

機関番号：13302  
 研究種目：基盤研究 (B)  
 研究期間：2007～2010  
 課題番号：19300002  
 研究課題名 (和文) 実際の制約を考慮した幾何計算問題の解法とその応用に関する研究  
 研究課題名 (英文) Algorithms for Geometric Computational Problems Considering Constraints from Practice and Their Applications  
 研究代表者  
 浅野 哲夫 (Tetsuo Asano)  
 北陸先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・教授  
 研究者番号：90113133

## 研究成果の概要 (和文)：

本研究では、計算幾何学に関連する3課題に対して統一的な視点から取り組んだ。最初の課題では、互いの類似度に基づいた距離を保って低次元空間の点に写像する省メモリの解法を提案した。2番目の課題では、三角形メッシュを実用的な観点から改善するためのアルゴリズムを提案した。最後の三等分曲線に関する課題では、数学的な理論的枠組みを構成し、効率よく三等分曲線を描くためのアルゴリズムの開発も行った。

## 研究成果の概要 (英文)：

In this research we have dealt with the following three problems on computational geometry from a unified point of view. For the first problem we have developed a memory-efficient algorithm for mapping objects in a low-dimensional space so that their dissimilarity is reflected as their distance. For the second problem on triangular mesh we have developed an algorithm based on practical criteria. The third problem is on trisector curves for two points in the plane. We have proved many mathematical properties on the curve together with efficient algorithms for drawing.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	3,700,000	1,110,000	4,810,000
2008年度	2,800,000	840,000	3,640,000
2009年度	3,000,000	900,000	3,900,000
2010年度	3,200,000	960,000	4,160,000
年度			
総計	12,700,000	3,810,000	16,510,000

研究分野：計算幾何学

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：計算幾何学, アルゴリズム, 三角形分割, 三等分曲線

## 1. 研究開始当初の背景

申請者は VLSI の設計自動化という極めて実用的な研究を経て、理論寄りの計算幾何学の研究に携わってきたが、計算幾何学はコンピュータ・サイエンスの中でも最も実学に近い学問分野であるという印象を強く持っている。しかし、発足以来30年を経過して計算

幾何学の理論が発展するに伴い、難解な理論研究が支配的になり本来の実学的側面が失われようとしている。この傾向は計算幾何学の分野で最も権威のある国際会議において特に顕著である。今年になって実学的側面を重視すべきだとの意見が支配的になり、最も権威の高い国際誌である Discrete and

Computational Geometry でも、数学的な研究成果よりも実装を含めたアルゴリズムの構成に重心を移すという編集方針の転換が決定され、申請者を含む編集委員に周知されたばかりである。本研究では、現実の制約を考慮しつつ効率よく計算幾何の問題を解く解法を開発することを研究目的としているが、これは正に上記の新たな編集方針に合致する。

国内的には、計算幾何学の研究者人口の伸び悩みという問題がある。10年前と比較して計算幾何学関連の研究者数があまり増加していないことは大きな問題である。本研究の成果によって数学寄りになっている世界の計算幾何学の現状を実学に近いものに改めることができれば、日本でも若い研究者を惹きつけることができる。

以上が申請当時の研究状況であった。

そこで、現実の制約を考慮しつつ効率よく計算幾何の問題を解くために従来と違った枠組みで研究を始めようという着想に至った。実際に取り組んだ課題は以下に述べる共通の性質をもっている。

(1) 厳密な解を求めようとすると計算複雑度は非常に高くなる (判定不能問題, NP 困難問題など)

(2) 効率の良い発見的手法が存在するが、その解の品質を理論的に保証することができていない。

(3) 発見的手法では解決困難な最悪の場合が存在する。

(4) 理論的な保証が可能で実際的にも効率の良い解法を設計できる可能性がある。

同様に特徴づけられる計算問題は多数存在する。これらの問題に対して (4) で求めている理論的保証が可能で実際的にも効率の良い解法を設計することができれば、他の問題への応用が大いに期待できる。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、計算幾何学に関連する3課題に対して統一的な視点から取り組むことであった。最初の課題は、互いの類似度に基づいて定められた測度を距離と見做して、互いの距離を保ちながら限られた次元の空間の点に写像する問題である。逆行列の計算に基づく方法が知られているが、巨大な入力に対してはメモリの面で問題があった。そこで解の性能を維持しつつ、計算時間とメモリ量を削減する新たな解法を提案することを研究目的とした。

2番目の課題は、有限要素法など多くの応用をもつ三角形メッシュを実用的な観点から改善するためのアルゴリズムを新たに提案することと、その計算時間を解析することであった。別の計算問題に帰着させることにより、計算複雑度を解析すると同時に、効率

の良いアルゴリズムを設計することが目的であった。

最後の三等分曲線に関する課題では、その存在性、唯一性、計算可能性に関する基礎的な数学的性質を証明し、描画のための実際的なアルゴリズムを開発することが目的であった。

## 3. 研究の方法

類似度に基づいた対象物の空間配置を求める最初の課題については、従来から逆行列の計算に基づく方法が知られているが、巨大な入力に対してはメモリの面で問題があった。そこで制約を若干緩めて近似計算を行うことにより省メモリを実現するというアプローチを採用した。線形のメモリだけで実現可能な最小木を活用することにより、時間とメモリの両面で効率化が達成できた。

2番目の三角形メッシュに関する最適化課題については、従来とは全く異なり、新たに最適な点を追加するという問題に帰着させ、それを動的計画法を用いて解く効率の良いアルゴリズムの開発に成功した。

最後の三等分曲線に関する課題では、数学的な理論的枠組みを構成することから始めて、実際に平面上に効率よく三等分曲線を描くためのアルゴリズムの開発も行った。バナッハ空間における不動点定理という一見全く無関係に思える数学定理を計算幾何学の問題に適用するというのが基本的な発想である。

## 4. 研究成果

本研究では、計算幾何学に関連する3課題に対して統一的な視点から取り組んだ。

類似度に基づいた対象物の空間配置を求める最初の課題は、様々な場面で遭遇する一般的な問題である。カナダの研究者との共同研究では、世界中の人類の体形を入力してクラスタリングを行うというものであった。省メモリが重要な課題であり、最小木を用いた研究が功を奏した。国際会議とジャーナル誌に研究結果を発表するだけでなく、計算機実験によっても方法の有効性を確かめた。

2番目の三角形メッシュに関する最適化課題については、従来最適化手法とは全く異なり、新たに最適な点を追加するという問題に帰着させ、効率の良いアルゴリズムの開発に成功した。研究成果は既に国際ジャーナルに掲載された。更に問題を一般化して、有限要素法などで多用されるアスペクト比に基づいた基準での最適化問題を動的計画法で解決するというアプローチを試み、基礎的な研究成果を得た。その研究成果については近い将来に投稿を予定している。

最後の三等分曲線に関する課題では、計算量理論の立場からの解析と、曲線の存在性と

一意性に関する理論的枠組みの構成を行った。さらに、三等分線の考え方に基づいて新たなタイプのポロノイ図が定義できることも発見した。カナダの研究者と共に、任意の凸多角形で特徴づけられる一般化された距離でも同じく三等分曲線が定義できることを証明し、さらに描画のアルゴリズムも完成させた。最近では、本研究に触発されて様々な拡張がなされている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21件)

[1] T. Asano and H. Tanaka, “In-place Algorithm for Connected Components Labeling,” accepted for publication in Journal of Pattern Recognition Research. {査読あり}

[2] T. Asano, “Constant-Work-Space Image Scan with a Given Angle,” accepted for publication in Interdisciplinary Information Sciences. {査読あり}

[3] T. Asano and H. Tanaka, “In-place Linear-time Algorithms for Euclidean Distance Transform,” LNCS Transactions on Computational Science, 8, pp:103-113, 2010. {査読あり}

[4] B. Aronov, T. Asano, and S. Funke, “Optimal Triangulations of points and segments with steiner points,” International Journal of Computational Geometry and Applications, 20, 1, pp:89-104, 2010. {査読あり}

[5] T. Asano, P. Brass, and S. Sasahara, “Disc Covering Problem with Application to Digital Halftoning,” Theory of Computing System, vol. 46, No.2, pp.157-173, February 1, 2010. {査読あり}

[6] T. Asano, V. E. Brimkov, R. P. Barneva. “Some theoretical challenges in digital geometry: A perspective,” Discrete Applied Mathematics, 157(16), pp: 3362-3371, 2009. {査読あり}

[7] T. Asano, S. Bereg, and D. Kirkpatrick: “Finding Nearest Larger Neighbors: A Case Study in Algorithm Design and Analysis,” Lecture Notes in Computer Science, “Efficient Algorithms,” edited by S. Albers, H. Alt, and S. Naeher, Springer, pp. 249-260, 2009. {査読あり}

[8] H.-K. Ahn, H. Alt, T. Asano, S. W. Bae, Peter Brass, Otfried Cheong, Christian Knauer, Hyeon-Suk Na, Chan-Su Shin, and Alexander Wolff, “Constructing Optimal Highways,” Internat. J. Found. Comput.

Sci., 20, 1, pp.3-23, 2009. {査読あり}

[9] T. Asano, N. Katoh, K. Mehlhorn, and T. Tokuyama: “Some Generalizations of Least-Squares Algorithms,” in Statistical Science and Interdisciplinary Research Vol.3, “Algorithms, Architectures and Information Systems Security,” edited by B.B. Bhattacharya, S. Sur-Kolay, S.C. Nandy, and A. BaguchiI, World Scientific Publishers, pp.55-74, 2009. {査読あり}

[10] T. Asano, “Constant-Working-Space Algorithms for Image Processing,” Monograph: “ETVC08: Emerging Trends and Challenges in Visual Computing,” ETVC 2008: 268-283, edited by Frank Nielsen, 2009. {査読あり}

[11] T. Asano, P. Bose, P. Carmi, A. Maheshwari, C. Shu, M. Smid, and S. Wührer, “A Linear-Space Algorithm for Distance Preserving Graph Embedding,” Computational Geometry: Theory and Applications, 42(4), pp.289-304, 2009. {査読あり}

[12] H.-K. Ahn, H. Alt, T. Asano, S. W. Bae, P. Brass, O. Cheong, C. Knauer, H.-S. Na, C.-S. Shin, A. Wolff. “Constructing Optimal Highways,” Int. J. Found. Comput. Sci. 20(1), pp.3-23, 2009. {査読あり}

[13] T. Asano, “Online Uniformity of Integer Points on a Line,” Inf. Process. Lett. 109(1), pp:57-60 (2008). {査読あり}

[14] T. Asano, S. Bitou, M. Motoki and N. Usui, “Space-Efficient Algorithm for Image Rotation,” IEICE Transactions 91-A(9), pp:2341-2348 (2008). {査読あり}

[15] T. Asano, N. Katoh, H. Tamaki, and T. Tokuyama, “Voronoi Diagrams with Respect to Criteria on Vision Information”, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol.25, pp.1-16, 2008. {査読あり}

[16] B. Aronov, T. Asano, Y. Kikuchi, S. C. Nandy, S. Sasahara, and T. Uno: “A Generalization of Magic Squares with Applications to Digital Halftoning,” Theory of Computing System, Volume 42, Number 2, pp.143-156, February1, 2008. {査読あり}

[17] X. Liang, A. Bishnu and T. Asano, “A Robust Fingerprint Indexing Scheme Using Minutia Neighborhood Structure and Low-order Delaunay Triangles,” IEEE Transactions on Information Forensics and Security, Volume 2, No. 4, pp.721-733, December 1, 2007. {査読あり}

[18] T. Asano, “Aspect-Ratio Voronoi

Diagram and Its Complexity Bounds”, Information Processing Letters, volume 105, Issue 1, 31, pp 26-31, December 1, 2007. {査読あり}

[19] X. Liang, A. Bishnu and T. Asano, “Combinatorial Approach to Fingerprint Binarization and Minutiae Extraction Using Euclidean Distance Transform,” International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, vol. 27, no. 7, pp.1141 - 1158, November 1, 2007. {査読あり}

[20] T. Asano, J. Matousek, and T. Tokuyama, “Zone diagrams: Existence, Uniqueness and Algorithmic Challenge,” SIAM J. on Computing, Vol. 37, Issue 4, pp.1182-1198, September 1, 2007. {査読あり}

[21] T. Asano, J. Matousek, and T. Tokuyama “The distance trisector curve,” Advances in Mathematics, Vol. 212, Issue 1, pp. 338-360, 2007. {査読あり}

[学会発表] (計 20件)

[1] T. Asano, J. Jansson, K. Sadakane, R. Uehara, and G. Valiente, “Faster Computation of the Robinson-Foulds Distance between Phylogenetic Networks,” to appear in Proc. 21st Combinatorial Pattern Matching, New York, USA, August 5, 2010. {査読あり}

[2] T. Asano, “Resource-Constrained Algorithms: Space-Time Tradeoffs,” Proc. WAAC 2010, Korea-Japan Workshop on Algorithms and Computation, Kanazawa, Japan, pp. 190-201, July 5, 2010. {査読あり}

[3] T. Asano, “Do We Need a Stack to Erase a Component in a Binary Image?,” Fifth International Conference on FUN WITH ALGORITHMS, pp.16-27, Ischia, Italy, June 2, 2010. {査読あり}

[4] T. Asano, E. D. Demaine, M. L. Demaine, and R. Uehara, “Kaboodle is NP-complete, even in a Strip Form,” Fifth International Conference on FUN WITH ALGORITHMS, pp. 28-36, Ischia, Italy, June 2, 2010. {査読あり}

[5] T. Asano, W. Mulzer, and Y. Wang, “Constant-Work-Space Algorithm for a Shortest Path in a Simple Polygon,” (Invited talk) Proc. 4th International Workshop on Algorithms and Computation, WALCOM, Dhaka, Bangladesh, pp. 9-20, February 2010 (Lecture Notes of Computer Science, LNCS 5942, Springer), Dhaka, Pakistan, February 8, 2010. {査読なし}

[6] T. Asano and G. Rote. “Constant

Working-Space Algorithms for Geometric Problems,” Proc. Canadian Conference on Computational Geometry, pp. 87-90, Vancouver, Canada, August 13, 2009. {査読あり}

[7] T. Asano. “Constant-Working-Space Algorithms: How Fast Can We Solve Problems without Using Any Extra Array?,” ISAAC 2008, p.1, Goldcoast, Australia, December 20, 2008. {査読なし, 招待講演}

[8] T. Asano, “Constant-Working-Space Algorithms for Image Processing,” ETV08: Emerging Trends and Challenges in Visual Computing, Ecole Polytechnique (Paris, France), November 18th-20th 2008. {査読あり}

[9] T. Asano, “Constant-Working-Space Algorithms,” Proc. Kyoto RIMS International Workshop on Computational Geometry and Discrete Mathematics, Kyoto, Japan, October 15, 2008. {査読あり}

[10] T. Asano, “Constant Working Space Algorithms with Applications,” Abstracts of 5th International Conference of Applied Mathematics and Computing, p. I-47, Plovdiv, Bulgaria, August 12-18, 2008. {査読あり}

[11] T. Asano, “Constant-Working Space Algorithm for Image Processing,” Proc. of the First AAAC Annual meeting, p. 3, Hong Kong, April 26-27, 2008. {査読あり}

[12] B. Prasad, A. Bishnu, and T. Asano, “Linear Boundary and Corner detection using limited number of sensor rows,” Proc. IWCA (Int. Workshop on Combinatorial Image Analysis) 2008, pp. 250-261, Buffalo, USA, April 7-9, 2008. {査読あり}

[13] T. Asano, “Constant-Working-Space Image Scan with a Given Angle,” Proc. 24th European Workshop on Computational Geometry, March 18-20, pp. 165-168, 2008, Nancy, France. {査読あり}

[14] T. Asano, “Online Uniformity of Integer Points on a Line,” Proc. 24th European Workshop on Computational Geometry, March 18-20, pp. 99-102, 2008, Nancy, France. {査読あり}

[15] B. Aronov, T. Asano and S. Funke, “Optimal Triangulation with Steiner Points,” Proc. ISAAC 2007, Sendai, Japan, pp. 681-691, December 19, 2007. {査読あり}

[16] T. Asano, S. Bitou, M. Motoki and N. Usui, “In-Place Algorithm for Image Rotation,” Proc. ISAAC 2007, Sendai, Japan, pp. 704-715, December 19, 2007. {査

読あり}

[17] T. Asano, "Dissimilarity Preserving Embedding of Objects on the Plane," Invited Talk at International Xu Guangqi Conference, Shanghai, China, Oct. 14-19, 2007. {査読あり}

[18] T. Asano and S. Teramoto, "On-line uniformity of points", Book of Abstracts for 8th Hellenic-European Conference on Computer Mathematics and its Applications, pp. 21-22, Athens, Greece, September 5, 2007. {査読あり}

[19] T. Asano, P. Bose, P. Carmi, A. Maheshwari, C. Shu, M. Smid, and S. Wührer, "Linear-Space Algorithms for Distance Preserving Embedding", Canadian Conference on Computational Geometry, pp.185-188, Ottawa, Canada, August 22, 2007. {査読あり}

[20] T. Asano, N. Katoh, H. Tamaki, and T. Tokuyama, "Voronoi Diagram with Respect to Criteria on Vision Information", Proc. the 4th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering, pp. 25-32, Pontypridd, Wales, UK, July 9, 2007. {査読あり}

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者 浅野 哲夫  
(TETSUO ASANO)

北陸先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：90113133

(2) 研究分担者  
( )

研究者番号：

(3) 連携研究者  
( )

研究者番号：