

平成 22 年 6 月 7 日現在

研究種目：基盤研究 (B)  
 研究期間：2007 ～ 2009  
 課題番号：19340029  
 研究課題名 (和文) 調和解析の研究及びその多次元信号処理への応用  
 研究課題名 (英文) Study of harmonic analysis and applications to multidimensional signal processing

研究代表者  
 新井 仁之 (ARAI HITOSHI)  
 東京大学・大学院数理科学研究科・教授  
 研究者番号：10175953

研究成果の概要 (和文)：本研究では調和解析学、及びその多次元信号処理への応用について研究を行った。研究代表者の新井仁之の主な成果は次のものである。方位選択性を持ち、完全再構成性をみたし、低階から高階のガウス導関数と類似の形状を有する新しいフレームレットを構成し、さらにそれをを用いた円形的幾何的フィルタリングを考案して、研究代表者らが発見したフラクタル螺旋錯視のフレームレット解析を行った。これによりフラクタル螺旋錯視の錯視成分を特定し、それを抽出することに成功した。円形的幾何的フィルタリングは大脳皮質 V4 野の視覚情報処理と関連していると考えられる。なお以上の成果は新井しのぶとの共同研究による。また、この他にも研究代表者はフレームの理論的研究を行い、多次元かつ一般のサンプリング行列に関するポリフェーズ行列とフレーム作用素に関する結果も得た。なおフラクタル螺旋錯視の錯視成分の抽出に関する結果は、科研費 NEWS (2009 年 1 号)でも取り上げられた：  
[http://www.jsps.go.jp/j-grantsinaid/31\\_result/rikou/37\\_arai.html](http://www.jsps.go.jp/j-grantsinaid/31_result/rikou/37_arai.html)

研究成果の概要 (英文)：The main theme of this research project is harmonic analysis and its applications to multidimensional signal processing. I constructed new framelets (with S. Arai). Applying them, we succeeded in the discovery of illusory components in Arai's fractal spiral illusion, and in the removal of illusory components from the illusion (Arai and Arai ①, in press). This result was reported by Kakenhi News (2009, vol.1). Moreover, I obtained some results related to frame operators and multidimensional polyphase matrices.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	3,700,000	1,110,000	4,810,000
2008 年度	3,700,000	1,110,000	4,810,000
2009 年度	2,300,000	690,000	2,990,000
年度			
年度			
総計	9,700,000	2,910,000	12,610,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：調和解析学，フレームレット，ウェーブレット，錯視，脳，信号処理，フラクタル

### 1. 研究開始当初の背景

本研究の背景は、視覚科学の数理科学的研究にある。これまで視覚の数理モデルにはガボール関数、ODOG 関数、ガウス導関数などが使われてきた。しかし、これらは数学的にはコンパクト台をもたず、無限長のフィルタの有限近似として計算機で計算されることが多い。この点を改良し、短い有限長であり、多くの方位選択性をもち、また低階から高階のガウス導関数と類似した形状を有し、しかも完全再構成性のあるフィルタバンクがあることが望ましい。実際、たとえば視覚の非線形数理モデルを作成する際には、まず完全再構成フィルタバンクを作成し、それに視覚の特性に基づいた不完全性を付加することにより研究する必要がある。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、多次元信号処理の基礎となる調和解析学の理論的研究を進め、実際に多次元信号処理に応用することである。多次元信号処理の重要な例としては、静止画像処理、動画処理、脳内で行われている視覚情報処理がある。本研究では主に静止画を見たときの脳内の視覚情報処理への応用を重点的に研究する。本研究が特に焦点を当てるのは、フレームレットと呼ばれるものである。フレームレットは 2003 年にドブシーらが考案した一般的な枠組みで、ウェーブレットを進化させたようなものである。本研究の目的は、まず「1 研究開始当初の背景」の中で述べたような方位選択性等々を有するフィルタ・バンクを構成し、脳内の視覚情報処理の数理モデルの基礎となる新しいフレームレットを作ることである。そしてその応用を研究することである。

### 3. 研究の方法

大脳皮質の V1 野の単純細胞はこれまでガボール関数、ODOG 関数を基礎とする数理モデルにより研究されてきた。しかし近年、ヤングにより、むしろ低階から高階のガウス導関数を基礎にした方が良いことが指摘された。まず研究代表者はこの点を考慮に入れて、多様な方位選択性をもち、有限長で、完全再構成性を有し、しかも低階から高階のガウス導関数と類似の形状をしたフレームレット・フィルタの構成を行う。さらにそれに基づき、多次元信号処理、特に脳内の視覚情報処理の数学的研究を行う。代表者の新井はこの多次元信号処理である視覚情報処理の研究への応用のために次のような方法を考えた(図 1 も参照)：

第 1 段階：脳内の神経科学的なデータ、心理物理学的なデータをもとに、まずフレームレットを基礎にした視覚の数理モデルを構築する。視覚に関する大脳皮質は機能によりいくつかの領野に分類されている。最終的にはこれらの複合体モデルを作成したいのであるが、現時点で実現可能なこととして、各領野の機能の数理モデル化を行う。

第 2 段階：次に設計したものが実際の視覚のモデルとして適切かどうかを判定する。そのために錯視を用いる。理由は、もし設計したモデルが適切であれば、それを実装したコンピュータは人と同じように錯視を起こすはずだからである。

第 3 段階：第 1 段階と第 2 段階の方法を繰り返す。適切なモデルを作っていく。

第 4 段階：錯視発生シミュレーションができたならば、逆にそれを用いて錯視の数学的な解析を行う。

第 5 段階：コンピュータが錯視を起こすような計算方法を見出したら、逆にそこから脳内でどのような視覚情報処理が行われているのか、数学的な推測をたてる。

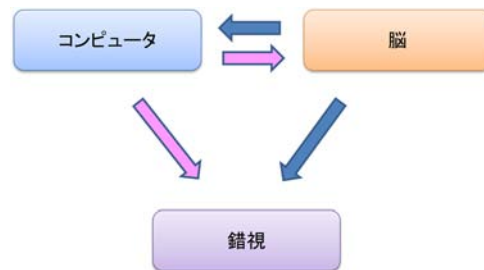


図 1 の説明：研究方法概略図式。脳は錯視を生む。脳内の視覚情報処理の数理モデルを研究し、それをコンピュータに実装する。もし数理モデルが適切であれば、コンピュータも錯視を発生させる。逆に錯視を発生させるシステムを作り、それから脳内の視覚情報処理のメカニズムを推測する。

### 4. 研究成果

研究代表者は 2007 年に「1 研究開始当初の背景」で述べたようなフィルタバンクの一つを考案し発表した(雑誌論文 H. Arai and S. Arai (14)). しかしこのフィルタの長さは有限

長であるものの、画像の大きさに依存していた。また大脳皮質 V1 野の方位選択性のかざぐるま構造の観点からも若干の改良の余地があった。そこでこの点を改良した有限長のフィルタで、方選択性があり、完全再構成性をみたし、かつ低階から高階のガウス導関数と類似の形状を有する 2D タイト・フレームレットを構成した（そのうちの一つは雑誌論文 H. Arai and S. Arai ②として発表）。このフィルタは 2007 年にわれわれの考案した方法と異なり、フィルタの長さは画像の大きさに関連なく一定である。またこれは整数全体からなる集合の直積である  $Z_2$  上のスモールエルツ空間の場合にも、完全再構成性を有している。さらにスプライン関数により 2 次元ユークリッド空間上のタイト・フレームレットも実現している。特に  $Z_2$  上のスモールエルツ空間の場合には、サンプリング行列を正格子だけでなく、五の目格子、六角格子などにとりこむこともできる。

ところで新井仁之らはフラクタル図形を用いた渦巻き錯視の一種(図 2)を発見した。この錯視は心理学者の北岡明佳氏により「フラクタル螺旋錯視」と命名された。

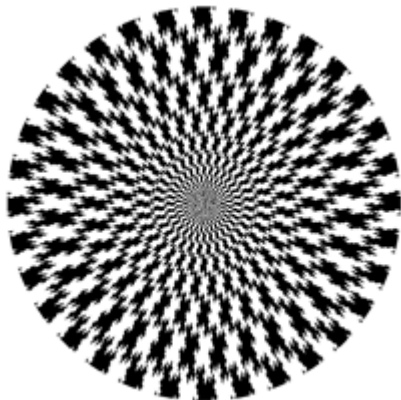


図 2. フラクタル螺旋錯視(新井・新井 2007). 同心円状に並んだフラクタル島が渦巻いて見える錯視

既知の渦巻き錯視としてはフレーザー錯視が有名であるが、フラクタル螺旋錯視は錯視量が非常に大きく、フレーザー錯視と類似の性質ももつが、異なった性質ももつことがわかった。たとえば色を付けたフラクタル螺旋錯視は、フレーザー錯視に比べて、色の付け方によって錯視量に大きな変化が見られるという際立った性質を持つことを発見した(雑誌論文①, ④)。なおフラクタル螺旋錯視とその作成方法は 2007 年 10 月に新井仁之のホームページ上に研究レポートを発表した：<http://www4.ocn.ne.jp/~arai/mvel/e-repo003.pdf>。

その後、2008 年に『数理科学』に掲載した連

載『視覚の科学と数学』(新井仁之著)の第 1 回(雑誌論文②)に誌面発表した。研究代表者はわれわれが考案した新しいフレームレットを使って、2 次元信号処理の応用研究を行った。特にフラクタル螺旋錯視のフレームレット解析をして、次の興味深い結果を得ることができた。まず新しいフレームレットを基礎に、同心円型の幾何的フィルタリングを考案した。そしてこの幾何的フィルタリングから得られる多重解像度分解の中からフラクタル螺旋錯視の錯視成分を特定し、それによりフラクタル螺旋錯視から錯視成分を除去することに成功した(図 3 参照)。この同心円的幾何的フィルタリングは大脳皮質の V4 野の視覚情報処理と関連することが推測される。この成果を含む欧文論文は現在印刷中である(雑誌論文 H. Arai and S. Arai ①)。

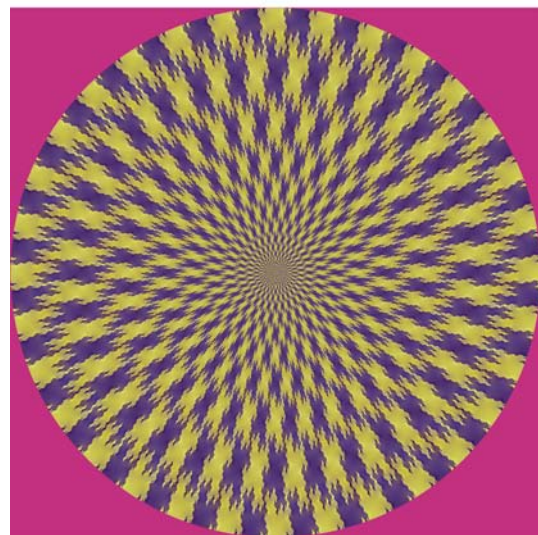
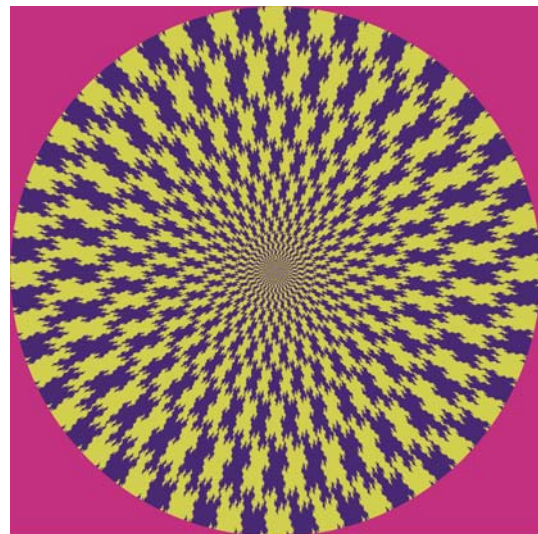


図 3. 上図：色つきフラクタル螺旋錯視(新井・新井), 下図：色つきフラクタル螺旋錯視から錯視成分の除去に成功。この成果は科研費 NEWS(2009, vol. 1)でも取り上げられた。

このほかの成果として、新井は多次元信号処理で使われるいくつかの定理に  $Z^2$  上のスモールエルツ空間における厳密な証明を与えるなど、多次元信号処理の数学的な基礎を整備し、その結果を著書『ウェーブレット』(図書 新井仁之 ①)に記すことも行った。また高次元の一般的なサンプリング行列に対して、フレーム作用素とポリフェーズ行列に関する結果も得た。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

- ① Hitoshi Arai and Shinobu Arai: Framelet analysis of some geometrical illusions, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, 印刷中.
- ② Hitoshi Arai and Shinobu Arai: 2D tight framelets with orientation selectivity suggested by vision science, JSIAM Letters, vol.1 (2009), 9-12, 査読有, 招待論文.
- ③ 新井仁之: ウェーブレット・フレームとその錯視研究への応用, 可視化情報学会誌, vol. 29 (2009) 10-17, 査読無. 依頼論文.
- ④ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第6回, 色の知覚と錯視, 数理科学, vol. 547, (2009), pp. 75-79+カラー図版2ページ. 査読無.
- ⑤ 新井仁之: 視覚と錯視の数学的研究, 応用数理, vol.19, No.1 (2009), 39-41, 査読無. 依頼論文.
- ⑥ Y. Kanjin and K. Sato: Paley's inequality of integral transform type, Hokkaido Math. J., vol. 38 (2009), 233-247, 査読有.
- ⑦ T. Hirai, E. Hirai and A. Hora: Limits of characters of wreath products  $S_n(T)$  of a compact group  $T$  with the symmetric groups and characters of  $S_\infty(T)$ , I, Nagoya Math. Journal, vol.193, (2009), 1-93, 査読有.
- ⑧ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第5回, 視覚の数理モデルのためのウェーブレット・フレーム, 数理科学, vol. 546, (2008), 78-83. 査読無.
- ⑨ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第4回, 錯視発生のシミュレーション / 新しいウェーブレット・フレームの開発, 数理科学, vol. 545, (2008), 72-77. 査読無.
- ⑩ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第3回, 視覚の非線形数理モデルと錯視発生のシミ

ュレーション, 数理科学, vol. 544, (2008), 63-68. 査読無.

- ⑪ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第2回, ウェーブレット・フィルタは脳内に存在するか?, 数理科学, vol. 543, (2008), 78-83. 査読無.
- ⑫ 新井仁之: 視覚の科学と数学 第1回, 視覚の数理モデルとウェーブレット, 数理科学, vol. 542, (2008), 64-69. 査読無.
- ⑬ M. Izuki and K. Tachizawa: Wavelet characterizations of weighted Herz spaces, Scientiae Mathematicae Japonicae, vol. 67 (2008) 353-363. 査読有.
- ⑭ Hitoshi Arai and Shinobu Arai: Finite discrete, shift-invariant, directional filterbanks for visual information processing, I: Construction, Interdisciplinary Information Sciences, vol. 13 (2007), 255-273. 査読有.

[学会発表] (計 12 件)

- ① 新井仁之, 方位選択性をもつ2次元フレームレットと視覚科学, 日本応用数理学会 2009 年度年会, 特別講演, 於大阪大学, 2009 年 9 月 30 日.
- ② 新井仁之: フラクタル螺旋錯視と新しいタイプのウェーブレット・フレーム, 日本視覚学会冬季大会, 於工学院大学. 2009 年 1 月 22 日.
- ③ 新井仁之, 視覚と錯視の数学的研究, 日本応用数理学会 2008 年度年会, 総合講演, 於東京大学, 2008 年 9 月 17 日.
- ④ Hitoshi Arai: Nonlinear models of visual information processing and applications to visual illusions, DFG-JSPS Conf. Infinite Dimensional Harmonic Analysis, Univ. Tokyo (Japan), Sep., 11, 2007.

[図書] (計 3 件)

- ① 新井仁之, ウェーブレット, 共立出版, 2010 年, 総頁数 463+xi 頁.
- ② 新井仁之: 新・フーリエ解析と関数解析学, 培風館, 2010 年に出版予定. 総頁数 339 頁, 印刷中.

[その他]

ホームページ

新井仁之のホームページ:

<http://www4.ocn.ne.jp/~arai/>

報道関連

- ① 日本経済新聞 2009 年 2 月 16 日朝刊, 『目の錯覚 取り除け』で新井仁之の研究成果が報道された.

- ② 科研費 NEWS(2009年, vol.1)で新井仁之の研究が取り上げられた(錯視と視覚の数学的方法による研究). さらに科学新聞(2009年 3262号)に再掲載された.

その他(受賞)

新井仁之が平成20年度科学技術分野の文部科学大臣表彰科学技術賞(研究部門)を受賞. 授賞理由: 視覚と錯視の数学的新理論の研究.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

新井 仁之 (ARAI HITOSHI)  
東京大学・大学院数理科学研究科・教授  
研究者番号: 10175953

### (2) 研究分担者 (ただし2007年度のみ. 2008年度からは連携研究者)

勘甚 裕一 (KANJIN YUICHI)  
金沢大学・理工研究域機械工学系・教授  
研究者番号: 50091674

洞 彰人 (HORA AKIHITO)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授  
研究者番号: 10212200

立澤 一哉 (TACHIZAWA KAZUYA)  
北海道大学・大学院理学研究院・准教授  
研究者番号: 80227090