

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2007～2010

課題番号：19204006

研究課題名（和文）幾何学と可積分系理論の融合と発展

研究課題名（英文）Fusion of geometry and the theory of integrable systems

研究代表者

宮岡礼子 (MIYAOKA REIKO)

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70108182

研究代表者の専門分野：微分幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：超曲面の幾何学，可積分系、量子コホモロジー、パンルヴェ方程式，特異点，離散幾何学，双曲空間，クレパント解消予想

## 1. 研究計画の概要

- (1) 曲面論，超曲面論，部分多様体論への可積分系理論の視点からの現代的取り組み．DPW法による様々な実例の構成，特異点の解析，Dubrovin-Novikovの可積分性，更に離散幾何学，格子の幾何学からのアプローチを研究する．
- (2) パンルヴェ方程式やガルニエ系についてのモデュライの研究， $q$ -パンルヴェ系の「対称化」の議論．パンルヴェVIのポアンカレ回帰写像の可逆性の解明を目指す．
- (3) D-Moduleを用いる量子コホモロジー論の研究，量子コホモロジーのKdV型可積分系の不変要素としての役割の解明，ある量子コホモロジーと多重調和写像の関係を用いた例の構成を目指す．

## 2. 研究の進捗状況

(1) 宮岡は等径超曲面の分類問題の  $g=6$  を解決し，更に Q. S. Chi と  $g=4$  の残る3つの場合の分類問題への糸口を見いだした．藤岡は中心アファイン（極小）曲面および，曲線の可積分な運動についてシンプレクティック幾何的，リーマン幾何的な考察をした．梅原，山田は特異点をもつ曲面の微分幾何学の基礎理論を進展させた．また平坦フロントの弱完備なエンドの漸近挙動を解析した．庄田は極小曲面のモデュライの解明を行った．Rossman は Lie 球幾何を曲面論に用いた．田丸は非コンパクト型対称空

間への cohomogeneity one 作用を構成する新しい方法と，既存の方法とあわせ全ての cohomogeneity one 作用が構成されることを示した．石川は境界付き曲面を平坦曲面に拡張する際現れる特異点を曲面上の曲線の基本不変量で特徴付けた．さらに旗多様体上のカルタン分布に対する積分曲線による特異性の双対性を考察した．大仁田は球面の等径超曲面から得られる複素2次超曲面内の極小ラグランジュ部分多様体のハミルトン安定性、剛性、マスロフ数などについての結果を得た．小谷は離散幾何解析学の物性物理への応用のためグラフ理論によるネットワークのスペクトル解析，非可換幾何学による量子ホール効果，流体力学極限による相分離現象の解明を研究した．

(2) 中屋敷は主偏極アーベル多様体のある種の部分多様体のアフィン環を行列係数の偏微分作用素環に可換部分環として埋め込めることを証明した．

(3) Guest は調和束 (harmonic bundle)、 $tt^*$ -幾何学と曲面論の研究により量子コホモロジーとの関連を指摘した．西納は旗多様体上の Gelfand-Cetlin 可積分系のトーリック退化を構成し，旗多様体のスーパーポテンシャルを計算した．二木は自己同型群が非自明の場合，ケーラー・アインシュタイン計量を持つが漸近的チャウ半安定ではない例を示した．入谷は量子コホモロジーの整構造がアーベル・非アーベル対応のもとでうまく振る舞うことを示した．また高種数 Gromov-Witten 理論のモジュラー性を証明した．

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

(理由)

(1)に関しては最大の目標であった6つの主曲率をもつ等径超曲面の分類が昨年終了し、残る課題への取り組みに進んでいる. 可積分性との関係については今後も継続して研究が必要である. 曲面論においては、特異点を許した場合の成果、ループ群作用を用いるDPW法の適用による著しい成果、また曲線論と可積分系理論の現代的な扱いなど、顕著な成果が得られている.

(2)に関しては連携研究者の活発な研究が進み、曲面の離散化を通しての可視化にもつながる成果や、可積分系方程式の解のモデュライの研究に加え、可積分ではない状況にも考察の対称を広げる必要性が現れるなど、当初予想しなかった方向にも発展している.

(3)については、(1)との関連で進歩がある. 複素射影直線の量子コホモロジーの理解と、DPW法から構成される曲面との具体的対応など、思いがけない展開が得られている. また旗多様体上のトーリック退化に対する新しい知見を得るなど、若手の連携研究者の活躍も目立つ.

### 4. 今後の研究の推進方策

代表者の研究は国外に共同研究者がいるので、当科研費による旅費を使い、招聘、訪問をへて研究を行う必要がある. 2010年8月には海外から9名の参加者を招聘し、超曲面論と可積分系理論に関する国際研究集会を東北大学で開催し、これまでの研究成果の確認と、今後の研究の指針を探ることが決定している.

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 93 件 2007-9 年度)

- ① R. Miyaoka, The Dorfmeister-Neher Theorem on isoparametric hyper-surfaces, Osaka J. Math. 査読有, 46 (2009) 695—715.
- ② R. Miyaoka, Y. Kawakami, R. Kobayashi, The Gauss map of pseudo-algebraic minimal surface, 査読有, 20 (2008), 1055—1069.
- ③ R. Miyaoka, Isometric Geometry and Related Fields, Adv. Studies in Pure Math. 査読有, 51 (2008), 305—326

[学会発表] (計 26 件, 研究代表者のみ, 2007-2009)

- ① R. Miyaoka, Isoparametric hypersurface theory and its

applications, Colloquium in WUSTL, 2010.3.24, Washington U. in St.Louis (アメリカ)

- ② R. Miyaoka, Hypersurface Geometry with some applications, UK-Japan Winter School, 2010.1.8, Univ. Manchester (イギリス)

[図書] (計 5 件)

- ① R. Miyaoka, M. Guest, Y. Ohnita, Adv. Studies Pure Math. vol.51, Survey on Geometry and Integrable Systems, (2008), 510 ページ
- ② Y. Ohnita, M. Guest, R. Miyaoka, and W. Rossman, Osaka Municipal Universities Press, Riemann Surfaces, Harmonic Maps and Visualization (2010), 277 ページ