

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 26 日現在

機関番号：12608

研究種目：挑戦的研究(萌芽)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K18718

研究課題名(和文)高頻度データの実時間解析への確率微分方程式の理論からの研究

研究課題名(英文)Application of the theory of SDE to real-time analysis of high-frequency data

研究代表者

二宮 祥一(ninomiya, syoiti)

東京工業大学・理学院・教授

研究者番号：70313377

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文):本研究の目的(1-4)のうち(1)(3)(4)についての成果を得た。(2)(4)に関してはコロナ禍における金融機関の機微データへのアクセスの問題と市場環境の変化の二つの理由により十分に検証できなかったが、その一部については数値シミュレーションで代替し理論結果を確認することはできた。目的(1)(2)(3)に関しては次の様な理論的成果を得た。1. 反復積分から生成される自由リー環の高次の基底の期待値が消えない場合を前進積分によって理論的に扱うことが可能である。2. 上記の二次の場合についての計算およびその市場における解釈。上記2. の解釈を実際に数値シミュレーションで確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

高頻度取引市場の時系列データを(拡張された)確率微分方程式(以下SDE)で記述されているものと見做してその高次反復積分の和への展開の係数として現われる確率変数で市場を調べるものと一般化できる。この一般化は人工知能の中の所謂深層学習と整合性が高い。ファイナンス理論は市場データからヘッジ戦略を記述するSDEを発見するものと見做することができるが、深層学習の深層に相当する部分はこのSDEを記述するベクトル場を時間方向に並べることに相当するからである。この知見により、今後のファイナンス理論の研究に深層学習の理論を取り込む手段の有力な候補が発見された。

研究成果の概要(英文):Of the objectives of this study (1-4), results were obtained for (1), (3), and (4). Although (2) could not be fully verified due to two reasons: the problem of access to sensitive data of financial institutions in the Corona Disaster and changes in the market environment, we were able to confirm the theoretical results by substituting numerical simulations for a part of them. The following theoretical results were obtained for objectives (1), (2), and (3). [1]It is possible to treat theoretically the case in which the expectations of the higher order basis of the free Lie algebra generated by the iterated integrals do not disappear by using the theory of forward integral. [2]Calculations for the second-order case above and their interpretation in the market. The interpretation above is actually confirmed by numerical simulations.

研究分野：確率論，数理ファイナンス，確率数値解析

キーワード：SDE mathematical finance weak approximation numerical method

1. 研究開始当初の背景

この数年で金融市場に於いて流動性の高い資産の取引はその殆どが計算機によって自動的に行なわれるようになった。市場では計算機の演算サイクル単位の時間単位の高頻度で大量の取引が行なわれる為に高速の実時間データ解析が必須となっており実務の現場では様々な手法が開発され用いられている。申請者は確率微分方程式によって記述される、あるいはそれを多少拡張したクラスの確率過程に対し、通常の相関分析に基く手法では捉えられないような特徴を実時間で探知することが理論的に期待できる統計量を発見した。

高頻度取引市場における計算機プログラムによる自動取引は近年の金融取引市場の

高頻度取引市場の時系列データを(拡張された)確率微分方程式(以下 SDE)で記述されているものであると見做してその高次反復積分の和への展開の係数として現われる確率変数で市場を調べるものと一般化できる。この 10 年で全世界的に学術的、社会的に重要な対象と考えられるようになったものに人工知能がある。上記の一般化は人工知能の中のいわゆる深層学習と整合性が高い。ファイナンス理論は市場データからヘッジ戦略を記述する SDE を発見するものと考えられるからである。この知見により、今後のファイナンス理論の研究に深層学習の理論を取り込む手段の有力な候補が発見されたと思われる。

2. 研究の目的

- (1)アルゴリズムトレードによって取引が行なわれている金融市場等で観測される高頻度且つ大量の時系列データを実時間で分析するのに資する新しい指標となる統計量を確率微分方程式の理論から系統的に作成し、それが表す「意味」を考察し、それを理論モデルの下で検討する。
- (2)その指標の有効性の実データによる検証
- (3)その指標を用いた金融派生商品の価格および金融リスク管理の理論の基礎を提案すること
- (4)その理論を実務に適用した場合の有効性の検証

3. 研究の方法

申請者はこれまで確率微分方程式の弱近似の理論について研究してきた。そこでは伊藤-Taylor 展開に基く楠岡による近似定理が決定的に重要となる。申請者はこの近似定理を実現する具体的な近似手法の発見に成功しているが、これは伊藤-Taylor 展開を抽象化した自由リー代数に値を取る確率変数を構成するというアプローチによるものである。この一連の研究に於いて申請者はこの自由リー代数の Hall 基底と呼ばれる基底に独立確率変数を割り当てるとブラウン運動とその高次の能率まで(即ち指数写像で写した先の高次の係数まで)一致するような自由リー代数值確率変数が構成できる場合のあることを発見した。この事実に触発され、与えられた SNS 次元確率過程 $SX(t) = \left(X^1(t), \dots, X^N(t) \right)$ より作成される Hall 基底に対応する確率過程を調べることで高次の情報を取り出せるのであろうというのが本研究の指導原理となる。

以上を念頭にまずは二次の Hall 基底 $(S = \left\{ \left\{ \left[i, j \right] \right\}_{i, j=1}^N \right\}_{i < j \leq N})$ の場合について考察する。さらに、金融機関の有する高頻度取引データを用いて理論化の為の指針を得る。

4. 研究成果

本研究の目的(1-4)のうち(1)(3)(4)について以下の成果を得た。

目的(2)(4)に関してはコロナ禍における金融機関の機微データへのアクセスの問題と市場環境の変化の二つの理由により十分に検証できなかった。その一部については数値シミュレーションで代替し理論結果を確認することはできた。

目的(1)(2)(3)に関しては次の様な理論的成果を得た。1. 反復積分から生成される自由リー環の高次の基底の期待値が消えない場合を前進積分によって理論的に扱うことが可能である。

2. 上記の二次の場合についての計算およびその市場における解釈。上記 2. の解釈を実際に数値シミュレーションで確認した。

本研究の遂行過程に於いて、当初予定していなかった以下の様な成果を得た。近年、人工知能の有効性が遂に社会問題として認識される迄になったが、この中で注目されている技術として、

所謂「深層学習」がある。これは、本研究の基礎となる「高頻度取引市場の時系列データを(拡張された)確率微分方程式(以下 SDE)で記述されているものであると見做してその高次反復積分の和への展開の係数として現われる確率変数で市場を調べる」という方針と整合性が高い。深層学習の深層に相当する部分はこの SDE を記述するベクトル場を時間方向に並べることに相当するからである。この対応により、我々はこれまでに無い新しい深層学習機械のアルゴリズムを発見するに至った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Ninomiya Syoiti, Shinozaki Yuji	4. 巻 26
2. 論文標題 Higher-order Discretization Methods of Forward-backward SDEs Using KLVN-scheme and Their Applications to XVA Pricing	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematical Finance	6. 最初と最後の頁 257 ~ 292
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/1350486X.2019.1637268	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 二宮 祥一	4. 巻 30
2. 論文標題 確率論的手法による確率微分方程式の高次弱近似法について	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 応用数理	6. 最初と最後の頁 8 ~ 15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/bjsiam.30.4_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------