

令和 6 年 6 月 14 日現在

機関番号：24506

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2023

課題番号：18K18003

研究課題名（和文）下界証明アプローチによる分岐プログラム充足アルゴリズムの研究

研究課題名（英文）On Exact Algorithms for Branching Program Satisfiability Problems by Approaches for Proving Lower Bounds

研究代表者

照山 順一（Teruyama, Junichi）

兵庫県立大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：40709862

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：理論計算機科学分野における最大の未解決問題であるP vs. NP問題の解決に向け、分岐プログラムに対する充足可能性問題のアルゴリズム設計による計算量クラス分離に関する研究を行った。主に、幅が限定された分岐プログラムに対して、下界証明技法を用いたアルゴリズム設計が行えないか検討した。本研究では、線形サイズで幅が2である分岐プログラムの充足可能性問題に対して、下界証明技法を基にした、全探索よりも真に高速なアルゴリズムを設計することに成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究での成果は計算量理論およびアルゴリズム理論の両分野に関連する成果といえる。計算量理論の分野においては、計算量クラス分離という基礎的な問題に向けた第一歩と与えた。アルゴリズム理論分野においては、分岐プログラムサイズの下界証明技法を取り入れた新しい重畳可能性判定アルゴリズムの設計技法を与えた。

研究成果の概要（英文）：To solve the P vs. NP problem, which is the most important problem in theoretical computer science, we studied the separation of computational classes by providing a satisfiability algorithm for branching programs. Mainly, we investigated designing algorithms for branching programs with constant width using the lower bound proof technique. In this research, we succeeded in designing an algorithm for the satisfiability problem of branching programs of linear size and width two. It runs faster than the brute force search and uses the lower bound proof technique as a subroutine.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：充足可能性問題 分岐プログラム 厳密アルゴリズム 回路計算量

1. 研究開始当初の背景

P vs. NP 問題とは、理論計算機科学における最大の未解決問題であり、リーマン予想など数学上の重要な問題に指定されているミレニアム懸賞問題の一つである。この問題の解決に向けた代表的な取り組みの一つが経路計算量に関する研究である。回路計算量とは、 n 変数論理関数を計算する論理回路を構成するのに必要となる素子数や段数等を評価するものである。使用する素子の種類や素子数、段数等によってさまざまなクラスが定義される。重要な計算量クラスに P/poly と呼ばれる回路クラスがある。これは、2 入力 AND, 2 入力 OR, 1 入力 NOT 素子を n の多項式個用いて構成される回路によって計算可能な論理関数のクラスである。クラス P はクラス P/poly に含まれているため、クラス NP に関する関数が P/poly で計算できないならば、NP が P を完全に含む。このような関数の存在を示すことを「P/poly と NP の分離問題」と呼ぶ。

回路計算量を用いた研究は数多く行われてきたが、P/poly と NP の分離問題の解決は遠く、制限を加えた回路クラスと NP を含むクラスである NEXP との分離ですら難しいままである。近年 Ryan Williams が提案した論理回路の充足可能性問題に対する高速アルゴリズムを与えることで計算量クラスの見分け方が注目されている。論理回路の充足可能性問題とは、与えられた n 変数論理関数が 1 を出力するような入力変数への割り当てが存在するかどうかという問題である。自明なアルゴリズムは全探索、すなわち 2^n 通りの 0/1 割り当てをすべて試すことである。Williams はある回路クラスに対する非自明なアルゴリズム、つまり全探索よりも十分に高速なアルゴリズムが存在すれば、その回路クラスと NEXP が分離されることを証明した。さらに、Williams はこの手法を用いて回路クラス ACC^0 (2 入力 AND, 2 入力 OR, 1 入力 NOT 素子を多項式個用いて構成される定数段数の回路クラス) と NEXP が分離されることを証明し、大きなブレイクスルーとなった。

論理回路と同様に論理関数を計算するモデルに分岐プログラムがある。分岐プログラムとは、非閉路付き有向グラフであり、各節・各有向枝にラベルが割り当てられている。変数への入力割当によって根からシンクまでのパスが決定され、シンクの値 (0 または 1) が分岐プログラムの出力する値となる。分岐プログラムと論理回路には深い関係があり、例えば Barrington によって、多項式サイズで幅 5 の分岐プログラムによって表現される論理関数のクラスと NC^1 と呼ばれる論理回路クラスが等しいことが示されている。クラス NC^1 はクラス ACC^0 を含む論理回路クラスで、2 入力 AND, 2 入力 OR, 1 入力 NOT 素子を多項式個用いて構成される段数が $O(\log n)$ の回路によって、計算可能な論理回路のクラスである。論理回路と同様に、分岐プログラムに対する充足可能性問題を考えることもできる。この問題は、与えられた n 変数分岐プログラムが 1 を出力するような入力割当があるかどうかを決定する問題であり、自明なアルゴリズムは全探索によるものである。

2. 研究の目的

本研究の最終目標は P/poly (制限のない多項式サイズの論理回路が計算可能なクラス) と NEXP の分離である。最終目標に向けた一歩として、既存のどの結果よりも強い回路クラス NC^1 とクラス NEXP の分離を本研究の目的とする。クラス NC^1 と多項式サイズ・幅 5 の分岐プログラムが等価であることから、多項式サイズ・幅 5 の分岐プログラムに対する充足可能性問題の非自明なアルゴリズム開発が目的となる。

3. 研究の方法

本研究の目的である多項式サイズ幅 5 の分岐プログラムに対する非自明な充足可能性判定アルゴリズム (以下、SAT アルゴリズム) の設計に向けて 2 つのアプローチから迫る。

第 1 に幅限定分岐プログラムに対する SAT アルゴリズムの開発である。本アプローチでは階層構造を持つ分岐プログラムを対象とし、まず幅 2 分岐プログラムに対する非自明な SAT アルゴリズムの設計を目指す。幅 2 分岐プログラムに関する既存結果として Yao によって下界証明が与えられており、下界証明法がアルゴリズム開発に適用できるかを検証するところから取りかかる。その後、段階的に幅を増やし、最終的に幅 5 分岐プログラムに対する SAT アルゴリズムの設計を目指す。

第 2 に長さ限定分岐プログラムに対する SAT アルゴリズムの開発である。代表者を含むグループによって k 回読み分岐プログラム (どの変数も高々 k 回呼び出される分岐プログラム) を対

する非自明な SAT アルゴリズムを与えている。本アプローチでは、この既存結果の自然な拡張として、長さ限定分岐プログラムを扱う。k 回読み分岐プログラムに対するアルゴリズムが拡張可能か、また M. Ajtai や P. Beame らによって得られている下界証明法が適用可能か検証する。近年、Williams らによって幅、長さを共に限定した分岐プログラムに対する SAT アルゴリズムと文字列操作に関する基本的かつ代表的問題である編集距離問題との関係性が示されており、幅と長さトレードオフの関係が見出されている。本アプローチによる成果から幅限定分岐プログラムに関する結果の導出も目指す。

上記のアプローチを遂行する上で、アルゴリズム設計に関する支援として計算機による例題の生成を行う。解くことが難しい例題を多く生成することにより、問題の難しさの本質を見極め、その性質を用いることで高速なアルゴリズム設計を目指す。その他にも、国内外で行われる厳密アルゴリズムや分岐プログラムに関する会議や研究集会に参加するとともに書籍も利用し、より最新の手法や結果を習得し、成果へとつなげる。

本研究の成果は国際会議や学術論文への投稿、また国内外の研究集会にて成果発表を行う。

4. 研究成果

分岐プログラムに対する非自明な SAT アルゴリズム設計の研究成果として、以下 2 つの成果が得られた。いずれも査読付き学術誌に採録・掲載されている。

(1) k 回読み分岐プログラムに対する充足可能性判定アルゴリズムの改善

k 回読み分岐プログラムとは、どの変数も高々 k 回呼び出される分岐プログラムである。研究代表者を含むグループによって、k 回読み分岐プログラムに対する充足可能性問題を解く非自明な SAT アルゴリズムが得られていた。これに対し、k=2 の場合、つまり 2 回読み分岐プログラムに対する充足可能性問題について、さらに高速な SAT アルゴリズムの開発に成功した。既存のアルゴリズムを含め、Borodin らによる下界証明技法を基に SAT アルゴリズムは構成されている。

(2) 線形サイズの幅 2 分岐プログラムに対する非自明な決定性 SAT アルゴリズム

線形サイズの幅 2 分岐プログラムに対する非自明な決定性 SAT アルゴリズムの開発に成功した。我々のアルゴリズムは幅 2 の分岐プログラムの下界証明手法を基盤としており、研究計画に挙げていた下界証明法を SAT アルゴリズム開発に適用できる新しい事例を与えることに成功した。我々のアルゴリズムは大きく 2 つのステップに分かれている。第 1 に単調分岐プログラムへの分割、第 2 に Borodin らによる下界証明技法を用いた AND と XOR からなる論理式への変換である。特に、第 2 のステップで得られる論理式の構造に注目し、総当たり探索よりも効率的に充足可能性問題を解くアルゴリズムを設計している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Tomu MAKITA, Atsuki NAGAO, Tatsuki OKADA, Kazuhisa SETO, Junichi TERUYAMA	4. 巻 E105.A
2. 論文標題 A Satisfiability Algorithm for Deterministic Width-2 Branching Programs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1298 ~ 1308
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2021EAP1120	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Nagao Atsuki, Seto Kazuhisa, Teruyama Junichi	4. 巻 64
2. 論文標題 Satisfiability Algorithm for Syntactic Read-k-times Branching Programs	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Theory of Computing Systems	6. 最初と最後の頁 1392 ~ 1407
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00224-020-09996-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Sakai Takayuki, Seto Kazuhisa, Tamaki Suguru, Teruyama Junichi	4. 巻 105
2. 論文標題 Bounded depth circuits with weighted symmetric gates: Satisfiability, lower bounds and compression	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Computer and System Sciences	6. 最初と最後の頁 87 ~ 103
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jcss.2019.04.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nagao Atsuki, Seto Kazuhisa, Teruyama Junichi	4. 巻 80
2. 論文標題 A Moderately Exponential Time Algorithm for k-IBDD Satisfiability	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 2725 ~ 2741
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00453-017-0332-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 Tomu MAKITA, Atsuki NAGAO, Tatsuki OKADA, Kazuhisa SETO, Junichi TERUYAMA
2. 発表標題 A Moderately Exponential Time Satisfiability Algorithm for Linear-Sized Deterministic Width-2 Branching Programs
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピュテーション研究会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

照山 順一 (Junichi Teruyama) - マイポータル https://researchmap.jp/teruyama
--

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------