

平成 22 年 5 月

平成 22 年 5 月 20 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007 ~ 2010

課題番号：19340007

研究課題名(和文) モジュライ空間の幾何学と無限可積分系への応用

研究課題名(英文) Geometry of moduli spaces and its application to infinite dimensional integrable systems

研究代表者

上野 健爾(UENO KENJI)

四日市大学関孝和数学研究所・研究員

研究者番号：40011655

研究代表者の専門分野：複素多様体論、代数幾何学、数理物理学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：モジュライ空、無限可積分系、共形場理論、位相的場の理論、剛幾何学、代数多様体の退化

## 1. 研究計画の概要

本研究はモジュライ空間の幾何学を種々の観点から考察しその性質を究明し、無限可積分系に応用することを目的として行う。申請者はこれまでモジュライ空間と無限可積分系との関係、特に共形場理論との関連に重点を置いて研究を行い、さらに共形場理論の応用としてモジュラー関手の構成と実 3 次元多様体の不変量(位相的場の理論)の研究を行ってきた。これらの研究では点付き安定曲線のモジュライ空間の研究が重要な働きをする。また、モジュライ空間は数学の種々の側面で登場し、様々な分野に応用されている。こうしたこれまでの研究成果に基づき、モジュライ空間の研究を軸として無限可積分系の様々な側面への応用をはかり、理論の進展を目指す。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 上野は J.A. アンデルセンとの共同研究で共形場理論を使って構成した位相的場の理論が、群が  $SL(n, \mathbb{C})$  のときは Rhesetikhin-Turaev が構成した位相的場の理論と一致することの証明の簡易化を行った。これと関連して、共形場ブロックのユニタリ構造を考察し、特にアフィン例 代数の表現のレベルを大きくしていったときのユニタリ構造が、自然な構造を持つ可能性があることを予想するに至った。

(2) 上野は種数 2 の代数曲線の退化図形を底空間として持つ重複ファイバーの構成を行

った。これは正標数の代数曲線族にのみ起こりうる特異な退化であり、また、モジュライ空間の境界の点に対応する安定曲線の固定点を持たない自己同型と関係している。現在の所、多くの場合に具体的に重複ファイバーを構成しているが、変形理論を使った構成を模索中である。

(3) モジュライ空間は様々な構造を持ち得る。特に、剛幾何学的観点からの研究は、数論的代数幾何学の観点からも重要である。加藤文元のグループは剛幾何学の一般論を構成し、現在、その基本理論を執筆中である。(4) 加藤毅のグループは微分幾何学の観点から無限可積分系とモジュライ空間の研究を行っており、生命科学への応用を見込んだ研究を行っている。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由)

共形場理論と位相的場の理論のように一見無関係に思われる理論に深い関係があることがわかり、その結果一方の理論で知られた結果から他方の理論を見る手法が有効であることが次第に明らかになってきている。また、モジュライ空間の幾何学も種々の観点から考察しており、興味ある結果が得られつつある。

## 4. 今後の研究の推進方策

現在の研究の方向を推し進める。特に、モジ

ユライ空間の境界からモジュライ空間の内部を見る手法をさらに深めることによって、現在の研究がさらに深まることが期待される。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

1. Tsuyoshi Kato: Deformations of real rational dynamics in tropical geometry. *Geom.Funct.Anal.* 19(2009), 883-901, 査読有

2. Tsuyoshi Kato: Growth of Casson handles and transversality for ASD moduli spaces. *Geom. Topol.* 12 (2008), 1265-1311, 査読有

3. Fumiharu Kato: On the Shimura variety having Mumford's fake projective plane as a connected component. *Math. Z.* 259 (2008), 631--641. 査読有

4. J.A. Andersen & Kenji Ueno: Abelian conformal field theory and determinant bundles. *Internat. J. Math.* 18 (2007), 919-993, 査読有

5. J.A. Andersen & Kenji Ueno: Geometric construction of modular functors from conformal field theory, *J. Knot theory and its Ramifications*, 16(2007), 127-202, 査読有

[学会発表](計5件)

1. Tsuyoshi Kato, A rough equivalence on partial differential equations, International Conference, Geometry and Analysis, 2009年12月23日, Universite Paris 7, France

2. Yuji Shimizu, Loop spaces and conformal field theory, Hodge 理論と代数幾何学, 2009年7月1日, 京都大学数理解析研究所

3. Fumiharu Kato, Artin-Schreier Mumford curves, Moduli and Discrete Groups, 2009年6月12日, 京都大学数理解析研究所

4. Tsuyoshi Kato, An index theory over Casson handles and complexity of smooth structure on K3 surface, Geometry Colloquium, 2009年6月8日, 中国 復旦大学

5. Kenji Ueno, Conformal fields theory and modular functors, International

Conference on Algebra and Combinatorics, 2007年7月6日、中国 北京航空航天大学

[図書](計1件)

1. Kenji Ueno: Conformal field theory with gauge symmetry. *Fields Institute Monographs*, 24. American Mathematical Society, Providence, RI; Fields Institute for Research in Mathematical Sciences, Toronto, ON, 2008. viii+168 pp. ISBN: 978-0-8218-4088-7

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

[その他]