

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19500013

研究課題名（和文）建築・都市分野における幾何構造の抽出および列挙アルゴリズムの開発

研究課題名（英文） Extraction of Geometric Structures in Architecture and City Planning and Development of their Enumeration Algorithms

研究代表者

加藤 直樹 (KATOH NAOKI)

京都大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：40145826

研究成果の概要：得られたおもな成果は以下の通りである。膜材などの建築材料の表面写真の二値化エッジ画像から亀裂部分を認識するために、エッジ点集合を単純多角形近似するアルゴリズムを開発した。与えられた平面上の点集合を頂点集合とする無交差グラフのうち、幾何的・組合せの制約を満たすものをすべて列挙する効率のよいアルゴリズムを開発した。組合せ剛性理論で有名な Maxwell-Laman の定理を外部拘束数が任意の個数である場合に拡張した。

交付額

(金額単位：円)

|         | 直接経費      | 間接経費      | 合計        |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| 2007 年度 | 2,000,000 | 600,000   | 2,600,000 |
| 2008 年度 | 1,500,000 | 450,000   | 1,950,000 |
| 年度      |           |           |           |
| 年度      |           |           |           |
| 年度      |           |           |           |
| 総計      | 3,500,000 | 1,050,000 | 4,550,000 |

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：列挙アルゴリズム，無交差グラフ，幾何グラフ，三角形分割，計算幾何学，静定グラフ，剛板ヒンジ構造，Molecular Conjecture

## 1. 研究開始当初の背景

デジタル画像から直線、円などの基本的な幾何図形の成分を抽出するアルゴリズムの研究は画像認識や計算幾何学の分野で古くからおこなわれている。研究代表者は二値化エッジ画像から円、楕円を含む二次曲線などの基本的幾何図形成分を求めるアルゴリズムを 2001 年に発表している。このアルゴリズムを基礎にして、二次元デジタル画像から屋根、開口部などの建築構成成分を求めるアルゴリズムを開発した。また、折れ線、多面体、曲線、曲面などをより複雑度の低い幾何

的オブジェクトに単純化する問題はコンピュータグラフィックスにおける重要な問題でありこれまでに多くの研究者によって研究されている。研究代表者は、多角形や曲面の三角形メッシュ近似問題に対して、多角形や球面の一様三角形メッシュ生成アルゴリズムの研究を継続しておこなっている。また最近、 $x$ -単調な折れ線を線分の長さの範囲や種類数を限定してより単純な折れ線に近似するアルゴリズムを開発している。さらに、曲面を単峰な曲面に近似する効率のよいアルゴリズムを基礎に大量データからの知識発見を目的とした、高次元領域分割のための

ピラミッドアルゴリズムを開発している。

また、グラフや点集合から定められた組合せ的性質や幾何的性質を満たす部分集合を列挙する問題も計算幾何学、グラフアルゴリズム、データマイニングの分野で活発に研究がおこなわれている。研究代表者は最近、平面上の点集合に対して、剛な構造物を表す基本構造である静定グラフを列挙するアルゴリズムを開発し、コンプライアントメカニズム生成アルゴリズムのコアとして応用されている。

## 2. 研究の目的

本研究では、計算幾何学の技術を基盤に、点集合、曲線、折れ線、曲面の構造の単純化および、二次元デジタル画像や点集合から所与の幾何構造を抽出・列挙するアルゴリズムを開発する。さらに建築・都市分野における現れる実際的な問題に適用し、その有効性を検証する。具体的な目標は以下の通りである。

(1) 幾何構造の抽出・列挙アルゴリズムの開発

①二次元デジタル画像や曲面や多面体、折れ線、多角形をより単純な構造のオブジェクトで近似する問題を考察する。本研究では、これらの問題を複雑な構造を有するデータから所与の性質を満たすより単純な幾何構造を抽出する問題としてモデル化し、この問題に対する効率的なアルゴリズムの開発をおこなう。

②平面上の点集合を節点集合とするグラフのなかで、無交差制約、最大次数制約、隣り合う辺のなす角度の制約などの幾何的、組合せ的制約を満たすグラフ列挙問題を対象として、効率のよいアルゴリズムを開発する。さらに静定構造グラフ以外のグラフについて、とくに木構造グラフを中心に同様の制約の下で列挙するアルゴリズムを開発する。

(2) 建築・都市への応用

①建築家が設計したドーム建築物などの屋根部分の曲面を現実的なコストで実現するには、与えられた曲面を異なる辺長の種類数、隣接する辺間の角度の種類数の少ない多面体として近似する必要がある。このような問題を一般化して定式化し、この問題を効率よく解くアルゴリズムを開発する。

②エッジ点集合を複雑度の低い単純多角形に近似する方法を開発し、それを航空写真から家屋部分を推定する手法および、建築材料の劣化の程度を推定するために亀裂部分を認識する手法を開発する。さらに亀裂部分の推定では、最大次数の低い木構造グラフでモデル化できる。その特徴量を強度劣化の推定モデルに利用する。

③制約付き静定構造グラフ列挙アルゴリズム

ムをより広範なコンプライアントメカニズム生成の初期解として利用し、有効性を検証する。

## 3. 研究の方法

本研究は、二次元デジタル画像のデータや点集合、グラフ、折れ線、曲線、多角形、多面体など、建築・都市分野において現れる幾何データを対象にして、より単純な幾何構造の抽出・列挙アルゴリズムの開発をおこなう。

(1) 曲面や多角形を単純な要素で近似する問題

①三次元空間内に与えられた曲面上を、定数個の辺長種類数を用いた多面体で近似するアルゴリズムを開発する。これまでに提案した平面上での辺長種類数定数の三角形メッシュ生成アルゴリズムを基礎とする。この問題は2次元の場合における多角形近似問題に比べて、難しい問題である。

② ①と関連して、定数個数の異なる長さの辺だけを用いて実現できる曲面の特徴づけをおこなう。平面の tiling 問題と関係するが、曲面上の問題は、まだ誰も着手していない難しい問題と思われる。

③ 膜材などの建築材料の表面写真の二値化エッジ画像から亀裂部分を認識するために、エッジ点集合を単純多角形近似するアルゴリズムを開発する。後の木構造表現を得るには単純多角形近似において、適切な単純化が必要である。これについては、開発した単調な折れ線の単純化の手法を基礎にする予定である。得られた単純多角形をもとに亀裂部分を木構造で単純化する方法を開発する。次年度には、それから得られる特徴量を材料の強度劣化推定に用いる。

④ 水平・垂直線分の辺からなる単純多角形をより少ない数の水平・垂直な辺からなる単純多角形に近似する効率のよいアルゴリズムを開発する。

⑤ ①～④で開発したアルゴリズムを実装し、有効性を検証する。

(2) 平面上の点集合に対する無交差グラフ列挙問題

⑥ 与えられた平面上の点集合を頂点集合とする無交差グラフのうち、幾何的・組合せ的制約を満たすものをすべて列挙する効率のよいアルゴリズムを開発する。制約のない最も単純な場合の無交差静定構造グラフの列挙については、既に開発している。また、あらかじめグラフの辺として用いる辺の集合が一部与えられているという制約の下での無交差静定構造グラフも既に開発している。いずれも出力あたり  $O(n^3)$  時間を要する。以下はこれらの成果をもとに開発をおこなう。

⑦ グラフを構造物の抽象モデルと見るときに、点はジョイントを表す。次数の大きいジョイントは実現不可能であり、次数制約は実用上不可欠である。このことより、次数制約の下での無交差静定構造グラフおよび無交差全域木の列挙問題に対する効率の良いアルゴリズムを逆探索手法に基づいて開発する。

⑧ あらかじめグラフの辺として用いる辺の集合が一部与えられているという制約の下での無交差全域木の列挙問題に対する効率のよいアルゴリズムの開発をおこなう。制約のない無交差木列挙問題は10年以上前に $O(n^3)$ 時間アルゴリズムが開発されているが、制約付きの場合への拡張が困難である。本研究では以前開発した制約付きデローネ三角形分割を補助グラフとして用いるというアイデアを適用する予定である。出力一つ当たり $o(n^3)$ 時間のアルゴリズムの開発が目標である。

⑨ 隣接する辺間の角度に関する制約の下での無交差静定構造グラフおよび無交差全域木の列挙問題に対する効率の良いアルゴリズムを開発する。構造物ではこの角度が小さすぎると実現できないし、大きすぎると(180度に近い)と不安定になるので、自然な制約である。

⑩ 開発したさまざまな制約下での無交差静定グラフ列挙アルゴリズムを、コンプライアントメカニズム設計問題における初期解生成に応用し、有効性を検証する。

⑪ 前年度の成果を基礎に、いくつかの制約を満たす無交差マッチングの列挙問題を研究し、効率のよいアルゴリズムの開発をおこなう。

⑫ 静定構造グラフは剛な構造を表すので、辺長を変化させることのない変形操作としては平行移動、回転の合同変形しか許さないが、機械部品などの構造物は一定の自由度を持つ。そこでこのような構造物の最適設計のためのさまざまな初期解生成のために、静定構造グラフより自由度が一定値多い無交差グラフを効率よく列挙する方法を開発する。基本的なアイデアは以前開発した逆探索手法を基礎にする。静定構造グラフより自由度が定数 $k$ だけ少ないグラフは打ち切りマトロイドの基集合を構成するので、開発した手法が拡張できると思われる。

#### 4. 研究成果

(1) 曲面や多角形を単純な要素で近似する問題

① 膜材などの建築材料の表面写真の二値化エッジ画像から亀裂部分を認識するために、エッジ点集合を単純多角形近似するアルゴリズムを開発した。後の木構造表現を得るに

は単純多角形近似において、適切な単純化が必要である。これについては、以前開発した単調な折れ線の単純化の手法を基礎にした。得られた単純多角形をもとに亀裂部分を木構造で単純化する方法を開発した。

② 水平・垂直線分の辺からなる単純多角形をより少ない数の水平・垂直な辺からなる単純多角形に近似する効率のよいアルゴリズムを、既往研究のアイデアを発展させて開発した。また、建築膜材の微小なクラックを同定し強度を推定するモデルの開発を行い、一定の成果を得た。

(2) 平面上の点集合に対する無交差グラフ列挙問題

③ 与えられた平面上の点集合を頂点集合とする無交差グラフのうち、幾何的・組合せ的制約を満たすものをすべて列挙する効率のよいアルゴリズムを開発した。制約のない最も単純な場合の無交差静定構造グラフの列挙については、既に開発している。また、あらかじめグラフの辺として用いる辺の集合が一部与えられているという制約の下での無交差静定構造グラフも開発している。いずれも出力あたり $O(n^3)$ 時間を要する。

④ グラフを構造物の抽象モデルと見るときに、点はジョイントを表す。次数の大きいジョイントは実現不可能であり、次数制約は実用上不可欠である。このことより、次数制約の下での無交差静定構造グラフおよび無交差全域木の列挙問題に対する効率の良いアルゴリズムを逆探索手法に基づいて開発した。

⑤ あらかじめグラフの辺として用いる辺の集合が一部与えられているという制約の下での無交差全域木の列挙問題に対する、効率のよいアルゴリズムの開発を行った。制約のない無交差木列挙問題は10年以上前に $O(n^3)$ 時間アルゴリズムが開発されているが、制約付きの場合への拡張が困難である。本研究では既に開発した制約付きデローネ三角形分割を補助グラフとして用いるというアイデアを適用した。出力一つ当たり $O(n^2)$ 時間のアルゴリズムを開発した。

⑥ 隣接する辺間の角度に関する制約の下での無交差静定構造グラフおよび無交差全域木の列挙問題に対する効率の良いアルゴリズムを開発した。構造物ではこの角度が小さすぎると実現できないし、大きすぎると不安定になるので、自然な制約である。

⑦ 辺制約付き辞書付き順序最大三角形分割という概念を拡張させ、無交差静定グラフのみに限らず任意の無交差幾何グラフクラス

に属するグラフを高速に列挙を行う手法を確立した。既存の無交差幾何グラフの列挙アルゴリズムは各グラフクラスの性質に大きく依存していたため、他の問題に同じ手法を適用することができなかった。しかし我々は辺制約付き三角形分割の組合せ的性質を巧く利用することで、列挙対象となるグラフクラスの性質に依存しない一般的なアルゴリズム設計の枠組みの確立に成功した。この成果を計算幾何学で一流の会議である ACM Symposium on Computational Geometry において発表を行った。

⑧ 2次元空間内のトラス構造に対しては、その剛性と等価なグラフ理論的特徴付けが Maxwell-Laman によってなされている。このグラフ理論的特徴付けを満たすグラフが静定グラフである。しかし、Maxwell-Laman の定理は、2次元空間に限定されており、さらに外部拘束(構造物と外部環境間の接続数)が3つの場合のみに限定されている。我々は Maxwell-Laman の定理を外部拘束数が任意の個数である場合に拡張し、より実践的な場合を含む形へ定理を一般化することに成功した。

⑨ この成果と上述の列挙アルゴリズムの枠組みを組み合わせることで、外部拘束数が任意である場合においても高速に静定トラス構造や自由度を有するリンク機構のトポロジー生成が可能である事がわかった。また3次元静定グラフ生成への発展のため、トラス構造のみならず3次元剛板ヒンジ構造など剛性の組合せ的解析にも取り組み、一定の成果を得た。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

① N. Katoh and S. Tanigawa, A Proof of the Molecular Conjecture, Proc. 25th ACM Symposium on Computational Geometry, 2009, 査読有, 掲載決定

② N. Katoh and S. Tanigawa, Fast Enumeration Algorithms for Non-crossing Geometric Graphs, Discrete and Computational Geometry, 2009, 査読有, 掲載決定

③ N. Katoh and S. Tanigawa, Enumerating Edge-constrained Triangulations and Edge-constrained Non-crossing Spanning Trees, Discrete Applied Mathematics, 2009, 査読有, 掲載決定

④ N. Katoh, M. Ohsaki, T. Kinoshita, S. Tanigawa, D. Avis and I. Streinu, Enumeration of Optimal Pin-jointed Bistable Compliant Mechanism, Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 査読有, 掲載決定

⑤ Yongding Zhu, Jinhui Xu, Yang Yang, N. Katoh and S. Tanigawa, Geometric Spanner of Objects Under L1 Distance, The Fourteenth Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON2008), Lecture Notes in Computer Science 5092, pp.395-404, 2008, 査読有

⑥ Y. Zhu, J. Xu, Y. Yang, N. Katoh and S. Tanigawa, Geometric Spanner of Objects under L1 Distance, Proc.14th Annual International Computing and Combinatorics Conference, Springer-Verlag, 5092, pp.395-404, 2008, 査読有

⑦ D. Avis, N. Katoh, M. Ohsaki, I. Streinu and S. Tanigawa, Enumerating Constrained Non-crossing Minimally Rigid Frameworks, Discrete & Computational Geometry, 40[1], pp.31-46, 2008, 査読有

⑧ Y. Xu, W. Dai, N. Katoh, M. Ohsaki, Triangulating a convex polygon with fewer number of non-standard bars, Theoretical Computer Science, 389, pp.143-151, 2007, 査読有

⑨ D. Avis, N. Katoh, M. Ohsaki, I. Streinu, S. Tanigawa, Enumerating Non-crossing Minimally Rigid Frameworks, Graphs and Combinatorics, 23[sup], pp.117-134, 2007, 査読有

[学会発表] (計13件)

① 加藤直樹, 谷川眞一, A Proof of the Molecular Conjecture, 電子情報通信学会大会, 2009年3月19日, 愛媛大学

② 加藤直樹, 谷川眞一, A Proof of the Molecular Conjecture, 情報処理学会アルゴリズム研究会, 2009年3月5日, 小樽商科大学

③ N. Katoh and S. Tanigawa, Combinatorial Bar-slider Rigidity, The RIMS Workshop on Computational Geometry and Discrete Mathematics, 2008年10月16日, 京都大学

④ N. Katoh and S. Tanigawa, Enumerations

of Non-crossing Geometric Graphs, The Acceleration and Visualization of Computation for Enumeration Problems, 2008年9月30日, 京都大学

⑤谷川眞一, 加藤直樹, 自由度kのメカニズムの生成, 日本建築学会大会, 2008年9月18日, 広島大学

⑥ N. Katoh and S. Tanigawa, Fast enumeration algorithms for non-crossing geometric graphs, The 24th ACM Symposium on Computational Geometry, 2008年6月11日, Washington DC

⑦ N. Katoh and S. Tanigawa, Enumerations of Non-crossing Geometric Graphs, The First Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting (AAAC 2008), 2008年4月26日, Hong Kong

⑧木下拓也, 大崎純, 加藤直樹, 谷川眞一, 静定トラス列挙アルゴリズムを利用したコンプライアントメカニズムの生成, 日本建築学会大会(九州), 2007.8.31, 福岡

⑨柳室純, 具源龍, 瀧澤重志, 加藤直樹, 豊田宏, 藤原淳, 小田憲史, 画像解析・画像認識による劣化膜材料の残存強度の推定, 日本建築学会大会(九州), 2007.8.29, 福岡

⑩具源龍, 加藤直樹, 瀧澤重志, 建物のファサード画像からの建築構成要素の認識, 日本建築学会大会(九州), 2007.8.29, 福岡

⑪ N. Katoh and S. Tanigawa, Enumerating Constrained Non-crossing Geometric Spanning Trees, The 13th International Computing and Combinatorics Conference, 2007.7.17, Canada

⑫ N. Katoh and S. Tanigawa, Enumerating Constrained Non-crossing Geometric Spanning Trees, The 13th International Computing and Combinatorics Conference, 2007.7.17, Canada

⑬ N. Katoh, M. Ohsaki, T. Kinoshita, S. Tanigawa, D. Avis, I. Streinu, Enumeration of optimal pin-jointed bistable compliant mechanism, Proc. 7th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSM07), 2007.5.21, Seoul

[図書] (計1件)

加藤直樹, 数理計画法, コロナ社, 2007, 232ページ

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

加藤 直樹 (KATOH NAOKI)  
京都大学・大学院工学研究科・教授  
研究者番号: 40145826

### (2) 研究分担者

瀧澤 重志 (TAKIZAWA ATSUSHI)  
京都大学・大学院工学研究科・助教  
研究者番号: 40304133

### (3) 連携研究者

大崎 純 (OHSAKI MAKOTO)  
京都大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号: 40176855

具 源龍 (KOO WONYONG)  
南山大学・数理情報センター・客員研究員  
研究者番号: 20534754

### (4) 研究協力者

David Avis  
McGill 大学・教授

谷川 眞一 (TANIGAWA SHIN-ICHI)  
京都大学工学研究科・博士課程学生, 日本学術振興会・特別研究員