

令和 6 年 5 月 7 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2023

課題番号：18K13444

研究課題名（和文）非線形消散型波動方程式の解の大域ダイナミクス

研究課題名（英文）Global dynamics for nonlinear damped wave equations

研究代表者

戌亥 隆恭（Inui, Takahisa）

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：70814648

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、非線形消散型波動方程式の解の大域ダイナミクスについて研究を行った。特に、エネルギー保存が成り立つ分散型波動方程式で用いられてきた手法を、エネルギーが減衰する消散型波動方程式に応用する形で研究を行った。エネルギー減衰の効果をうまく引き出すことで、分散型波動方程式よりも良い性質を示すことができた。例えば、時空間ノルム評価であるストリッカーツ型評価式の指数が広く取れることや、それを用いることで消散型波動方程式の解の熱方程式の解への漸近オーダーなどを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、非線形消散型波動方程式の解の大域挙動について研究を行った。これまでも多くの研究者によって、非線形消散型波動方程式の研究は行われてきた。それらの研究では、主に空間ノルムの減衰評価を用いるなど、熱方程式や波動方程式の研究で用いられる手法が応用されて行われてきた。本研究では、分散型波動方程式における散乱理論などを応用する方向で研究を行った。従って本研究の学術的な意義は、これまで行われてきた方法とは異なる方法でも非線形消散型波動方程式の解の大域挙動の研究にアプローチできることを示したという点である。

研究成果の概要（英文）：In this study, we investigated the global dynamics of solutions to nonlinear damped wave equations. We applied the methods for dispersive equations and wave equations, whose energies are conserved, to damped wave equations, though the energy of damped wave equations is dissipative. By using dissipation effect, we got better properties than those of dispersive equations. For example, we showed that the space-time norm estimates, called Strichartz type estimates, hold for broader exponentials and we got an asymptotic order to solutions of the linear heat equation for damped wave equations.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：消散型波動方程式 大域挙動 減衰 大域ダイナミクス

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

偏微分方程式は、物理学などにおいて現象を表すモデルとして導入された、未知関数の偏導関数を含む方程式である。例えば、量子力学の基礎方程式であるシュレディンガー方程式、波の伝播を表す波動方程式、温度の拡散を表す熱方程式、電磁気学の静電場を記述するラプラス方程式など、様々な方程式がある。それらの方程式について研究することは物理学だけでなく数学的にも重要なものである。特に時間発展する現象を記述する偏微分方程式に対して、その解が時間発展したときにどのような挙動をするのかを、すなわち解の大域挙動を明らかにすることは非常に重要な問題であり、盛んに研究が行われている。モデルの多くは非線形の方程式で表され、従って非線形性を解析する必要がある。

2006年、Kenig-Merle[1]によって、凝集コンパクト性と剛性定理を用いることによって、非線形シュレディンガー方程式や非線形波動方程式の解の挙動を決定づける手法が開発された。研究代表者は、彼らの開発した凝集コンパクト性と剛性定理による手法を用いて、いくつかの非線形分散型波動方程式(上記のシュレディンガー方程式に代表される偏微分方程式のことを指す)の解の大域ダイナミクスに関する研究を行ってきた。

2. 研究の目的

研究代表者は、本研究課題を始める前に、非線形分散型波動方程式の解の大域ダイナミクスについて研究を行ってきた。分散型波動方程式とは、上で述べた通り、量子力学の基礎方程式であるシュレディンガー方程式や量子場の理論で現れるクライン-ゴルドン方程式など、分散性と呼ばれる性質を持つ方程式の総称である。これらの方程式はハミルトン形式で書かれ、従ってエネルギーが保存する方程式である。一方で、物理学などにおいては、時間が経てばエネルギーが減衰する現象もある。それらはエネルギー散逸系と呼ばれる。エネルギー散逸系といっても様々な方程式があるが、本研究では、分散型波動方程式と類似な性質を持つ波動方程式に関連して、非線形消散型波動方程式を考える。本研究の目的は、エネルギーが減衰するような、非線形消散型波動方程式に関して、解が時間発展したときの挙動を調べることである。その際、エネルギー減衰による効果がどのように影響するかを調べることが重要であると考えられる。

3. 研究の方法

本研究では、非線形分散型波動方程式で用いられてきた手法を、非線形消散型波動方程式に応用する形で研究を行う。分散型波動方程式はエネルギーが保存するが、消散型ではエネルギーが減衰するため、その減衰の効果をどのように抜き出すかという方法は改めて考えなければならなかった。

4. 研究成果

(1). 消散型波動方程式に対するストリッカーツ型評価式およびそれを用いたエネルギー臨界な非線形項を持つ非線形消散型波動方程式の局所解の存在[2]

分散型波動方程式や波動方程式においては、線形解の時空間ノルムに関する評価式として、ストリッカーツ評価と呼ばれる不等式が知られている。本研究では、消散型波動方程式に関する空間ノルムの時間減衰を与える L_p - L_q 型評価式を用いて、時空間評価であるストリッカーツ型の評価式を導出した。上述の通り波動方程式においてストリッカーツ評価式は知られていたが、この波動方程式の場合の評価式よりも、消散型波動方程式のストリッカーツ型評価式は消散の影響により良くなることを示すことができた。

さらにこの消散型波動方程式の評価式を用いて、エネルギー臨界な非線形項を持つ非線形消散型波動方程式に対して、そのエネルギー空間(エネルギーが定義される関数空間)における初期値問題の局所解の存在を証明した。また、初期値のエネルギーが十分小さいならば、解は時間大域的に存在し、その解は0に減衰することを示した。

(2). 端点ストリッカーツ型評価式および解の無条件一意性[3]

(1)においてストリッカーツ型評価式を証明したが、時空間ノルムの指数がある種の臨界な場合(端点ストリッカーツ型評価式と呼ばれる)には未解決であった。そこでその端点ストリッカーツ型評価式を証明した。さらにそれを用いてエネルギー臨界な非線形項を持つ非線形消散型波動方程式がエネルギー空間において条件を余分に課すことなくエネルギー空間において一意であることを証明した。

(3) . エネルギー臨界な非線形項を持つ非線形消散型波動方程式の減衰解の漸近挙動[4]

ストリッカーズ評価式を用いることで、エネルギー臨界な非線形項を持つ非線形消散型波動方程式の減衰する解が線形熱方程式の解に漸近しながら減衰していくことを示した。またその漸近のオーダーも得た。

(4) . 非線形消散型波動方程式における非時間遅れ極限について[5]

(3)の研究の通り、消散型波動方程式は熱方程式との関連も深い。実際、熱方程式は熱流束が温度勾配に比例するという、いわゆるフーリエの法則を用いて導出される。一方で、フーリエの法則の代わりに、時間遅れの効果を取り入れたカタネオの法則を用いる事で、消散型波動方程式が得られる。逆に考えれば、時間遅れの効果を極限的に0とすれば、熱方程式が得られることになる。本研究では、エネルギー劣臨界な非線形項をもつ非線形消散型波動方程式を考え、その解が時間遅れパラメータを0にする極限を取ったときに、対応する非線形熱方程式の解に収束することを示した。このような研究は非線形分散型方程式の文脈でもすでに行われている。例えば、非線形クライン-ゴルドン方程式の光速無限大極限を考えると対応する非線形シュレディンガー方程式の解に収束することが知られている[6]。分散型波動方程式に対する議論では時間局所的な収束しかわからないが、消散型方程式では方程式の消散効果を用いることで、解が減衰する場合には時間大域的にも収束することを証明することができた。

(5) . エネルギー臨界な非線形項およびスケール不変な時間依存消散項を持つ消散型波動方程式の時間無限大における解の挙動[7,8]

(3)で述べた通り、消散項の影響で、エネルギー臨界な非線形項を持つ消散型波動方程式の解は時間無限大で熱方程式の解に漸近する。これは消散効果がそれなりに強いことを意味している。そこで、消散項の前に時間依存する係数を付けて時間によって消散効果が変わるような状況を考える研究も行われている[9,10]。大雑把に言えば、消散項の前の時間依存する係数が時間無限大で早く減衰する場合は消散効果が時間無限大ではなくなり波動方程式の解に漸近する。一方で、係数が時間無限大で遅く減衰する場合は消散効果が時間無限大でも残っており、熱方程式の解に漸近する。本研究では、スケール不変な時間依存消散項を持つエネルギー臨界な非線形消散型波動方程式を考察した。このスケール不変な時間依存消散項は、上で述べた減衰の早さ・遅さがちょうど釣り合う臨界なケースにあたる。この場合には、リュウビル変換を用いることで、リュウビル変換後の解が波動方程式の解に漸近することを証明した。さらにその漸近オーダーも明らかにすることができた。

(6) . 非線形確率消散型波動方程式の非相対論的・超相対論的極限[11]

時空ホワイトノイズを持つ2次元トーラス上の複素係数消散項を持つ非線形クライン-ゴルドン方程式を考え、その非相対論的極限と超相対論的極限の収束について研究を行った。非相対論的極限とは光速を無限大にする極限である。超相対論的極限は消散項の前の係数を複素係数から実係数にする極限である。この研究により、物理学で知られていた極限操作を繰り込み法によって数学的に正当化することができた。

(7) . 1次元空間上のデルタ関数をポテンシャルに持つ非線形シュレディンガー方程式の大域ダイナミクス[12,13,14,15]

閾値における解の大域ダイナミクスを調べる手法を確立するため、1次元空間上のデルタ関数をポテンシャルに持つ非線形シュレディンガー方程式の大域ダイナミクスの研究を行った。この研究により、奇関数解、偶関数解、一般的な解に対する、閾値における解の大域ダイナミクスを明らかにした。

消散型波動方程式の解の大域ダイナミクスについて

エネルギー臨界な非線形項を持つ消散型波動方程式の解に対する解の大域ダイナミクスについて、2023年12月にプレプリントサーバーarXivに草稿[16]がアップされた。それによれば、この方程式の球対称な解に対して、時間無限大では解がソリトンの足し合せに漸近するという、いわゆるソリトン分解予想が証明された。

<参考文献>

- [1] Kenig, Merle, Global well-posedness, scattering and blow-up for the energy-critical, focusing, non-linear Schrödinger equation in the radial case. *Invent. Math.* 166 (2006), no.3, 645–675.
- [2] Inui, The Strichartz estimates for the damped wave equation and the behavior of solutions for the energy critical nonlinear equation, *Nonlinear Differ. Equ. Appl.* 26 (2019), no. 6, Paper No. 50, 30 pp.
- [3] Inui, Wakasugi, Unconditional well-posedness for the energy-critical nonlinear damped wave equation, *Journal of Evolution Equations.* 21 (2021), no. 4, 5171--5201.
- [4] Inui, Remark on asymptotic order for the energy critical nonlinear damped wave equation to the linear heat equation via the Strichartz estimates, *Advances in harmonic analysis and partial differential equations*, 253–262, *Trends Math.*, Birkhäuser/Springer, Cham, [2020], ©2020.
- [5] Inui, Machihara, Non-delay limit in the energy space from the nonlinear damped wave equation to the nonlinear heat equation, *Journal of Hyperbolic Differential Equations*, 19, (2022) No. 03, pp. 407–437.
- [6] Machihara, Nakanishi, Ozawa, Nonrelativistic limit in the energy space for nonlinear Klein-Gordon equations, *Math. Ann.* 322 (2002), no.3, 603–621.
- [7] Inui, Mizutani, Scattering and asymptotic order for the wave equations with the scale-invariant damping and mass, *Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA*, 28 (2021), no. 1, Paper No. 8, 33 pp.
- [8] Inui, Mizutani, Remarks on asymptotic order for the linear wave equation with the scale-invariant damping and mass with L^r -data, *Proc. Amer. Math. Soc.* 149 (2021), no. 8, 3473–3484.
- [9] Wirth, Wave equations with time-dependent dissipation. I. Non-effective dissipation, *J. Differential Equations* 222 (2006), no.2 487–514.
- [10] Wirth, Wave equations with time-dependent dissipation. II. Effective dissipation, *J. Differential Equations* 232 (2007), no.1, 74–103.
- [11] Fukuizumi, Hoshino, Inui, Non relativistic and ultra relativistic limits in 2d stochastic nonlinear damped Klein-Gordon equation, *Nonlinearity* 35 2878 (2022).
- [12] Ardila, Inui, Threshold scattering for the focusing NLS with a repulsive Dirac delta potential, *Journal of Differential Equations* 313 (2022), 54–84.
- [13] Gustafson, Inui, Threshold odd solutions to the nonlinear Schrödinger equation in one dimension, *Partial Differ. Equ. Appl.* 3, 46 (2022).
- [14] Gustafson, Inui, Threshold even solutions to the nonlinear Schrodinger equation with delta potential at high frequencies, to appear in *Discrete and Continuous Dynamical Systems (DCDS)*.
- [15] Gustafson, Inui, Scattering and Blow-up for threshold even solutions to the nonlinear Schrödinger equation with repulsive delta potential at low frequencies, preprint, arXiv:2310.08859.
- [16] Gu, Zhao, Soliton resolution for the energy critical damped wave equations in the radial case, preprint, arXiv:2401.04115v2.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 14件／うち国際共著 1件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Fukuizumi Reika, Hoshino Masato, Inui Takahisa	4. 巻 35
2. 論文標題 Non relativistic and ultra relativistic limits in 2D stochastic nonlinear damped Klein-Gordon equation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 2878 ~ 2919
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac64e0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Inui Takahisa, Machihara Shuji	4. 巻 19
2. 論文標題 Non-delay limit in the energy space from the nonlinear damped wave equation to the nonlinear heat equation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Hyperbolic Differential Equations	6. 最初と最後の頁 407 ~ 437
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219891622500126	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Aoki Kazuki, Inui Takahisa, Miyazaki Hayato, Mizutani Haruya, Uriya Kota	4. 巻 4
2. 論文標題 Asymptotic behavior for the long-range nonlinear Schrodinger equation on the star graph with the Kirchhoff boundary condition	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Pure and Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 287 ~ 311
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/paa.2022.4.287	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gustafson Stephen, Inui Takahisa	4. 巻 3
2. 論文標題 Threshold odd solutions to the nonlinear Schrodinger equation in one dimension	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Partial Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42985-022-00183-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahisa Inui, Yuta Wakasugi	4. 巻 21
2. 論文標題 Unconditional well-posedness for the energy-critical nonlinear damped wave equation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Evolution Equations	6. 最初と最後の頁 5171-5201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-021-00744-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Alex H. Ardila, Takahisa Inui	4. 巻 313
2. 論文標題 Threshold scattering for the focusing NLS with a repulsive Dirac delta potential	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 54-84
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2021.12.030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masaru Hamano, Takahisa Inui, Kuranosuke Nishimura	4. 巻 64
2. 論文標題 Scattering for the Quadratic Nonlinear Schrodinger System in R^5 without Mass-Resonance Condition	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Funkcialaj Ekvacioj	6. 最初と最後の頁 261-291
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1619/fesi.64.261	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Takahisa, Mizutani Haruya	4. 巻 149
2. 論文標題 Remarks on asymptotic order for the linear wave equation with the scale-invariant damping and mass with ϵ -data	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 3473 ~ 3484
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/15481	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Takahisa, Mizutani Haruya	4. 巻 28
2. 論文標題 Scattering and asymptotic order for the wave equations with the scale-invariant damping and mass	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-020-00671-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Takahisa	4. 巻 85
2. 論文標題 Asymptotic behavior of the energy critical nonlinear wave equation with a special scale invariant damping	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Role of Metrics in the Theory of Partial Differential Equations, Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 171--180
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08510171	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Takahisa	4. 巻 1
2. 論文標題 Remark on Asymptotic Order for the Energy Critical Nonlinear Damped Wave Equation to the Linear Heat Equation via the Strichartz Estimates	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Harmonic Analysis and Partial Differential Equations, Trends in Mathematics	6. 最初と最後の頁 253 ~ 262
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-58215-9_10	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Takahisa Inui, Mamoru Okamoto, Yuta Wakasugi	4. 巻 18
2. 論文標題 L^p - L^q estimates for the damped wave equation and the critical exponent for the nonlinear problem with slowly decaying data	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications on Pure & Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 1967 ~ 2008
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/cpaa.2019090	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahisa Inui	4. 巻 26
2. 論文標題 The Strichartz estimates for the damped wave equation and the behavior of solutions for the energy critical nonlinear equation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-019-0598-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahisa Inui, Nobu Kishimoto, Kuranosuke Nishimura	4. 巻 39
2. 論文標題 Scattering for a mass critical NLS system below the ground state with and without mass-resonance condition	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 6299 ~ 6353
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2019275	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計18件 (うち招待講演 15件 / うち国際学会 8件)

1. 発表者名 戌亥隆恭
2. 発表標題 1次元空間上の非線形シュレディンガー方程式に対する、閾値における奇関数解の時間挙動について
3. 学会等名 NLPDEセミナー (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 林雅行、戌亥隆恭、深谷法良
2. 発表標題 Traveling waves for a nonlinear Schrodinger system with quadratic interaction
3. 学会等名 日本数学会 2022 年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 デルタポテンシャル付き非線形シュレディンガー方程式の閾値解の大域ダイナミクスについて
3. 学会等名 第 10 回 弘前非線形方程式研究会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Non-delay limit in the energy space from the nonlinear damped wave equation to the nonlinear heat equation
3. 学会等名 線形および非線形分散型方程式の研究の進展 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 スケール不変な消散項を持つ波動方程式の解の散乱オーダー
3. 学会等名 第172回神楽坂解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takahisa Inui
2. 発表標題 Scattering and asymptotic order for the wave equations with the time-dependent scale-invariant damping
3. 学会等名 Differential Geometry, Mathematical Physics and PDE (DGMPPDE) seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 スケール不変な消散項と質量項を持つ波動方程式の散乱とその漸近オーダーについて
3. 学会等名 愛媛大学解析セミナー 第 188 回解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Scattering and asymptotic order for the wave equations with the scale-invariant damping and mass
3. 学会等名 NLPDE セミナー (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Asymptotic behavior of the energy critical nonlinear damped wave equation with a scale invariant damping
3. 学会等名 第6回神楽坂非線形波動研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takahisa Inui
2. 発表標題 The Strichartz estimates for the damped wave equation and its application to a nonlinear problem
3. 学会等名 International Workshop on "Fundamental Problems in Mathematical and Theoretical Physics" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takahisa Inui
2. 発表標題 The Strichartz estimates for the damped wave equation and its application to a nonlinear problem
3. 学会等名 The 12th International ISAAC congress (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 非線形消散型シュレディンガー方程式の漸近挙動について
3. 学会等名 第145回熊本大学応用解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takahisa Inui
2. 発表標題 Failure of scattering for a Schrodinger equation with long-range nonlinearity on star graph
3. 学会等名 Workshop on recent progress in nonlinear dispersive PDEs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 浜野大, 成亥隆恭, 西村蔵ノ輔
2. 発表標題 Scattering solutions of the quadratic NLS system without mass-resonance condition in \mathbb{R}^5
3. 学会等名 日本数学会 2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Global behavior of solutions to the energy critical nonlinear damped wave equation
3. 学会等名 The 11th MSJ-SI The Role of Metrics in the Theory of Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Endpoint Strichartz estimate for the damped wave equation and its application
3. 学会等名 The 43rd Sapporo Symposium on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Strichartz estimates for the damped wave equation and its application to the energy critical nonlinear problem
3. 学会等名 Workshop Dispersive properties of Schroedinger and wave equations with perturbation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 成亥隆恭
2. 発表標題 Strichartz estimates for the damped wave equation and its application to the nonlin- ear problem
3. 学会等名 Recent Trends in Nonlinear Partial Differential Equations and Related Problems, Scientific session of Canadian Mathematical Society (CMS) 2018 Winter Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
カナダ	University of British Columbia			
ブラジル	Universidade Federal de Minas Gerais			