

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19340036

研究課題名 (和文) 拡散方程式の解の形と漸近解析

研究課題名 (英文) Shape of the solutions and asymptotic analysis for the diffusive equations

研究代表者

石毛 和弘 (ISHIGE KAZUHIRO)

東北大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：90272020

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：熱方程式、最大点挙動、等高面、大域的挙動、爆発問題

#### 1. 研究計画の概要

線形拡散方程式の解の微分係数の減衰の速さ、最大点の挙動、等高面の形状などの解の形状解析を行い、その後の半線形拡散方程式の爆発問題などの非線形現象の研究に応用する。

#### 2. 研究の進捗状況

熱方程式の解の形状、特に最大点挙動の大域的挙動を中心に研究を行い、その大域的挙動の決定メカニズムに正值定常解の無限遠点での挙動が重要な役割を担っていることが、壁谷喜継氏 (大阪府立大) との共同研究を通して発見することができた。この研究成果を得るために用いられた解析手法は、拡散方程式の解の大域的挙動を研究する際に多くの示唆を与えると共に有効であることが確認でき、成果が上がりつつある。また、熱核の詳細な解析を行うことにより、半線形熱方程式を中心とした様々な拡散方程式の符号変化する解の大域的挙動を調べることが、石渡通徳氏 (室蘭工業大学) と川上竜樹氏 (東北大学) らとの共同研究を通して可能になった。一方、解の等高面に関する凸性の研究は、Paolo Salani 氏 (フィレンツェ大学、イタリア) と共に研究を行い、等高面の凸性崩壊のメカニズムの一端を明らかにした。これは、凸性の崩壊を扱った初めての数学的な結果であり、とても意義深いものと考えている。さらに Paolo Salani 氏と共に共同研究を一步進めて、時空間変数で見た解の等高面の形状の研究を行い、それを可能にする新しい数学的概念の導入を行い、その有効性について検証をおこなった。

また、2009年6月に日本・イタリア2

国間における放物型および楕円型方程式における解の形状に関する国際研究集会を行い、活発な意見交換を行い、成功に終わった。その研究報告集は国際的な雑誌 *Discrete Contin. Dyn. Syst.* として発表される予定であり、高い評価を得ている。

#### 3. 現在までの達成度

②当初の計画以上に進展している。

(理由)

本研究課題の目的の一つであったイタリア・日本2国間における解の形状に関する国際研究集会は成功に終わり、2011年度に2回目の国際研究集会の企画まで立ち上がっている。また、研究も順調に進み、研究計画作成時には予想しえなかった様々な研究成果も得られている。

#### 4. 今後の研究の推進方策

現在得られている結果のとりまとめを行い、結果のもつ意義および問題点を整理する。その一方で、得られた成果の研究発表を行い、国内外の研究者との意見交換を行い、それに基づき、今後の研究の方向性を模索する。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計12件)

1. Kazuhiro Ishige and Paolo Salani, Convexity breaking of the free boundary for porous medium equations, *Interfaces Free Bound.*, 査読有、12巻、2010年、印刷中

2. Kazuhiro Ishige, Michinori Ishiwata, and Tatsuki Kawakami, The decay of the solutions for the heat equation with a potential, Indiana Univ. Math. J., 査読有、58巻、2009年
3. Kazuhiro Ishige and Yoshitsugu Kabeya, Adv. Differential Equations, 査読有、14巻、2009年
4. Kazuhiro Ishige and Paolo Salani, Is quasi-concavity preserved by heat flow?, Arch. Math., 査読有、90巻、2008年
5. Kazuhiro Ishige and Yoshitsugu Kabeya, Large time behaviors of hot spots for the heat equation with a potential, J. Differential Equations, 査読有、244巻、2007年

[学会発表] (計4件)