be particularly important. In addition, research and analysis in support of the mental number line task, which quantifies the mental number line that is believed to form the basis of number concepts in the field of developmental psychology, suggested that the mental number line may not have been formed.

研究分野：国際数学教育協力

キーワード：メタファー 正負の数 数直線 心的数直線 アフリカ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

開発途上国における教育の質や理数科学力の向上は、国際教育協力において重点的に取り組まれている分野である。同時に、教科内容が生徒の生活と乖離しているといった課題や、西洋文化で発展を遂げてきた抽象的な科学的概念をそのまま導入することは、環境の違いから難しい場合があるという課題も報告されている(国際協力機構, 2007)。

他方で、数学的概念を理解するために、実際の事象や経験を例えに用いることがある。言いかえると、未知の概念と既知の概念の類似性に基づくメタファーを用いている。概念体系の本質はメタファーによって成り立っているという認知言語学的視座に立つと、抽象的概念を扱う数学教育におけるメタファーの意義は大きい(國岡, 2009)。

メタファーを必要とする学習の一つに正負の数とその加減が挙げられる。正負の数やその加減はそれまでの自然数、有理数といった数の概念を整数にまで広げる役割があり、その後の数学学習において重要な単元として位置づけられている(柳本, 1990)。また、アフリカ諸国においては、マイナスの気温がないなど、負の数のイメージ獲得の困難性が報告されている(大谷, 1995)。しかしながら、正負の数に代表される開発途上国が持つ抽象的な数学的概念理解の困難性に対して、これまでメタファーを軸とした認知言語学的視座からの研究は行われてこなかった。このような中、研究代表者はこれまで正負の数とその加減を取り上げ、身体・日常経験と「正」「負」の概念の関連性を通してアフリカ諸国の低い数学学力の原因の一端を明らかにしてきた。調査は、主に計算技能の習熟度と「正」「負」のメタファーとなり得る現実の事象(例えば上や下、利益と損失など)との関連を調査紙により調べており、計算技能の習熟度が高いほど「正」「負」に対してははっきりとしたイメージを持つことが明らかになってきた(須藤, 2015)。これらに、平成28年度科学研究費補助金(課題番号16H07397)の助成を受けた調査・分析の結果を加えた一連の研究結果から、計算技能の習熟においては算術ルールや数直線上の移動ルールに対する習熟の度合いが大きく影響しており、特に数直線に重きを置いていることが分かってきた。G.レイコフ & R.ヌーニエス(2000)によると、数学的概念を形成する概念メタファーは2種類あり、身体・日常経験から数学的概念を生み出す Grounding metaphor(基礎付けメタファー)と、ある数学的概念をもとに高度な数学的概念を生み出す Linking metaphor(関連付けメタファー)がある。これまでの研究を言い換えると、Grounding metaphor に関するアプローチしかしていない状態であり、数を直線上の点に捉えるという Linking metaphor へのアプローチがされてこなかったと捉えることが出来る。これらの背景から、数は直線上の点であるというメタファーに対してのアプローチを加えることによって、数学的概念理解と計算技能の習熟の関係までを明らかにすることができ、具体的な解決方法を得ることが出来る可能性がある。

2. 研究の目的

本研究の目的は、どのように数を直線上の点として捉えているのかを明らかにし、これまでの研究結果と合わせて計算技能の習熟に必要な概念、メタファーの特徴を捉えることである。そして、その先には、アフリカ諸国において困難性が指摘される抽象的な数学的概念理解を促進できる教授法の開発を見据えている。

3. 研究の方法

本研究は、数直線を手掛かりに計算技能の習熟に必要なメタファーを明らかにし、その先の授業実践に繋げていくものである。そのために、まずは数をどのように捉えているのかを明らかに

していく。数直線概念を理解し、その活用にたどり着くためには、それまでの二つという意味を持つ2という数字を1と3の間という順序を持った数に置き換える必要がある。本研究では、この置き換えの有無を調べるため、(McIntosh 他, 1997)の数感覚に対する調査紙を援用する。この調査紙は、整数、分数、小数、割合に対して93項目の質問があるが、本調査ではその中でも図1のような数直線を使用しているものを中心に援用し、負の数へ数直線を拡張していく。

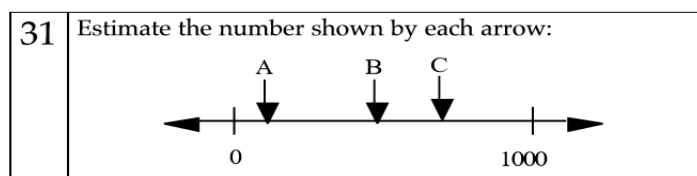
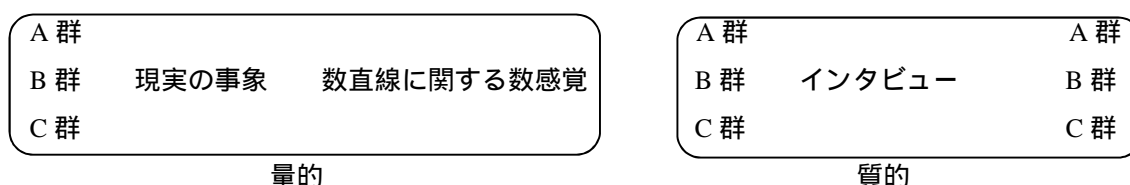


図1 Number Sense Item Bank

この調査と同時に、計算技能の習熟度合に基づき「なぜこの数字はここに位置するのか、その根拠は?」「 $-4+8$ を数直線を用いて解法を説明してください」といった半構造化インタビューを実施し、その詳細を明らかにしていく。このインタビューによって明らかにしたいことは、数をどのように捉えているのかに加え、例えば4の反対に-4があるという正負の数の加減において必要な対称性の有無である。これらの調査に、これまでの調査結果を加えることにより、現実の事象と正負の概念、数直線、数の対称性、計算技能の関係を明らかにし、どこにつまづきの原因があるのかを可視化してとることができると考えている。研究方法は、計算技能の習熟度合を指標(例えば80%以上の正答率はA群、60%~80%はB群など)に、調査紙による「正」「負」のメタファーとなる現実の事象、数直線に関する数感覚を数値化し、各群の特徴を量的に明らかにする。その後、各群の典型的な特徴を持つ生徒のインタビューデータのコーディング、カテゴリ化を通して、どのように数を捉え(例えば量なのか、位置なのか)、どのようなメタファー(例えば反対という説明を使用するのかなど)を持って数直線进行操作することが計算の習熟に必要であるかを明らかにしていく。



4. 研究成果

Sudo et al.(2019)では、正負の数の加減の計算技能と現実世界の事象を負の数のメタファーとして使うことが出来るのか、ザンビア連合共和国(以下ザンビア)の中学生を対象に実施した。その結果、正負の数の加減の正答率は低く、習熟しているとは言い難い現状が明らかになった。また、誤答例分析からは、機械的な操作による計算に終始していることが浮き彫りとなり、インタビュー調査からは、正負の数に対する適当なイメージを持っておらず、負の数の概念理解に対して難があることが分かった。また、計算の詳細に対するインタビューからは、子どもたちは数直線に頼って計算しており、数直線の習熟度が正答率に大きな影響を及ぼしていることが明らかになった。

Sudo et al.(2022)では、ザンビアにて数直線の見積もりに関する調査・分析を行った。計算テストの正答率順に、24問中24問正解の生徒A、Bの数直線の見積もり、24問中17問正解(平均的な正答率)の生徒C、Dの見積もり、24問中7問正解の生徒E、Fの数直線の見積もり方を

インタビューにより明らかにした。

生徒 A、B とともに計算テストは全問正解をしているが、数の見積もり方には大きな違いがある。インタビューの結果、生徒 A の特徴としては矢印 B が真ん中にあるので 50 もしくは 500 と答えることである。生徒 B の特徴としては、0~100 の数直線上においては、真ん中なので矢印 B を 50 とすること、100 の隣だから矢印 C を 99 と発言したことが挙げられる。そして、0~1000 の数直線に対して、当初矢印 A を 10、矢印 B を 100 としていたが、質問者の「0 と 1000 の真ん中は？」といった問いかけを受け、矢印 A : 250、矢印 B : 500、矢印 C : 650 と自身の回答を訂正した。

生徒 C の特徴としては、0~100 の真ん中であるため矢印 B が 50 と発言したことであるが、矢印 A に対しては 0 からカウントして 25 と答えた。質問者が、「0 と 50 の半分は？」と質問すると、25 と答え、数直線上に指で位置を示してもらおうと、おおむね 0 と 50 の半分を指さすことが出来た。しかしながら、再度矢印 A はいくつか聞いても、最初と変わらず 25 と答えた。何度か「0 と 50 の半分は？」「A は？」と繰り返していると、0 と 50 の半分は確かではないと回答するに至った。生徒 D の特徴としては、常に 0 からカウントすることである。0~100 の数直線では、矢印 C はすぐに 100 ではなく 90 であると訂正した。0~1000 の数直線においては、0 から 10 きざみでカウントしていき、1000 のすぐ左で 190 と発言をした。質問者の「0 と 1000 の半分は？」の質問に対しては、分からないという回答をした。

生徒 E の特徴としては、両方の数直線の矢印 B に対して、はじめは左からカウントするものの、すぐに真ん中なので矢印 B が 50、500 という発言が出てくることである。また、0~100 の数直線においては、質問者の「矢印 A が 10 に対し、矢印 C は 99？」という質問に対し、すぐに 90 と訂正をした。0~1000 の数直線においては、矢印 A に対して 0~1000 なので、大体 200 と発言している。

生徒 F (図 2 参照) の特徴としては、常に 0 からカウントをはじめることである。0~100 の数直線においては、矢印 A が 1 から始まり、1 ずつ増えていき矢印 B が 9 そして、矢印 C に関しては 100 の直前なので 99 と回答した。質問者の「0 と 100 の真ん中は？」の質問に対しては、9 と答えたが、「100 の半分は？」の質問に対しては 50 と答えた。その後、「では矢印 B は？」の質問に対しては、やはりカウントしなおし 9 と回答した。その後も、再度「0 と

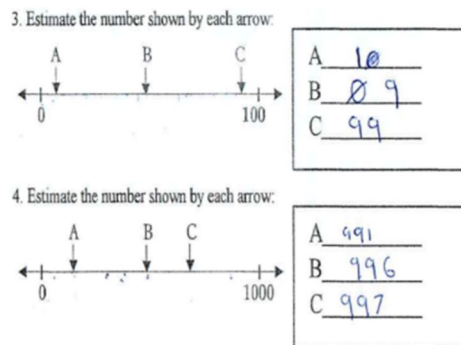


図 2 特徴的な生徒 F の見積もり

100 の半分は？」「0 と 100 の真ん中は？」と質問すると、どちらの質問に対しても 50 と回答したが、「では矢印 B は？」の質問に対しては、再度カウントしなおし 9 と答えた。0~100 の数直線においては、1000 があるので、矢印 A は 991 から始まりカウントしていった。その後、質問者の「1000 の半分は？」の質問に対しては、500 と回答し、指をさすことも出来たが、「では矢印 B は？」の質問に対しては、再度カウントしなおし 996 と回答した。

上記インタビュー後、生徒 C~F 4 名に対し数直線を用いた正負の数の加減の実験授業を実施した。その結果、計算技能は低いが見積もりが出来ていた E の成績のみが大きく上昇した。これらの調査結果から、半分という見積もりができることが、数感覚の有無に対する 1 つの判断基準として考えられる可能性が分かった。

Sudo et al.(2022)では、ウガンダ共和国を対象に、発達心理学分野における数の見積もりの測定法である心的数直線課題を援用し、数の見積もりの正確性を定量的に評価した。発達心理学

では、数直線の見積もりを以下 PAE (percent absolute value) という計算式で定量化する。

$$\text{PAE は } \frac{|\text{見積もられた数} - \text{提示数}|}{\text{数直線の範囲}} \times 100$$

例えば、図 2 のような数直線と見積もりであれば PAE=10 となる。そして、この PAE の数値が小さければ小さいほど見積もる力が高く、心的数直線の形成がなされていると定量的に捉えることができる。

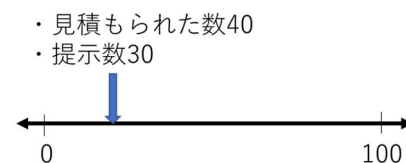


図 2 数直線課題による PAE の算出

この心的数直線の数値と計算テストの結果との相関を見た結果、PAE の値と計算テストの結果には負の相関が見られ、心的数直線の形成がなされているほど計算技能が高くなるという結果が得られた。これらのことから、数を直線上の点とみなすメタファーや心的数直線の形成がなされていないことが、アフリカ諸国の低い数学力の一端にある可能性を示すことが出来た。

研究成果

Shun Sudo, George Chileya, Anecetus Moonga, "Metaphors & Errors in Calculation Skills of Integers in Zambian Learners". Zambia Journal of Teacher Professional Growth (ZJTPG) 5(2) 1-15 Dec,2019

Shun Sudo, George Chileya, Akiko Kume, Yuichi Fujino, "Estimating Number Line as a Cause of Low Mathematics Performance in Zambia", 2022 International STEM Education Conference (iSTEM-Ed 2022),IEEE, July 6-8, 2022, Sukhothai, THAILAND

Shun Sudo, Akiko Kume, Dominic Bagenda, Yuichi Fujino, "Causes of Low Mathematics Achievement in Uganda and Exploiting ICT-based Tools in Response", 2022 International STEM Education Conference (iSTEM-Ed 2022), IEEE, July 6-8, 2022, Sukhothai, THAILAND

【参考文献】

- 1 . 国際協力事業団 (2007) . 「理数科教育協力にかかる事業経験体系化 - その理念とアプローチ - 」, 研究援助報告書
- 2 . 岡岡高宏 (2009) . 「数学教育におけるアナロジーの研究(2) - 概念メタファーによる数学学習の分析 - 」, 『数学教育学研究』, Vol.15-2. pp.17-27 .
- 3 . 柳本成一 (1990) . 「正の数・負の数の四則 - 3つの指導法の比較 - 」, 『日本数学教育学会誌』, 第72巻9号, 325-335.
- 4 . 大谷宏 (1995) . 「アフリカへの数学教育協力を考える アフリカへの国づくりへの支援方策としての理数科教育協力」, 国際協力研究誌, 通巻22号, JICA 国際協力総合研修所
- 5 . 須藤絢 (2015) . 「タンザニアの中学生が持つ「正」「負」の典型例と計算技能獲得の関連について」, 『日本認知言語学会論文集』第15巻 pp.5040-546
- 6 . George Lakoff, Rafael Núñez. (2000). Where Mathematics Come From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being
- 7 . McIntosh, A., Reys, B., Reys, R., Bana, J. and Farrell, B. (1997). Number Sense in School Mathematics. Student Performance in Four Countries. Perth: MASTE

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 久米 晶子、須藤 絢、藤野 雄一	4. 巻 2021巻1号
2. 論文標題 アフリカ諸国におけるITを用いた数直線課題支援	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本教育工学会研究報告集	6. 最初と最後の頁 7-13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.15077/jsetstudy.2021.1_7	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 須藤 絢、久米 晶子、南部 優太、藤野 雄一	4. 巻 JSET 20-1
2. 論文標題 アフリカ諸国の生徒が持つ数学学力および数感覚に関する研究	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本教育工学会研究報告集	6. 最初と最後の頁 125-130
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Shun Sudo , George Chileya , Anecetus Moonga	4. 巻 5
2. 論文標題 Metaphors & Errors in Calculation Skills of Integers in Zambian Learners	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Zambia Journal of Teacher Professional Growth (ZJTPG)	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Sudo Shun、Chileya George、Kume Akiko、Fujino Yuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Estimating Number Line as a Cause of Low Mathematics Performance in Zambia	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 2022 7th International STEM Education Conference (iSTEM-Ed)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/iSTEM-Ed55321.2022.9920818	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Sudo Shun, Kume Akiko, Bagenda Dominic, Fujino Yuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Causes of Low Mathematics Achievement in Uganda and Exploiting ICT -based Tools in Response	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 2022 7th International STEM Education Conference (iSTEM-Ed)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/iSTEM-Ed55321.2022.9920900	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 久米 晶子、須藤 絢、藤野 雄一
2. 発表標題 アフリカ諸国におけるITを用いた数直線課題支援
3. 学会等名 教育工学会研究会 STEM教育 / 一般
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 須藤 絢、久米 晶子、南部 優太、藤野 雄一
2. 発表標題 アフリカ諸国の生徒が持つ数学学力および数感覚に関する研究
3. 学会等名 日本教育工学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 渡邊 耕二、須藤 絢
2. 発表標題 ザンビアとマラウイの子どもが持つ計算技能の特徴について：負の数を含む足し算と引き算に注目して
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 須藤 絢
2. 発表標題 ザンビアの生徒が持つ整数計算技能 について～数直線の捉え方に焦点を あてて～
3. 学会等名 第50回全国数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 須藤 絢 , 渡邊 耕二
2. 発表標題 マラウイの生徒が持つ整数計算技能に関するデータ分析
3. 学会等名 第51 全国数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 須藤 絢 , Justus Sitolo Nkhata
2. 発表標題 マラウイの生徒が持つ整数計算技能について 誤答例と例えに着目して
3. 学会等名 第22回アフリカ教育研究フォーラム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 須藤 絢 , George Chileya , 山本けい子
2. 発表標題 ザンビアの生徒が持つ整数計算技能に関するデータ分析
3. 学会等名 第49回全国数学教育学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Sudo Shun, Chileya George, Kume Akiko, Fujino Yuichi
2. 発表標題 Estimating Number Line as a Cause of Low Mathematics Performance in Zambia
3. 学会等名 2022 7th International STEM Education Conference (iSTEM-Ed) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Sudo Shun, Kume Akiko, Bagenda Dominic, Fujino Yuichi
2. 発表標題 Causes of Low Mathematics Achievement in Uganda and Exploiting ICT -based Tools in Response
3. 学会等名 2022 7th International STEM Education Conference (iSTEM-Ed) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ザンビア	National Science Centre			
マラウイ	Ministry of Education			
ウガンダ	St. Michael and Thomas Primary School			