

令和 4 年 6 月 23 日現在

機関番号：62615

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K18004

研究課題名（和文）定量的解析に基づく市場メカニズムの評価と最適化

研究課題名（英文）Evaluation and Optimization of Market Mechanisms Based on Quantitative Analysis

研究代表者

横井 優 (Yokoi, Yu)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・助教

研究者番号：60805480

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000円

研究成果の概要（和文）：本課題では、選好をもつ複数の主体が参加するマッチングマーケットの数理モデルを主な研究対象として、組合せ最適化・ゲーム理論の側面から解析を行なった。安定解の存在が保証されない下限制約付きのマッチングモデルに対して、解概念の緩和や近似的な制約充足といったアプローチを行い、近似的な意味で所望の性質を達成する効率的なアルゴリズムを設計した。また、参加者が逐次意思決定を行うことでマッチングが形成される非中央集権型のマッチングモデルを提案・解析し、計算複雑性や、得られるマッチングが安定性を満たすための条件を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

選好をともなうマッチングモデルはこれまでも盛んに研究がなされており、既に数多くの応用例をもつ。しかし実社会の問題の中には、その背景に起因した様々な付加的な要請をもつものや、既存のモデルの範疇を超えるものも数多く存在する。そしてそれらは、問題の構造上解をもたなかったり、計算量的な困難性を有していたりする。本研究で得られた新しいモデルに対する解析結果や、困難な問題に対する近似的な解法は、マッチング理論の応用可能性を高めることに貢献し得る。

研究成果の概要（英文）：In this research, we analyzed the mathematical model of matching markets involving agents with preferences from the viewpoints of combinatorial optimization and game theory.

For a matching model with lower quotas, for which the existence of a stable matching is not guaranteed, we take approaches such as relaxation of the solution concept and satisfying lower quotas approximately, and design efficient algorithms that achieve the desired properties in an approximate sense. In addition, we proposed and analyzed a decentralized matching model in which matching is formed by participants making successive decisions, and clarified the computational complexity and the conditions for the obtained matching to satisfy stability.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：マッチング アルゴリズム 組合せ最適化 近似アルゴリズム ゲーム理論 メカニズムデザイン

## 1. 研究開始当初の背景

人と組織の間のマッチングや人々への財の配分のように、選好をもつ複数の人々が参加するシステムの設計においては、参加者各々の選好を考慮して割当てや配分を適切に定める仕組み、メカニズムが必要である。メカニズムには公平性や効率性、その他個々の問題の背景に依存した要件など、様々な性質が求められるが、望ましい性質全てを満たすメカニズムは存在しないことが多くの設定において示されている。また、所望の性質を満たすメカニズムを実現するためのアルゴリズムの設計には、計算量的な困難性が伴うことも多い。このような両立困難性や計算量的困難性のもとでは、メカニズム(アルゴリズム)の性能を定量的に評価し、所望の性質を近似的に達成するようなアルゴリズムを設計することが求められる。

また、社会には参加者が流動的に変化するという動的な特性をもつマッチング市場も多く存在するが、そのようなモデルに関しての数理的な解析は十分になされていない。より多様な市場に対して計算機科学的な知見を得るために、新たなモデルの提案やその解析が必要である。

## 2. 研究の目的

本研究では、問題の性質上達成が困難な性質や、計算量的な困難性が伴う性質を、近似的に達成する効率的なアルゴリズムの設計を目指す。とくに、選好をもつ二種類の主体集合の間でのマッチング市場のモデル化である、二部マッチングモデルを中心的に扱う。このモデルでは、公平で無駄のない状況を定式化した「安定性」が主要な解概念として広く受け入れられている。標準的な設定では安定解は必ず存在し、効率的に計算できることが知られている。しかし、下限制約を導入したモデルでは安定解の存在が保証できないことや、同順位を導入したモデルでは解のサイズの最大化が計算困難(NP困難)であることが知られている。これらの問題に対して、近似的なアプローチによって解決策を与えることを目指す。また、動的なマッチング市場や、複雑な制約が課されたマッチングモデルの解析を行う。

## 3. 研究の方法

目的で挙げた題材を中心として、モデルや問題の定式化を行い、そしてその計算困難性を示したり、アルゴリズムを設計したりする。問題の組合せ的な構造を観察し、既存の解析手法が通用しない部分については、新たな手法の開発を目指す。アルゴリズム設計の際には、マッチング理論と親和性が高い、マトロイド理論や離散凸解析の手法・知見も活用する。また、様々な組合せ的な問題の解析の道具となり得る、グラフやマトロイドに関係した基礎的な問題にも取り組む。

## 4. 研究成果

参加者が申告した選好をもとに、中央機関がマッチングを決定するような中央集権型の二部マッチングモデルは、研修医の病院への配属や学生の研究室配属などに応用をもち、盛んに研究がなされている。本研究ではこのモデルに関して以下の成果を得た。

### 下限を含むマッチングモデルに対する緩和・近似アプローチ

研修医の病院への配属のように人を組織に割り当てる状況において、各組織が受入人数に関して、上限のみではなく下限を設定したいような場面が多々ある。しかし下限を導入したモデルでは、安定マッチングは必ずしも存在しないことが知られている。解が存在しないインスタンスに対処するための方針として、本研究では以下の二つを考え、それぞれ問題の性質を分析し、アルゴリズムを設計した。

- (1) ひとつ目の方針は、安定性の概念の緩和である。マッチングの安定性はブロッキングペアと呼ばれる禁止構造が存在しないことによって定義される。研修医の病院配属のような設定では、ブロッキングペアを「正当な羨望」型と「空席要求」型の二種類に分類できる。空席要求型のブロッキングペアは許容し、正当な羨望型のブロッキングペアのみを禁止したマッチングは、無羨望マッチング(または公平マッチング)と呼ばれる。Fragiadakis 等や Goto 等の論文では、全ペアが許容可能であるとき(すなわち二部完全グラフ上のマッチングのとき)には、下限付き設定でも必ず無羨望マッチングが存在し、それが耐戦略的アルゴリズムで計算できることが示されていた。本研究では、全ペア許容可能という仮定を除いたより一般的な設定において、無羨望マッチングの存在の特徴付けを与え、存在判定/計算を行うアルゴリズムを設計した。さらに、各病院が研修医の部分集合に対しても上限下限を設定できるようなモデルに対しても計算複雑度を解析し、一般の場合には NP 困難であること、および制約が一般化マトロイド構造をもつ場合には多項式時間可解であることを示した。

- (2) ふたつ目の方針は、下限制約の緩和である。各病院がもつ割当人数の下限を完璧には満たさなくとも、最大限満たすような安定マッチングを計算するという最適化問題を提案し、その解析を行なった。とくに、参加者の選好に同順位を許すように拡張されたモデルを扱った。この問題およびいくつかの特殊ケースに対して近似不可能性を示すとともに、標準的な解法よりも良い近似比を達成する耐戦略的アルゴリズムを設計した。

#### 同順位(タイ)を導入した制約付きマッチングモデルでのサイズ最大化の近似

各参加者の選好リストに同順位(タイ)を許す設定では、サイズ最大の安定マッチングを計算することはNP困難であることが知られており、Királyのアルゴリズムは現在最良の近似比である1.5近似を達成する。本研究では、この近似アルゴリズムの制約付きマッチングモデルへの拡張を行った。そして、制約がbase orderable matroidという構造を持つならば1.5-近似アルゴリズムが設計できることを示した。この結果は例えば、層族上の(階層的な)制約をもつマッチング問題に適用することができる。

また、中央集権型のマッチング以外の市場モデルの解析・メカニズム設計にも取り組み、以下のような成果を得られた。

#### 非中央集権型で動的なマッチングモデル

参加者が逐次意思決定を行うことでマッチングが決定される非中央集権型のマッチングモデルを提案し、解析を行なった。具体的には、求人者と求職者との間でのマッチング市場のように、各参加者が戦略的に行動する中でマッチングが次第に形成されていく状況をゲーム理論的にモデル化し、解析を行った。逐次的にジョブオファーを受ける求職者が、競合相手の戦略を考慮しながら諾否を決定していく状況を、展開型ゲームとして定式化し、その均衡において得られるマッチングの計算複雑度を調べた。求人者や求職者の希望リスト長という指標によって、計算複雑度が特徴付けできることを示した。さらに、形成されるマッチングが安定性を満たすオファー順の設計法を与えた。これらの結果は、動的マッチング市場での均衡が、一般には計算困難であること、および、適切な制御を加えることで安定化可能であることを表している。

#### 補助金を用いた不可分財の公平な配分

不可分な財の集合を主体の集合に公平に配分するための理論は、近年盛んに研究されている。財が不可分であるという特性上、完全に公平な(羨望のない)配分は必ずしも存在しない。そこで「補助金」を用いることによって公平性を担保しようという試みが、HalpernとShahの研究以降数多くなされている。我々の研究では、加法的とは限らない効用関数をもつ主体への、公平で効率的な配分を、できるだけ少ない量の補助金を用いて実現するメカニズムの設計を目指した。そして、主体の効用関数がマトロイドランク関数で表現できるときには、各主体に高々1単位の補助金を配ることで公平性・効率性・耐戦略性を満たすメカニズムが設計できることを示した。

また、様々な組合せ的な問題の解析の道具となり得る、グラフやマトロイドに関連した基礎的な問題にも取り組み、以下の成果を得た。

- ターミナル間パス詰め込み問題に対する増加動アルゴリズム: 無向グラフが与えられてターミナル頂点集合が指定されたときに、ターミナルを結ぶパスを辺素となるように最大本数詰め込む問題に取り組んだ。この問題に対してはその多項式時間可解性はすでに知られていたが、本研究ではより高速で直接的なアルゴリズムを提案した。
- 混合グラフ上でのマッチング構造・被覆構造: 有向枝と無向枝が混在するグラフ(混合グラフ)における、マッチング構造や被覆構造の性質についての研究を行った。これらの構造の多面的な性質を明らかにし、効率的な最適化アルゴリズムが存在することを示した。また、与えられた混合グラフをそれらの構造に均等に分割するアルゴリズムを設計した。
- 共通独立集合分割問題への一般化マトロイドアプローチ: 二つのマトロイドの共通台集合を、指定された個数の共通独立集合に分割する問題に取り組んだ。先行研究で知られていた解が存在するための十分条件のうちのいくつかを、一般化マトロイドを用いた解釈によって統一的に説明できることを示した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 2件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Fujishige Satoru, Takazawa Kenjiro, Yokoi Yu	4. 巻 63
2. 論文標題 A NOTE ON A NEARLY UNIFORM PARTITION INTO COMMON INDEPENDENT SETS OF TWO MATROIDS	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 71 ~ 77
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15807/jorsj.63.71	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yokoi Yu	4. 巻 82
2. 論文標題 Envy-Free Matchings with Lower Quotas	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 188 ~ 211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00453-018-0493-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Iwata Satoru, Yokoi Yu	4. 巻 45
2. 論文標題 Finding a Stable Allocation in Polymatroid Intersection	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematics of Operations Research	6. 最初と最後の頁 63 ~ 85
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1287/moor.2018.0976	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kawase Yasushi, Yamaguchi Yutaro, Yokoi Yu	4. 巻 7
2. 論文標題 Subgame Perfect Equilibria of Sequential Matching Games	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 ACM Transactions on Economics and Computation	6. 最初と最後の頁 1 ~ 30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3373717	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iwata Satoru, Yokoi Yu	4. 巻 -
2. 論文標題 A Blossom Algorithm for Maximum Edge-Disjoint T-Paths	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the 2020 ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms	6. 最初と最後の頁 1933 ~ 1944
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/1.9781611975994.119	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawase Yasushi, Yamaguchi Yutaro, Yokoi Yu	4. 巻 -
2. 論文標題 Computing a Subgame Perfect Equilibrium of a Sequential Matching Game	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 2018 ACM Conference on Economics and Computation	6. 最初と最後の頁 131,148
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3219166.3219200	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Berczi Kristof, Kiraly Tamas, Yamaguchi Yutaro, Yokoi Yu	4. 巻 910
2. 論文標題 Approximation by lexicographically maximal solutions in matching and matroid intersection problems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 48 ~ 53
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.tcs.2022.01.035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiromichi Goko, Kazuhisa Makino, Shuichi Miyazaki, Yu Yokoi	4. 巻 -
2. 論文標題 Maximally Satisfying Lower Quotas in the Hospitals/Residents Problem with Ties	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 39th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2022)	6. 最初と最後の頁 31:1-31:20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.STACS.2022.31	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kiralý Tamas, Yokoi Yu	4. 巻 345
2. 論文標題 Equitable partitions into matchings and coverings in mixed graphs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 112651 ~ 112651
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2021.112651	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yu Yokoi	4. 巻 -
2. 論文標題 An Approximation Algorithm for Maximum Stable Matching with Ties and Constraints	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 32nd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2021)	6. 最初と最後の頁 71:1-71:16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2021.71	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiromichi Goko, Ayumi Igarashi, Yasushi Kawase, Kazuhisa Makino, Hanna Sumita, Akihisa Tamura, Yu Yokoi, Makoto Yokoo	4. 巻 -
2. 論文標題 Fair and Truthful Mechanism with Limited Subsidy	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems 2022 (AAMAS2022)	6. 最初と最後の頁 534-542
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5555/3535850.3535911	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 横井 優
2. 発表標題 A Blossom Algorithm for Maximum Edge-Disjoint T-Paths
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yu Yokoi
2. 発表標題 Equitable Partitions into Matchings and Coverings in Mixed Graphs
3. 学会等名 The 11th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 横井 優
2. 発表標題 A Blossom Algorithm for Maximum Edge-Disjoint T-Paths
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA 2019) 離散数学とその応用研究集会2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yu Yokoi
2. 発表標題 Computing a Subgame Perfect Equilibrium of a Sequential Matching Game
3. 学会等名 The 19th ACM Conference on Economics and Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 横井 優
2. 発表標題 安定マッチング理論と展開型マッチングゲーム
3. 学会等名 第17回情報科学技術フォーラム (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 横井 優
2. 発表標題 展開型マッチングゲームにおける部分ゲーム完全均衡
3. 学会等名 日本応用数学会 2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 横井 優
2. 発表標題 選好に同順位を含むマッチングモデルでの安定解の最適化
3. 学会等名 電気通信大学 第38回情報数理工学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yu Yokoi
2. 発表標題 Approximability vs. Strategy-proofness in Stable Matching Problems with Ties
3. 学会等名 Dagstuhl Seminar (on Matching Under Preferences: Theory and Practice) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yu Yokoi
2. 発表標題 An Approximation Algorithm for Maximum Stable Matching with Ties and Constraints
3. 学会等名 The 32nd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 Yu Yokoi
2. 発表標題 Maximally Satisfying Lower Quotas in the Hospitals/Residents Problem with Ties
3. 学会等名 The 39th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関