

令和 4 年 5 月 27 日現在

機関番号：12601

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2018～2021

課題番号：18K19776

研究課題名（和文）計算論・量子物理の両面からグラフ最適化・不変量の解析による量子超越性理論の研究

研究課題名（英文）Computational and Quantum-Physical Approach to Graph Optimization and Invariants for Quantum Advantage

研究代表者

今井 浩（Imai, Hiroshi）

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

研究者番号：80183010

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000円

研究成果の概要（和文）：グラフのIsing分配関数の計算に対して、グラフ構造の複雑さを表すパラメタの中で枝幅・ランク幅に着目し、そのパラメタを用いた計算量で効率的なものを構成した。特に、パラメタが定数で抑えられるなどの場合に有効である。Ising分配関数からPotts分配関数、そして2変数グラフ不変多項式のTutte多項式へと展開し、有効閉路なしグラフ枝向き付け数に関する成果も得た。Tutte多項式の単峰性が満たされない反例も最小の例を示した。量子優越性に関して、浅層量子回路における近似量子コンピュータであるIBM量子コンピュータにおいて種々Bell不等式の破れの検証を行い、浅層量子回路での量子計算の有効性を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子コンピュータ開発のスピードが、グローバルな研究投資によって実機が使えるようになり、本研究で開発した古典・量子アルゴリズムについて、研究当初は難しかった量子コンピュータにより実験するところまで到達できている。それによって、現在のノイズのある近似量子コンピュータにおける誤差緩和手法の適用と、さらなる方向の提示もでき、当初の予想を超える研究発表を行うことができている。シミュレーションではなく、近似量子コンピュータ実機による実験を先駆的に発表することで、社会的にも量子コンピュータの時代の到来を認識できるものとなっている。

研究成果の概要（英文）：For the problem of computing the Ising partition function of a graph, we focus on graph parameters such as branch width and rank width, and present multiple efficient algorithms which are quite efficient when those parameters are relatively small. We extend computing such invariants from the Ising partition function to the Potts partition function and then to the 2-variable Tutte polynomial of the graph. We also obtain results on the number of acyclic or totally cyclic orientations by orienting each edges of the graph. The smallest counterexample in which the unimodality of the Tutte polynomial does not hold is given. With regard to quantum advantage, we verified the violation of various Bell inequalities in the IBM quantum computers. We demonstrated nonlocal quantum effects these near-term approximate quantum computers, which lead to showing the quantum advantage in shallow quantum circuits.

研究分野：量子計算

キーワード：量子計算 量子優越性 グラフ最適化 グラフ不変量 計算量理論 近似量子コンピュータ

1. 研究開始当初の背景

(研究背景:量子計算の潜在力の高さと現在の課題)

量子力学に従って動作する量子コンピュータが注目を浴びている。大規模量子コンピュータなら RSA 公開鍵暗号等を高速に破れることが 1994 年 Shor により示されて以降、社会的インパクトをもつ問題に対して、量子コンピュータが従来のコンピュータに対して優越性を示す兆候が現れてきた。しかし、近々実際に計算可能となるのは数十ビットの小規模量子コンピュータであり、実働する大規模量子コンピュータがいつできるか不明である。一方、組合せ最適化問題の近似解を高速に求める量子アニーリングが注目され、それに特化した専用量子マシンが千ビット強レベルまで実現されているが、その高速性・近似度・有効範囲などまだ不明点がある。量子計算は今不可能なことを将来可能にする力を有する可能性が見込まれるが、それを実験により実証し、理論的に証明することが解決すべき重要課題となっている。

(研究背景:量子計算の根源的課題と量子優越性の研究)

量子力学以前の力学を古典力学と呼ぶのに倣うと、この重要課題の実証版は「ある時点で、実際の量子コンピュータの計算が、古典コンピュータの計算できる範囲を凌駕すること」となり、Preskill が 2012 年に量子優越性と名づけた。この提唱は物理学での通説「古典力学システムは量子力学を効率よくシミュレートすることはできない」に挑戦するものである。2017 年後半時点で量子優越性が示せたとの主張も出てくるようになってきている。量子優越性の実証においては 2 つの難点がある。1 つは最先端量子コンピュータの構築の困難さであり、もう 1 つは古典コンピュータ側では多数ある既存研究と比較を行う必要があるという点である。

量子優越性は量子計算量理論と深く関係する。上記の難点は、計算問題が難しいことを示すにはどのアルゴリズムでも長い時間が掛かることを、易しいことを示すには 1 つ効率的なアルゴリズムを与えればよい、ことに対応している。また、計算とは何であるかに関する合意を拡張した強 Church-Turing 仮説「妥当な物理で動作するコンピュータの計算は、古典コンピュータにより、計算資源量の多項式オーダーでシミュレートできる」(Vergis et al. 1986)とも関わってくる。その物理を量子力学にした場合、上記の物理の通説と相反し、量子優越性の証明は、量的 Church-Turing 仮説が量子コンピュータでは成立しないことを意味する。

2. 研究の目的

量子力学に従って動作する量子コンピュータは、RSA 公開鍵暗号等を高速に破れることが 1994 年 Shor により示されて以降、情報社会においてインパクトをもつ問題に対して従来のコンピュータに対して優越性を本当に示すことができるのかが課題となっていた。本研究は、この課題を計算アルゴリズムと種々の計算量の観点から取り組む。

具体的には、(1) 量子優越性を、単にある時点での計算時間をもって量子優越性を議論するだけでなく、諸々の計算パラメタ・環境において調べることにより、多面的に優越性を示せる土台を広げ、(2) 次に実際に古典・量子計算において情報と物理の両分野に共通する問題群で研究代表者が先端研究をしているものを提示し、(3) その土台の上で量子非局所性などの問題群で理論的・実験的に量子優越性を示すことを目指す。

3. 研究の方法

本研究では、研究目的の項目に示した 3 ステップについて、次のように取り組む。

(1) で計算時間以外の計算量パラメタとして、量子回路の深さ・量子非局所性の反映を初めとして解の厳密性・近似精度、並列度、実時間性など多面的な種々の計算設定を体系的にまとめ、土台の上で多面的な比較ができるようにする。(2) については、研究代表者がこれまで計算アルゴリズムと量子計算モデルの観点から研究してきた Ising モデル=グラフ最大カットと Ice 型モデル=グラフ Euler 向き付けを核とした問題群とすることにより、計算量理論と統計物理の両方に共通した問題の研究を推進することが可能となる。(3) について、各計算設定において量子優越性を調べるため、量子コンピュータ側ではノイズがある汎用量子コンピュータ(近似量子コンピュータと呼ぶ)を軸に、シミュレーションや実機の利用可能性を追求して、新たな計算量尺度に関する性能解析を行う。特に近似量子最適化と Ising モデルでの最適化に関する研究を進める。量子・古典両面からアルゴリズムの設計・解析を行うことで、量子優越性の議論を精緻化することに取組み、そこでは量子状態を表現する木テンソルネットワーク・量子エンタングル度・FPT グラフアルゴリズムの関係や、PTAS/PRAS/QTAS アルゴリズムの関係を調べる研究を行う。

4. 研究成果

研究開始時点では、グラフ不変量計算に関するアルゴリズムについての成果を上げた。具体的には、基本となるグラフ構造の複雑さを表すパラメタ(木幅が有名、ここではランク幅と枝幅に

着目)して、そのパラメタを用いた計算量で効率的なものを構成した。特に、パラメタが定数で抑えられる場合には、問題は NP 困難なレベルから多項式時間アルゴリズムが存在するレベルまで引き下げることができる。不変量については、Ising 分配関数からさらに Potts 分配関数、そして 2 変数グラフ不変多項式の Tutte 多項式へと展開し、そこから Ice モデルに関連する有効閉路なしグラフ枝向き付け数に関する成果も得た。Tutte 多項式に関する 2 変数に関する単峰性が満たされない反例も、列挙計算により得て、従来より小さい反例を与えた。

量子優越性に関して、浅層量子回路における近似量子コンピュータでの実験を通して示すことを目指して、実際に IBM 量子コンピュータにおいて Bell 不等式の破れの検証を行い、その過程で現在の近似量子コンピュータの課題である誤差緩和に関する研究を新たに開始することができている。量子非局所性に関する量子グラフ状態での拡張 Bell 不等式の研究で、浅層量子回路での実験の精密な実現可能性へとつながる実験結果を得ている。

量子グラフ状態を用いて、最初に述べ Ising モデル分配関数計算を近似量子コンピュータで実験する準備もでき、これからの展開が期待できる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Hiroshi Imai, Keiko Imai and Hidefumi Hiraishi	4. 巻 36
2. 論文標題 Extended Formulations of Lower-Truncated Transversal Polymatroids	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Optimization Methods and Software	6. 最初と最後の頁 326 ~ 331
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10556788.2020.1769619	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 OLIVEIRA Farley Soares, HIRAIISHI Hidefumi, IMAI Hiroshi	4. 巻 E102.A
2. 論文標題 Revisiting the Top-Down Computation of BDD of Spanning Trees of a Graph and Its Tutte Polynomial	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1022 ~ 1027
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.E102.A.1022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Hidefumi Hiraishi, Hiroshi Imai, Sonoko Moriyama, Shuma Okamura, and Shinya Shiroshita	4. 巻 -
2. 論文標題 Smallest Counterexamples for Convexity and Log-concavity of the Tutte Polynomial	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The 11th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Oliveira Farley Soares, Hiraishi Hidefumi, Imai Hiroshi	4. 巻 346
2. 論文標題 FPT Algorithms to Enumerate and Count Acyclic and Totally Cyclic Orientations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Electronic Notes in Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 655 ~ 666
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.entcs.2019.08.057	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 F. S. Oliveira, H. Hiraishi, H. Imai	4. 巻 -
2. 論文標題 A BDD Approach to Counting Problems in Graphic Arrangements	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 The 21st Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC 2018)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 N. Shindo, H. Hiraishi, and H. Imai	4. 巻 -
2. 論文標題 Parameterized Algorithm to Compute the Partition Function of Potts Model with Branch Decomposition	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 The 21st Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC 2018)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hidefumi Hiraishi, Hiroshi Imai, Yoichi Iwata, Bingkai Lin	4. 巻 E101.A
2. 論文標題 Parameterized Algorithms to Compute Ising Partition Function	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1398 ~ 1403
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.E101.A.1398	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 Bo Yang, Rudy Raymond, Hiroshi Imai, Hyungseok Chang, Hidefumi Hiraishi
2. 発表標題 Testing Scalable Bell Inequalities for Quantum Graph States on IBM Quantum Devices
3. 学会等名 Quantum Information Processing 2021 (QIP 21) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 楊博, Rudy Raymond, 今井浩, 張亨碩, 平石秀史
2. 発表標題 Testing Scalable Bell Inequalities for Quantum Graph States on IBM Quantum Devices
3. 学会等名 情報処理学会第2回量子ソフトウェア研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 張亨碩, 平石秀史, 今井浩
2. 発表標題 The Implementation of Deutsch-Jozsa's algorithm on IBM Quantum by Bidirectional Computation
3. 学会等名 情報処理学会第2回量子ソフトウェア研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kosei Teramoto · Yang Bo (Univ. of Tokyo) · Rudy Raymond (IBM Japan) · Atsuya Hasegawa · Hiroshi Imai (Univ. of Tokyo) · Hidefumi Hiraishi (Nihon Univ.)
2. 発表標題 Experimental Realization of Quantum Non-locality on IBM Quantum Devices
3. 学会等名 IEICE Technical Group on Quantum Information Technology (QIT44)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 F. S. Oliveira, H. Hiraishi and H. Imai
2. 発表標題 FPT algorithms to enumerate and count acyclic and totally cyclic orientations
3. 学会等名 The tenth Latin and American Algorithms, Graphs and Optimization Symposium (LAGOS 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 R. Yonekura, H. Hiraishi and H. Imai
2. 発表標題 A BDD-based approach to the Ising partition function via Eulerian subgraphs
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference, Seoul, Korea (2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K. Teranishi, H. Hiraishi and H. Imai
2. 発表標題 Breakout Local Search for Finding Graph Minors
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference, Seoul, Korea (2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 R. Yonekura, H. Hiraishi and H. Imai
2. 発表標題 BDD of Eulerian subgraphs and computation of the Ising partition function
3. 学会等名 The 22nd Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation, Daejeon, Korea (2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 今井浩
2. 発表標題 最大カット問題と量子計算 --- 常識の「嘘」も考えながら
3. 学会等名 日本OR学会最適化とその応用研究部会未来を担う若手研究者の集い 2018 (招待講演) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 F. S. Oliveira, H. Hiraishi, H. Imai
2. 発表標題 Parameterized Algorithms for Tutte Polynomial Specializations in Graph Orientations
3. 学会等名 情報処理学会第172回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 寺西 寛人, 今井 浩, 平石 秀史
2. 発表標題 Simulated Quantum AnnealingとBreakout Local SearchのNP-hard問題に対する実験的な比較
3. 学会等名 情報処理学会第172回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K. Teranishi, H. Imai, H. Hiraishi
2. 発表標題 Simulated Quantum Annealing versus Breakout Local Search for Benchmark Dataset on NP-hard Problems
3. 学会等名 Asian Quantum Information Science Conference (AQIS 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 徳山 豪、小林 直樹、今井浩他	4. 発行年 2022年
2. 出版社 朝倉書店	5. 総ページ数 800
3. 書名 理論計算機科学事典 (学術分野における計算理論の応用担当)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Asian Quantum Information Science Conference (AQIS)	開催年 2021年～2021年
---	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------