

令和 5 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2022

課題番号：18K13779

研究課題名（和文）確率分布のダイナミクスに基づいた確率制御手法の高度化

研究課題名（英文）Development of Advanced Stochastic Control Methods Utilizing Probability Distributions

研究代表者

星野 健太（Hoshino, Kenta）

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号：10737498

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,700,000円

研究成果の概要（和文）：本課題は確率動的システムの制御問題を確率分布の観点から扱った解析手法および制御手法を開発することを目的としたものである。特に、制御理論における最適制御問題と安定性解析と呼ばれる二つの課題に取り組んだ。最適制御問題については、確率システムの状態変数の確率分布の時間発展に着目した制御問題に取り組み、最適輸送理論に基づくWasserstein距離を評価関数とする最適制御問題について最適性条件を導出した。また、安定性解析については、有限時間安定性と呼ばれるクラスの安定性解析に取り組み、状態量が収束するまでの時間の分布の解析法を開発した。また、この手法を安全制御と呼ばれる問題に応用した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、制御工学で扱うシステムの大規模化および多様化により、確定的な枠組みでは取り扱いの難しいシステムの制御へのニーズが高まっている。また、深層学習における生成モデルの一部は確率動的システムとして扱われることが知られている。本課題はそのような動向に着目し、確率制御システムの制御問題について、不確実性やデータとの親和性を考慮した際に重要となる確率分布の概念に重点をおいた制御手法の開発に取り組んだ。その結果、生成モデルへと応用可能な最適性条件の導出や確率的な不確実性を伴うシステムの安全制御の手法の開発などが達成され、制御工学や関連分野への波及効果が期待できる成果が得られた。

研究成果の概要（英文）：This project aimed to develop control methods for stochastic systems with a particular focus on probability distributions associated with stochastic control systems. Mainly, it focused on optimal control problems and stability analysis. Regarding the optimal control problems, this project has established optimality conditions for steering problems of probability distributions. The cost in the optimal control problems is designed using the Wasserstein distances based on the optimal transport theory. Furthermore, this project focused on the finite-time stability of stochastic systems. The analysis developed in this project enables the analysis of the distribution of a settling time of stability. Moreover, the analysis was applied to the safe control problem, a recent control engineering topic.

研究分野：制御理論

キーワード：制御理論 確率制御 最適制御 安定性理論 最適輸送

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の背景としては、制御工学で扱うシステムの大規模化および多様化により、確定的な枠組みでは取り扱いの難しいシステムの制御へのニーズの高まりという背景があり、不確かさをより陽に扱って制御できる枠組みが必要であるという認識があった。また、もう一つの背景として深層学習における生成モデルのいくつかの手法が動的システムの考え方に基づく手法であることに着目し、それらを制御理論の観点から扱うことで理論的な性能保証が可能になるのではないかとすることも動機となり、確率分布を陽に扱う枠組みが必要であるという着想に至った。これらの動向に基づき、確率システムが持つ確率分布を陽に扱う制御手法を開発すれば、確率分布の観点から不確かさを柔軟に制御し、確率的な不確かさをより精密に制御することが可能になるのではないかと着想し、本課題を開始するにいたった。

2. 研究の目的

本課題の目的は、確率動的システムの制御問題において、対象の確率的な情報を陽に表現する要素として確率分布に着目し、システムの確率性をより直接的に制御するような制御手法を開発することである。従来の制御理論では、確率システムの期待値や分散など、確率的な情報としては一部の情報のみを考慮した制御が行われていた。しかしながら、対象の確率的な性質を詳細に知るためには確率分布そのものを扱う必要があり、期待値やモーメントなどの統計量のみでは限られた制御しか行えない。そこで、本課題では、一つ目の目的として、確率的な制御対象の確率分布の時間発展を制御する問題に取り組み、その制御手法を開発することを目的とした。そして、そのような制御手法の開発のために、近年発展が著しい最適輸送理論を制御理論に融合させた制御手法を開発することを目的とした。また、確率システムの安定性解析や安定化制御について、確率的な情報を考慮した安定性解析を開発することも目的の一つであった。安定化制御において、確率的なシステムがどの程度平衡点から離れたのちに平衡点へと収束するのかを解析することや、有限時間安定性とよばれるクラスの安定性の解析手法を開発することを目的とした。有限時間安定性は確率 1 で有限時間内に動的システムが平衡点へ到達する性質であるが、その収束にかかる時間の長さについて詳細な解析を行うことができていなかった。そこでの問題は、到達時間が確率的であり、その解析が難しいことであった。本課題では、確率分布の観点から到達時間の解析を行う手法を開発することも目的とした。

3. 研究の方法

本課題では、最適制御問題と安定性解析に取り組んだ。これらについて以下、項目別に説明する。

(1) 確率分布の最適制御問題

第一の課題として、確率的な動的システムの最適制御問題を対象とした研究を行った。この課題では、システムの状態量に伴う確率分布の時間発展を制御するための手法を開発した。従来の制御理論では、確率分布を陽に考慮することなく、状態量そのものに着目した制御を行っている。それに対して、制御問題の中に確率分布の情報を陽に取り入れた制御問題および制御手法を考える必要があった。このことを可能とするために、本課題では最適輸送理論を取り入れた制御問題および制御手法を開発することとした。最適輸送理論とは、確率分布を扱うための数学的な理論であり、確率分布の変形を物質の輸送になぞらえた方法で考えることで、確率分布の距離などを提供する理論である。本課題では、最適輸送理論に基づく確率分布の距離である Wasserstein 距離を用いて最適制御問題を定式化することで、確率分布の時間発展を制御するような問題を定式化することができた。そして、この問題に対して最適制御理論におけるポントリャーギンの最大値原理を拡張することで、確率分布の最適制御問題について最適性条件を導出した。この最適性条件は、最適輸送理論における Kantorovich の双対性定理などを組み合わせることによってその導出に成功した。本課題では、この最適制御問題を離散時間系や確率微分方程式で記述される連続時間系の場合について扱い、それらの場合について最適性条件を導出した。

(2) 安定性解析

二つ目の課題である安定性解析については、以下のような課題について研究を行った。一つ目は、確率的なシステムの有界性に関する研究である。現実の制御問題では、動的なシステムの状態量が有界であることが望ましい。一方で、確率微分方程式で記述される系では、ウィーナー過程の性質によって、状態空間の有界な部分集合の中に確率 1 で留めるような制御を行うことが難しいことが知られている。ここでは、有界な部分集合に留めることが可能となるような条件の導出を確率過程論のスピード測度や尺度関数を用いて行った。また、二つ目の内容として有限時間安

定性と呼ばれるクラスの安定性の解析手法の開発に取り組んだ。前述のように、この安定性を有するシステムは確率 1 で有限時間内に平衡点に収束する。ここでは、平衡点への到達時間の確率分布の計算法を確率過程論の First exit time problem の結果を応用することで開発した。また、ここで開発した手法を近年、制御工学で盛んに研究されている安全制御に応用し、その制御手法の開発に取り組んだ。

4. 研究成果

(1) 確率分布の最適制御問題

確率分布の最適制御問題については、以下の結果が得られた。まず、最適制御問題に Wasserstein 距離を取り入れた最適制御問題を考え、制御対象の確率分布を所望の分布に可能な限り近づけるための制御問題を考えた。そして、制御対象を連続時間および離散時間の非線形システムとして、最適制御理論におけるポントリャーギンの最大値原理を拡張して最適性条件を導出した。最適性の必要条件の導出では、最適輸送理論の Kantorovich 双対性を利用して、標準的な最適制御問題と同様の形での最適性条件の導出を行うことができた。ポントリャーギンの最大値原理との類似性により、今後の数値計算法の開発への応用が見込まれる。離散時間系については、勾配型の反復計算法が可能である。また、連続時間の確率系については、前進後退確率微分方程式 (FBSDE) によって記述された最適性条件となっており、この FBSDE の計算法と最適輸送問題の Kantorovich Potential の計算法を組み合わせたアルゴリズムの開発を行っている。また、確率分布の制御問題は、近年の深層学習における生成モデルが扱う問題と類似性を持つことを指摘し、特に正規化流とよばれる手法が確率分布の最適制御問題として扱っていることを議論した。さらに、この問題をワンウェイ型カーシェアリングの運用問題に応用し、ワンウェイ型カーシェアリングの配車の方策をこの最適制御問題に基づいて決定できることを示した。これらの成果によって、「SICE International Young Authors Award」および「計測自動制御学会 制御部門 部門奨励賞 (基礎分野)」を受賞した。

(2) 安定性解析

安定性解析については、システムの有界性や有限時間安定なシステムの解析に取り組み、以下の成果を得た。また、安全制御への応用も行っているのもそれらについても触れる。

有界性を保証するための条件

確定的なシステムでは多くの場合、状態空間の有界な部分集合に状態変数を留めるような制御を行うことが可能である。一方、連続時間確率制御系では系の状態量を確率 1 で有界な部分集合に留めることが難しい。しかしながら、制御工学では有界な集合へ留めるような要求がなされることが多い。本課題では確率系に対して有界な領域に系の状態量を留めることができるための条件の導出を行った。条件の導出に際しては、確率過程論のスピード測度や尺度関数を用いて、領域の境界から系の状態量が出ていく確率を計算し、条件を導出した。その結果、確率制御系の確率微分方程式を構成するベクトル場が一定の条件を満たす場合に、確率 1 で状態を所望の集合に留めることができることがわかった。

有限時間安定なシステムの解析と安全制御への応用

有限時間安定性と呼ばれる安定性を有するシステムについての解析手法を開発した。確率システムの場合の有限時間安定性は、確率 1 での有限時間内の平衡点への収束が保障される。しかしながら、収束にかかる時間の長さは確率的であり、その分布を知る方法がこれまでに存在しなかった。そこで、本課題では確率過程論の First exit time problem の結果を用いて、ある偏微分方程式の解として、平衡点への到達時間の確率分布が得られることを示した。また、この際に、確率微分方程式の比較定理とよばれる結果を用いることで、到達時間の確率分布は、次元の空間変数を持つ偏微分方程式を解けば求められることを示した。低次元の偏微分方程式で計算が可能となっており、計算負荷を大きくすることなく計算が可能である。また、ここで開発した解析手法を安全制御と呼ばれる問題へと応用した。安全制御は、あらかじめ与えられた制御目的を達成しつつ、システムの状態を状態空間の中であらかじめ指定された安全集合の中に留めることを要求する制御問題である。自動運転などへの応用が期待され、制御工学において注目を集めている制御問題である。研究を進めるにつれて、有限時間安定性の到達時間の解析で得られた結果が、確率系の安全制御の問題において、系の状態量が安全領域から出ていく確率への応用が可能であることが判明した。特に、安全制御では状態空間の次元が大きな大規模な系への応用が求められるが、有限時間安定性の解析において開発した手法は次元の増大に伴う計算負荷の増大を回避することができる。この特徴を利用して、次元が大きな系であっても実時間での制御入力の計算と制御を可能にするような制御アルゴリズムを開発した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Hoshino Kenta, Wang Zhuoyuan, Nakahira Yorie	4. 巻 7
2. 論文標題 Scalable Long-Term Safety Certificate for Large-Scale Systems	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 1285 ~ 1290
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2022.3233842	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Hoshino Kenta	4. 巻
2. 論文標題 On Estimate of Settling-Time Distributions of Finite-Time Stable Stochastic Systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 61th IEEE Conference on Decision and Control	6. 最初と最後の頁 1672-1677
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/CDC51059.2022.9992934	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kenta Hoshino, Kazunori Sakurama	4. 巻
2. 論文標題 Probability Distribution Control of Finite-State Markov Chains with Wasserstein Costs and Application to Operation of Car-Sharing Services	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 60th IEEE Conference on Decision and Control	6. 最初と最後の頁 6634-6639
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/CDC45484.2021.9683738	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hoshino Kenta	4. 巻
2. 論文標題 Finite-Horizon Control of Nonlinear Discrete-Time Systems with Terminal Cost of Wasserstein Distance	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the 59th IEEE Conference on Decision and Control	6. 最初と最後の頁 4268-4274
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/CDC42340.2020.9304390	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Kenta, Nishimura Yuki	4. 巻 53
2. 論文標題 Conditions of Almost Sure Boundedness and Practical Asymptotic Stability of Continuous-Time Stochastic Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IFAC-PapersOnLine	6. 最初と最後の頁 2261 ~ 2266
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ifacol.2020.12.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kenta Hoshino, Yuki Nishimura	4. 巻 52
2. 論文標題 On Stochastic Finite-Time Stabilization with Continuous State-Feedback Controllers	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IFAC-PapersOnLine	6. 最初と最後の頁 204 ~ 209
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ifacol.2019.11.779	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計15件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Hoshino Kenta, Wang Zhuoyuan, Nakahira Yorie
2. 発表標題 Scalable Long-Term Safety Certificate for Large-Scale Systems
3. 学会等名 The 2023 American Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hoshino Kenta
2. 発表標題 On Estimate of Settling-Time Distributions of Finite-Time Stable Stochastic Systems
3. 学会等名 61th IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 星野 健太, 櫻間 一徳
2. 発表標題 Wasserstein型コストに基づくワンウェイ型カーシェアリングサービスの最適制御
3. 学会等名 第64回 自動制御連合講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 星野 健太
2. 発表標題 自由エネルギーを用いた変分的アプローチによるフィルタリングについて
3. 学会等名 第64回 自動制御連合講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kenta Hoshino, Kazunori Sakurama
2. 発表標題 Probability Distribution Control of Finite-State Markov Chains with Wasserstein Costs and Application to Operation of Car-Sharing Services
3. 学会等名 60th IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kenta Hoshino, Yuki Nishimura
2. 発表標題 Conditions of Almost Sure Boundedness and Practical Asymptotic Stability of Continuous-Time Stochastic Systems
3. 学会等名 21th IFAC World Congress (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kenta Hoshino
2. 発表標題 Finite-Horizon Control of Nonlinear Discrete-Time Systems with Terminal Cost of Wasserstein Distance
3. 学会等名 59th IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 星野健太
2. 発表標題 Wasserstein距離を評価関数とする離散時間システムの最適制御問題について
3. 学会等名 第63回自動制御連合講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kenta Hoshino
2. 発表標題 A characterization of finite-time stability with density functions
3. 学会等名 18th European Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenta Hoshino
2. 発表標題 On stability analysis of non-smooth systems with density functions
3. 学会等名 12th Asian Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 星野 健太
2. 発表標題 離散時間動的システムのMonge-Kantorovich問題について
3. 学会等名 第7回制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 星野 健太
2. 発表標題 最適輸送理論に基づいた確率システムの確率分布の制御
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 星野健太
2. 発表標題 離散時間線形システムに対する最適輸送
3. 学会等名 平成30年 電気学会 電子・情報・システム部門大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 星野健太
2. 発表標題 フォッカー・プランク方程式に基づくシステム群の制御
3. 学会等名 第61回自動制御連合講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 星野健太
2. 発表標題 あるクラスのシステム群の最適輸送理論に基づいた制御
3. 学会等名 第6回 制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	カーネギーメロン大学			