

研究種目：基盤研究（A）
研究期間：2007～2010
課題番号：19204002
研究課題名（和文）数論・幾何の新展開：数論的トポロジー、圏論的数論幾何、アルゴリズム
研究課題名（英文）New developments of arithmetic and geometry:
arithmetic topology, categorical arithmetic geometry, algorithm
研究代表者
松本 眞 (MATSUMOTO MAKOTO)
広島大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：70231602

研究代表者の専門分野：代数学
科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：数論的基本群・モジュライ空間・圏論的数論幾何・アルゴリズム

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、数論における幾何学的手法に、新展開をもたらすことである。具体的には、(1) **幾何的トポロジーの手法**：基本群やモジュライ空間の幾何を利用した数論幾何・モチーフ理論の展開、(2) **圏論に基づく数論幾何**：幾何的对象やその性質を圏論的データから再構成することにより、スキーム論より大きな数論幾何研究の枠組みを構築、(3) **数論・代数学における、幾何的アルゴリズムの開発と応用**：冪級数体のノルムに関するレンストラのアルゴリズムや既約性判定アルゴリズム、の3つの関連分野を中心に研究を展開させる。

これらを通じて、モジュライ空間など多様体の数論的基本群におけるガロア表現・ホッジ理論・モチーフ理論の研究、ABC予想へのアプローチ、アルゴリズムを用いた純粋数学研究ならびに幾何的アルゴリズムの工学的応用の研究を行う。

2. 研究の進捗状況

研究計画の概要でのべた(1)に関して、Hain-松本は曲線のモジュライ空間の幾何的基本群の相対 $\text{pro-}l$ 完備化への、トレリ群からの自然な写像が $\text{pro-}l$ 完備化後は単射にならないことを示し、また、ガロア作用が1の外で不分岐であることを示した（論文1）。また、松本は Hain-Reed、森田茂之のトポロジーの結果を用いて、曲線上で基本群へのガロア外作用とガロア作用に差がある点が稠密である例を構成した（投稿中）。(2)について(1)とも関連して、望月は $\text{semi graph of anabelioid}$ という profinite 群論とグラフ理論を融合し

た対象を考え、数論的代数曲線の情報を組み合わせ論的・圏論的に再構築する理論を構築しつつある。その一つの結果として、コンパクト代数曲線の基本群へのガロア作用の忠実性という長年の予想が肯定的に解決された（星裕一郎氏との共同研究、投稿中。）(3)について、原瀬一松本一斎藤睦夫は、疑似乱数評価のためのラティスリダクションアルゴリズムを改善し、10倍以上の高速化に成功した。論文は米国数学会雑誌 *Mathematics of Computation* に受理されている。

3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

（理由）

上記2. に述べた成果は計画の順調な進展を示すものだが、さらに、たとえば Hain-松本はモジュライ空間の数論的基本群から得られるモチーフ構造について、カスプ形式との密接な関係を見つけて共著論文を執筆中であるなど、(1)(2)(3)の全てにおいて次の段階の研究成果が得られつつある。

4. 今後の研究の推進方策

これまで通りの研究計画に従えば良いと考える。足りないものは研究時間である。研究交流が一層国際的なものとなってきたため、海外への訪問・海外からの招聘の必要があり、また研究成果を論文として纏めるための時間の確保が重要である。

5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

[雑誌論文] (計32件)

1. Hain, Richard; Matsumoto, Makoto :
Relative pro-1 completions of mapping
class groups. J. Algebra 321 (2009), no.
11, 3335-3374. (査読有り)

2. Mochizuki, Shinichi
The étale theta function and its
Frobenioid-theoretic manifestations.
Publ. Res. Inst. Math. Sci. 45 (2009),
no. 1, 227--349. (査読有り)

3. Cadoret, Anna; Tamagawa, Akio
Stratification of Hurwitz spaces by closed
modular subvarieties.
Pure Appl. Math. Q. 5 (2009), no. 1,
227--253. (査読有り)

4. Chiarellotto, Bruno; Tsuzuki, Nobuo
Logarithmic growth and Frobenius
filtrations for solutions of p-adic
differential equations.
J. Inst. Math. Jussieu 8 (2009), no. 3,
465--505. (査読有り)

5. Elizondo, E. Javier; Kimura, Shun-Ichi
Irrationality of Motivic series of Chow
varieties.
Math. Z. 263 (2009), no. 1, 27-32. (査
読有り)

[学会発表] (計30件)

1. 松本 眞
学会名
Torsion of abelian schemes and rational
points on moduli spaces
タイトル
Differences between Galois
representations in outer-automorphisms
of π_1 and those in automorphisms, implied
by topology of moduli spaces
フランス・ボルドー第一大学
2010年1月28日

2. 松本 眞
学会名 Geometry and Analysis of
Automorphic Forms of Several Variables
タイトル
Study of Galois representations via
Teichmüller modular groups.
場所・東京大学数理科学研究科
2009年9月16日

3. 松本 眞
学会名 Anabelian Geometry
タイトル
Differences between Galois

representations in automorphism and
outer-automorphism groups of the
fundamental group of curves
場所イギリス・ケンブリッジ大
2009年8月28日

4. 玉川安騎男
学会名 Anabelian Geometry
タイトル
Torsion of abelian schemes and rational
points on moduli spaces
場所イギリス・ケンブリッジ大
2009年8月27日

5. 松本 眞
学会名 Asian Conference on Arithmetic
Geometry 2007,
タイトル
Relative pro-1 completion of fundamental
groups'
場所韓国 Korea Institute of Advanced
Study.
2007年9月15日