

令和 6 年 6 月 18 日現在

機関番号：32675

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2023

課題番号：18K18122

研究課題名（和文）実代数幾何的手法を用いた最適化型信号処理の深化

研究課題名（英文）Enhancing Signal Processing Algorithms with Real-Algebraic Methods

研究代表者

山岸 昌夫（Yamagishi, Masao）

法政大学・理工学部・准教授

研究者番号：30638870

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、信号処理工学に現れるさまざまな問題に対して、推定対象の「観測情報」と「先験情報」を同時に活用する手法を発展させることを目指し、いくつかの非凸最適化問題に対する解法を検討した。具体的には、区分的連続関数の推定問題に対するアルゴリズムの提案や、ベクトルのスパース性や行列の低ランク性などの促進に有効な非凸正則化、および「非凸正則化付き最小二乗推定法」の提案などを行った。その他、スパース適応フィルタリングに現れる「スパース性を制御するパラメータの自動設計問題」を区分的二次関数の最小化問題に帰着する手法の提案も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

信号処理は、劣悪な環境で観測された信号から雑音などを取り除き、有益な情報を顕在化する処理は様々な分野で陰に陽に役立っている。著名な例として、MRI画像の撮影にかかる時間を短縮し被撮影者の負担を軽減する技術の実現やEHT Collaborationによるブラックホール撮影では、推定対象のスパース性の活用が重要な役割を果たしている。本研究の成果は、スパース性のさらなる活用を実現する基盤的な手法を与えており、スパース性を活用している既存手法に対して、推定精度の改善方法を提示している。

研究成果の概要（英文）：To develop advanced methods that simultaneously utilize observation and prior information for various problems in signal processing, we have proposed algorithmic solutions for several non-convex optimization problems. Our research achievements include (i) effective non-convex regularizations that promote sparsity in vectors and low-rankness in matrices, as well as least squares estimation with the proposed regularizations, (ii) an algorithm for estimating piecewise continuous functions, and (iii) a method for automatic design of the sparsity-controlling parameter in sparse adaptive filtering through a reduction to the minimization of piecewise quadratic functions.

研究分野：信号処理工学，最適化学

キーワード：信号処理工学 最適化学 最適化アルゴリズム

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

信号処理は、マイクやカメラなど各種測定方法により獲得した情報から雑音や歪みを取り除き、有益な情報を推定する技術であり、データサイエンス(ビッグデータ処理やグラフ構造を持つ信号の解析を含む)へ応用されている。強力な推定アルゴリズムの実現には、観測情報と合わせて、推定対象が有する先験情報を活用することが肝要であり、最先端のアルゴリズム設計では「信号処理に現れる諸問題を最適化問題として定式化する戦略」が採用されている。すなわち、

- まず、最適化問題を適切にデザインすることにより、観測情報と先験情報を最大限に活用する指針を明確化する。
- そして、最適化理論で培われてきた強力なアルゴリズム群を用いて、最適解(またはその近似)を算出するアルゴリズムを導出し、信号処理アルゴリズムとして採用する

という戦略である。

この戦略の有効性は、スパース表現に基づく信号処理にみることができる。先験情報としてスパース性(推定対象をベクトルや行列として表現した際に、ほとんどの成分がほぼ0になる性質)や(行列の)低ランク性を採用し、それらを活用するために、微分できるとは限らない ℓ_1 ノルムや核ノルムを正則化項として用いた凸最適化問題のデザインが多用されている。また、これらの問題に対する近接分離法(可微分性を仮定せず、近接写像を活用する反復解法)を用いて、信号処理アルゴリズムが導出されており、大きな推定性能向上が多数報告されている。

一方、スパース性と低ランク性の直接的な活用を目指し、 ℓ_0 擬ノルム(与えられたベクトルの非ゼロ成分の個数を返す非凸関数)や行列ランク関数を用いた最適化問題も考えられている。しかし、これらの問題は極めて困難であり、(最適解の候補となる)停留点を一つ求めることでさえも難しいものと認識されてきた。残念ながら、滑らかな非凸関数を最小化する問題を対象として、最急降下法を用いて点列を生成した状況を考えても、点列が発散する場合や、「関数値が単調に減少するにも関わらず点列が一点に収束しない場合」など病的な挙動を示し、「点列の収束先により停留点を近似すること」さえも一筋縄にはいかないことが知られていた。

2. 研究の目的

ℓ_1 ノルムや核ノルムに依拠したスパース性と低ランク性を活用するための凸最適化問題に比べ、スパース性と低ランク性をより積極的に活用できる最適化問題であり、かつ停留点や最適解への収束が保証された反復解法が構成できるものを明らかにすることを目指す。

3. 研究の方法

まず、新しい正則化関数の設計を行う。次に、正則化付きの最適化問題に対する反復解法を構成する。さらに、具体的な信号処理の問題を新しく設計した正則化付き最適化問題に帰着する。帰着した最適化問題に対する反復解法の性能を評価することにより、正則化関数の設計の妥当性やスパース性の促進効果を確認する。

スパース性を促進することを目的とした新しい正則化関数は、直感的には、その関数の形が ℓ_1 ノルムに比べて ℓ_0 擬ノルムに似ているものであることが予想される。そのため、1変数関数や2変数関数として図示し、関数の概形を観察するとともに既存のスパース性を促進することを目的とした非凸正則化関数の設計を参考にすることにした。

なお、研究開始当初は、実代数的な手法により種々の困難を解決することを目指していたが、具体的な目的関数や制約集合を持つ個別の性質に着目することにより、特定の非凸関数を正則化に用いる場合には、より平易な方法で効率的なアルゴリズムの構築が実現できる感触が得られた。そのため、実代数的な手法とは全く異なったアプローチにより、スパース性を促進する非凸正則化項の設計と活用成功している。

4. 研究成果

本研究の主な成果を以下に記載する。

(1) スパース性と低ランク性を活用するための非凸正則化付き最小二乗問題(LiGME モデル)

ベクトルのスパース性や行列の低ランク性などの促進に有効な非凸正則化を提案すると共に「非凸正則化付き最小二乗問題」を提案した(引用文献①~③)。

では、まず、 ℓ_0 擬ノルムや行列ランクに代表される「スパース性や低ランク性の直接的な評価関数」と「 ℓ_1 ノルムや核ノルムに代表される凸緩和関数」の間のパラメトリック補間となる非凸関数を提案した。次に、推定対象が変換領域で顕在化するスパース性を活用できるように、この非凸関数と線形変換との合成関数(Linearly involved Generalized Moreau Enhanced 関数, LiGME 関数)を提案した(図1参照)。さらに、LiGME 関数を正則化関数とした「正則化付き最小二乗問題(LiGME モデル)」を提案し、LiGME モデルが凸性を損なわないための条件を明らかにした。さらに、凸性が担保された条件下で、この和の最小化問題に対する大域的最適解への収束が保証された反復解法を提案した。

では、LiGME モデルに対して、複数の閉凸集合制約を新たに導入した制約付き最適化問題(Constrained LiGME モデル, cLiGME モデル)を提案し、この制約付き最適化問題が凸性を満足す

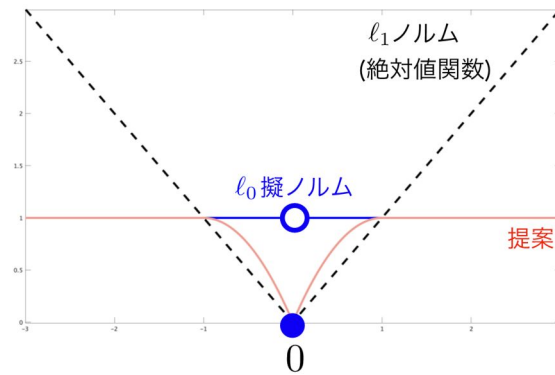


図 1. 提案した LiGME 関数の具体例 (1 変数関数の場合). 素直なスパース性の尺度である l_0 擬ノルムと広く用いられているスパース性尺度 l_1 ノルムの間には大きな乖離がある. LiGME 関数は, 乖離が小さく抑えられており, 広い範囲で l_0 擬ノルムと一致させることができる. LiGME 関数は, l_0 擬ノルムと l_1 ノルムのパラメトリックな補間となっており, l_0 擬ノルムを任意の精度で近似することができる.

るための条件を明らかにした. cLiGME モデルに対しても, 凸性が担保された条件下で, この和の最小化問題に対する大域的最適解への収束が保証された反復解法を提案した. cLiGME モデルは, 推定対象が必ず満足する条件が分かっている際には, 推定解に対してその条件を (複数の閉凸集合を活用して表現できる場合には) 厳密に課すことが可能となっている.

では, LiGME モデルや cLiGME モデルの大域的最適解の探索に重要となる「一般化 Moreau 強化行列 (GME 行列) の設計法」を新たに提案している. LiGME モデルでは, 線形変換に対し GME 行列を適切に設計することにより, 最小化問題の凸性を担保でき, 最適解への収束が保証された解法アルゴリズムの活用が可能となる. 提案した GME 行列の新設計法は, 計算時間のかかる固有値分解や反復計算を必要としないため, 反復計算を要する既存の設計法に比べて低計算量で実現可能である.

の成果は極めて高く評価していただいております, 2023 年度電子情報通信学会論文賞を受賞している.

(2) 行列ランク関数と近似同時対角化問題の非自明な関係を活用した新しい近似同時対角化アルゴリズム (ATDS 法)

当初予定していなかった成果として, 行列ランク関数と近似同時対角化問題の非自明な関係を明らかにするとともに, 近似同時対角化問題に対するアルゴリズムを提案することに成功している (引用文献). 近似同時対角化問題は, 与えられた複数の正方行列に対して, それらを同時に対角行列に近づける「共通の相似変換行列」を見つける問題であり, 与えられた複数の正方行列が持つ共通の特徴を抽出する手法として活用されている.

提案アルゴリズムの設計では, これまで活用できていなかった線形代数的知見を用いて, 「近似同時対角化問題」と「巨大行列に関する巧妙に設計された実行可能問題 (ある部分空間と低ランク行列集合との共通部分に属する行列を見つける問題)」との間の非自明な関係を明らかにしている. まず, 既存の近似同時対角化問題の定式化とは異なり, 近似同時対角化問題を二段階の問題として定式化している. 1 段階目を, 与えられた複数の正方行列を同時対角化可能な複数正方行列で近似する問題とし, 2 段階目を, 前段の問題の解として得られた複数正方行列を対角化する問題とした. これにより, 1 段階目の問題において, 同時対角化可能な複数正方行列の持つ線形代数的知見が活用可能となり, 1 段階目の問題と実行可能問題との非自明な関係の解明に至っている. この非自明な関係を活用し, 提案アルゴリズムは, 1 段階目の「複数の正方行列の近似問題」に対して実行可能問題に対する反復解法を活用し, その後, 2 段階目の「同時対角化問題」を代数的に有限回の手順で解くというアプローチを採用している (このアプローチを Approximate-Then-Diagonalize-Simultaneously 法, ATDS 法と名付けている). 最後に, 提案アルゴリズムが, 既存の近似同時対角化アルゴリズムを上回る性能を達成することを数値実験により確認している.

の成果も極めて高く評価していただいております, 2021 年度電子情報通信学会論文賞を受賞している.

<引用文献>

- Jiro Abe, Masao Yamagishi, Isao Yamada, "Linearly involved generalized Moreau enhanced models and their proximal splitting algorithm under overall convexity condition," *Inverse Problems*, Vol. 36, 035012, 2020.
- Wataru Yata, Masao Yamagishi, Isao Yamada, "A constrained LiGME model and its proximal splitting algorithm under overall convexity condition," *Journal of Applied and Numerical Optimization*, Vol. 4, Issue 2, 245-271.
- Yang Chen, Masao Yamagishi, Isao Yamada, "A unified design of generalized Moreau enhancement matrix for sparsity aware LiGME model," *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol. E106-A, No.8, pp.1025-1036, 2023.
- Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada, "Approximate simultaneous diagonalization of matrices via structured low-rank approximation," *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol. E104-A, No.4, pp.680-690, 2021.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yang Chen, Masao Yamagishi, Isao Yamada	4. 巻 E106-A
2. 論文標題 A unified design of generalized Moreau enhancement matrix for sparsity aware LiGME models	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEICE Trans. Fundamentals	6. 最初と最後の頁 1025-1036
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2022EAP1118	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Wataru Yata, Masao Yamagishi, Isao Yamada	4. 巻 4
2. 論文標題 A constrained LiGME model and its proximal splitting algorithm under overall convexity condition	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Applied and Numerical Optimization	6. 最初と最後の頁 245-271
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.23952/jano.4.2022.2.09	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yang Chen, Masao Yamagishi and Isao Yamada	4. 巻 14
2. 論文標題 A linearly involved generalized Moreau enhancement of $l_{2,1}$ -norm with application to weighted group sparse classification	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 MDPI Algorithms	6. 最初と最後の頁 312
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/a14110312	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada.	4. 巻 E105-A
2. 論文標題 A robust canonical polyadic tensor decomposition via structured low-rank matrix approximation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals	6. 最初と最後の頁 11-24
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2020EAP1138	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada.	4. 巻 E104-A
2. 論文標題 Approximate simultaneous diagonalization of matrices via structured low-rank approximation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals	6. 最初と最後の頁 680-690
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.2020EAP1062	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jiro Abe, Masao Yamagishi, Isao Yamada	4. 巻 36
2. 論文標題 Linearly involved generalized Moreau enhanced models and their proximal splitting algorithm under overall convexity condition	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Inverse Problems	6. 最初と最後の頁 035012 (36pp.)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6420/ab551e	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kuroda Hiroki, Yamagishi Masao, Yamada Isao	4. 巻 66
2. 論文標題 Exploiting Sparsity in Tight-Dimensional Spaces for Piecewise Continuous Signal Recovery	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Signal Processing	6. 最初と最後の頁 6363 ~ 6376
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TSP.2018.2876328	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 山岸 昌夫
2. 発表標題 LiGME型最小二乗推定モデルと大域的最適化アルゴリズム
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「新時代における高性能科学技術計算法の探究」(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 山崎 涼平, 赤松 茂, 山岸 昌夫
2. 発表標題 運動時系列による熟練度判定のための特徴量選択に関する一考察
3. 学会等名 画像電子学会年次大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Masao Yamagishi and Isao Yamada
2. 発表標題 A nonconvexly regularized least squares approach for sparsity aware estimation
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM)(国際学会)(国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Wataru Yata, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 A constrained linearly involved generalized Moreau enhanced model and its proximal splitting algorithm
3. 学会等名 IEEE MLSP 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yang Chen, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 A generalized Moreau enhancement of $L_{2,1}$ -norm and its application to group sparse classification
3. 学会等名 EUSIPCO 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ryota Komatsu, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 A graph regularized RPCA by generalized Moreau enhanced model
3. 学会等名 EUSIPCO 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Exploiting commutativity condition for CP decomposition via approximate simultaneous diagonalization
3. 学会等名 IEEE ICASSP 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Commutativity-Based Strategies for Reducing Canonical Decomposition to Approximate Simultaneous Diagonalization
3. 学会等名 第34回信号処理シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yunosuke Nakayama, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 What is the Ideal Extension of SVM for Multiclass Classification ?
3. 学会等名 第34回信号処理シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Kuroda, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Segmentation of Piecewise ARX Processes by Exploiting Sparsity in Tight Dimensional Spaces
3. 学会等名 European Signal Processing Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Riku Akema, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 An Alternating Projection Algorithm for Approximate Simultaneous Diagonalization
3. 学会等名 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jiro Abe, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Convexity-Edge-Preserving Signal Recovery with Linearly Involved Generalized Minimax Concave Penalty Function
3. 学会等名 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Kuroda, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Alternating minimization approach for identification of piecewise continuous Hammerstein systems
3. 学会等名 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kwangjin Jeong, Masahiro Yukawa, Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Automatic shrinkage tuning robust to input correlation for sparsity-aware adaptive filtering
3. 学会等名 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masao Yamagishi, Isao Yamada
2. 発表標題 Sparsity-aware adaptive proximal forward-backward splitting under the principle of minimal disturbance
3. 学会等名 IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------