

研究種目：基盤研究（A）

研究期間：2007～2010

課題番号：19204014

研究課題名（和文） 非線形放物型および楕円型方程式の定性理論の新展開

研究課題名（英文） New development of the qualitative theory of nonlinear elliptic and parabolic equations

研究代表者

柳田英二（YANAGIDA EIJI）

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：80174548

研究代表者の専門分野：解析学

科研費の分科・細目：大域解析学

キーワード：非線形解析，偏微分方程式

### 1. 研究計画の概要

本計画の目的は種々の非線形放物型および楕円型偏微分方程式に共通する数理論述に着目し、統一的な視点から研究を行うことにより定性理論を発展させるとともに、将来に向けての新たな展開を計ることにある。そのために、非線形解析学というコアとなる部分を共有する背景の異なる数名の研究者が中心となって、組織的かつ分野横断的に研究を進めることにより、「異なるクラスの方程式に見られる共通の非線形構造を統一的な視点から探る」ことを基本方針として、定性理論の発展と新たな展開を目指す。特に、空間的非一様性と解の構造の関係、特異性の発現と持続のメカニズムの解明、集中現象に関連した局所的あるいは大域的ダイナミクス、拡散が誘導する逆説的現象、複雑ダイナミクス発生のメカニズムの解明などの問題を取り上げる。

### 2. 研究の進捗状況

非線形放物型偏微分方程式および非線形楕円型方程式の解の構造について研究を進めた。これまでの主な成果は以下の通りである。

- ・不定符号の重みを持つ固有値問題に関する研究を行い、主固有値が最小化されるための条件を明らかにした。また数値計算によってどのような分岐が起こるかを明らかにした。
- ・超臨界指数を持つ楕円型方程式に対し、解が無限大へと発散する場合があることを示し、またそのオーダーを適当な比較関数を構成することにより示した。
- ・神経場のモデルとなる非局所方程式に関し、核関数の effectiveness という概念を導入し

てフロント型進行波の速度に対する最適評価を与えた。

- ・臨界指数を持つスカラーフィールド方程式に対し、球対称な特異解の漸近挙動について、明らかにするとともに、特別な挙動を示す解の一意性を証明した。
- ・ある非線形放物型偏微分方程式に対し、移動する特異点を持つ自己相似解の存在と一意性、時間大域解の存在、変型する特異点を持つ解の存在を示した。
- ・Gierer-Meinhardt 方程式のシャドウ系に対し、多重スパイク解の不安定性次元とその固有空間について明らかにした。
- ・ポテンシャル項付き熱方程式の解の最大点の挙動について、その正值調和関数の無限遠点での挙動を用いて特徴付けた。また、これらの研究の応用として爆発問題における藤田指数と正值調和関数の無限遠点での挙動との関係について明らかにした。

### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

（理由）

研究開始時に取り上げる予定であった問題のほとんどについて重要な進展があった。また新たな研究課題もいくつか見つかかり、これらについても今後の見通しがたちつつある。

### 4. 今後の研究の推進方策

これまでの研究成果をふまえ、研究の完成をはかるとともに、新たな課題に対して分野横断的により組織的に研究を進める。特に、移動特異点に関する問題、優臨界方程式に関する解の構造については今後大きな発展が

期待され、重点的に取り組む予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 25 件)

1. S. Sato and E. Yanagida, Solutions with moving singularities for a semilinear parabolic equation, J. Differential Equations (査読有) 246 (2009), 724-748.
2. S.-I. Ei, H. Ikeda, K. Ikeda and E. Yanagida, Eigenfunctions of the adjoint operator associated with a pulse solution of some reaction-diffusion systems, Bull. Inst. Math. Acad. Sin. (N.S.) (査読有) 3 (2008), 603-666.
3. M. Fila, M. Winkler and E. Yanagida, Convergence of solutions of a semilinear parabolic equation to selfsimilar solutions of the linear heat equation, Adv. Diff. Eqs. (査読有) 13 (2008), 1131-1149.

[学会発表] (計 40 件)

1. E. Yanagida, Global and nonglobal solutions with moving singularities for a semilinear parabolic equation, The 7<sup>th</sup> East-Asia conference on PDEs, 2009年12月15日, 香港中文大学(香港).
2. E. Yanagida, Speed of traveling waves of some nonlocal equations, ReaD Lab Conference on reaction-diffusion systems, 2009年6月5日, パリ南大学(フランス).