

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19340021

研究課題名 (和文) 確率過程に対する漸近展開理論、統計推測理論の研究とその応用

研究課題名 (英文) Asymptotic expansion, statistical inference and their applications

研究代表者

吉田 朋広 (YOSHIDA NAKAHIRO)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90210707

研究代表者の専門分野：確率統計学

科研費の分科・細目：数学一般 (含む確率論・統計学)

キーワード：解析学、確率論、統計数学、応用数学、経済統計学

1. 研究計画の概要

確率過程の統計推測理論とその発展の基礎となる確率統計学の理論研究を行う。本研究は確率微分方程式の統計解析ソフトウェア開発、ファイナンス統計・保険数理への応用の基礎を確立することを目的に含んでいる。具体的には以下の通りである。

- (1) 条件付き期待値の漸近展開
- (2) 加法的汎関数の三角列に対する漸近展開とサンプリング問題における高次統計推測の理論
- (3) 非同期サンプリング下の共分散構造推定の理論
- (4) セミマルチンゲールの離散観測による統計推測理論
- (5) 多項式型大偏差不等式と統計的確率場の強い弱収束の理論の応用
- (6) 確率過程の汎関数に対する確率の評価に関する幾つかの問題。

2. 研究の進捗状況

条件付き期待値の漸近展開：セミマルチンゲールの増分から定義される 2 次変動に対する極限定理はファイナンスにおける高頻度データ解析の基礎となる。1 次の漸近的構造として、正規混合極限が現れるのが特徴である。混合型極限の場合、分布の漸近展開の理論は知られていなかったが、筆者は本研究費の支援のもと、この問題に解答を与えた。混合型の場合は、従来扱われてきた単純正規の場合と異なり、証明も新しいアプローチが必要になる。極限

は、通常の不変原理と異なり、無限次元解析的な量で記述される。スチューデント化された統計量の分布の漸近展開はこの新しい方法で導かれた。

非同期サンプリング下の共分散構造推定の理論：非同期サンプリングは、ファイナンスにおける高頻度データの特徴であり、そのデータの情報に基づく共分散構造推定は、リスク管理への応用でも重要である。筆者らはこの問題に対して、非同期共分散推定量 (Hayashi-Yoshida estimator と呼ばれている) を提案し、その確率論的な漸近挙動を解明した。一致性、漸近混合正規性を証明し、さらに、筆者は lead-lag 推定問題 (企業間のリーダー/フォロワー関係の推定) への応用も行った。

セミマルチンゲールの離散観測による統計推測理論：筆者は、尤度比確率場の強い弱収束の証明に不可欠な、多項式型大偏差不等式を、確率場の局所漸近 2 次構造という一般的な状況で証明し、それによって、結果が特殊な方法で知られていた 1 次元拡散過程に限定されず、可微分構造を持つ一般の非線形確率過程に対して、その (疑似) 最尤型推定量およびベイズ型推定量の極限定理とモーメント収束が証明された。

この方法は、有限時間離散観測下のホラティリティ推定量の問題、エルゴード的なジャンプ型確率微分方程式に応用され、推定法の提案と推定量の漸近挙動の解明に繋がっている。

ミキシング過程に対する漸近展開：さまざまな漸近展開公式をあたえ、解析的正当性を証明した。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

まったく手がかりがなかった混合型漸近展開が、解決し、2次変動を含むマルチンゲールのあるクラスに対して公式が得られたことは大きな成果だった。

4. 今後の研究の推進方策

混合型漸近展開のボラティリティ推定問題への応用は数多くあり、それを研究する。加法的汎関数の三角列に対する漸近展開は、混合型漸近展開の一種の射影としてとらえられ、その方向の研究をする。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計8件)

(1) S. Iacus, M. Uchida and N. Yoshida

“Parametric estimation for partially hidden diffusion processes sampled at discrete times”, Stochastic Processes and their Applications 119 (2009) 1580 -1600

(2) T. Hayashi and N. Yoshida

“Asymptotic normality of a covariance estimator for nonsynchronously observed diffusion processes”, Annals of the Institute of Statistical Mathematics 60 (2008) 367-406

(3) Y. Sakamoto and N. Yoshida

“Asymptotic Expansion for Stochastic Processes: an overview and examples”, J. Japan Statistical Society 38 (2008) 173-185

(4) 林 高樹, 吉田 朋広

“高頻度金融データと統計科学”, 21世紀の統計科学 I: 社会・経済の統計科学 (2008) 267 -304

〔学会発表〕(計20件)

(1) N. Yoshida

“Asymptotic expansion for a martingale with a mixed normal limit distribution”, DYNSTOCH Meeting 2009, Humboldt-Universität zu Berlin, Germany, 2009.10.8